

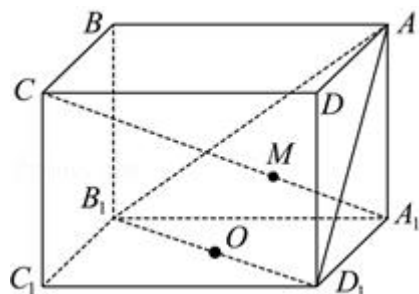
2023 年江苏省南京师大附中江宁分校等两校高考数学一模试卷

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

- (5 分) 复数 $\frac{1+i}{1-i}$ (i 为虚数单位) 的共轭复数的虚部等于 ()
 A. 1 B. -1 C. i D. $-i$
- (5 分) 已知 M, N 为全集 U 的两个不相等的非空子集, 若 $(C_U N) \subseteq (C_U M)$, 则下列结论正确的是 ()
 A. $\forall x \in N, x \in M$ B. $\exists x \in M, x \notin N$
 C. $\exists x \notin N, x \in M$ D. $\forall x \in M, x \notin C_U M$
- (5 分) 过圆 $O: x^2 + y^2 = 5$ 外一点 $P(2, \sqrt{5})$ 作圆 O 的切线, 切点分别为 A, B , 则 $|AB| =$ ()
 A. 2 B. $\sqrt{5}$ C. $\frac{4\sqrt{5}}{3}$ D. 3
- (5 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, $(a_4 + ma_7) \cdot a_8 = (a_6 - a_9)^2$ 且公比 $q \in (1, 2)$, 则实数 m 的取值范围为 ()
 A. $(1, 9)$ B. $(2, 10)$ C. $(1, 8)$ D. $(-1, 6)$
- (5 分) 某学校有 6 个数学兴趣小组, 每个小组都配备 1 位指导老师, 现根据工作需要, 学校准备将其中 4 位指导老师由原来的小组均相应的调整到其他兴趣小组, 其余的 2 位指导老师仍在原来的兴趣小组 (不作调整), 如果调整后每个兴趣小组仍配备 1 位指导老师, 则不同的调整方案为 ()
 A. 135 种 B. 360 种 C. 90 种 D. 270 种
- (5 分) 正方形 $ABCD$ 的四个顶点都在椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 上, 若椭圆的焦点在正方形的内部, 则椭圆的离心率的取值范围是 ()
 A. $(0, \frac{\sqrt{5}-1}{2})$ B. $(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1)$ C. $(0, \frac{\sqrt{3}-1}{2})$ D. $(\frac{\sqrt{3}-1}{2}, 1)$
- (5 分) 已知函数 $y = 2\sin(\omega x - \frac{\pi}{3}) (\omega > 0)$ 图象与函数 $y = 2\sin(\omega x + \frac{\pi}{6}) (\omega > 0)$ 图象相邻的三个交点依次为 A, B, C , 且 $\triangle ABC$ 是锐角三角形, 则 ω 的取值范围是 ()
 A. $(\frac{\sqrt{2}\pi}{4}, +\infty)$ B. $(\frac{\pi}{4}, +\infty)$ C. $(0, \frac{\pi}{4})$ D. $(0, \frac{\sqrt{2}\pi}{4})$
- (5 分) 设 $a = \frac{1}{8}e^{\frac{2}{5}}$, $b = \frac{1}{5}e^{\frac{1}{4}}$, $c = \frac{3}{20}$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()
 A. $a < c < b$ B. $a < b < c$ C. $b < c < a$ D. $c < a < b$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

(多选) 9. (5 分) 如图, $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 是长方体, O 是 B_1D_1 的中点, 直线 A_1C 交平面 AB_1D_1 于点 M , 则下列结论正确的是 ()



- A. B, B_1, O, M 四点共面
B. A, M, O, A_1 四点共面
C. A, O, C, M 四点共面
D. A, M, O 三点共线

(多选) 10. (5 分) 定义: 设 $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数, $f''(x)$ 是函数 $f'(x)$ 的导数, 若方程 $f''(x) = 0$ 有实数解 x_0 , 则称点 $(x_0, f(x_0))$ 为函数 $y=f(x)$ 的“拐点”. 经过探究发现: 任何一个三次函数都有“拐点”且“拐点”就是三次函数图像的对称中心, 已知函数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + \frac{5}{3}$ ($ab \neq 0$) 的对称中心为 $(1, 1)$, 则下列说法中正确的有 ()

- A. $a = \frac{1}{3}, b = -1$
B. 函数 $f(x)$ 既有极大值又有极小值
C. 函数 $f(x)$ 有三个零点
D. 过 $(-1, \frac{1}{3})$ 可以作两条直线与 $y=f(x)$ 图像相切

(多选) 11. (5 分) 设点 O 是 $\triangle ABC$ 的外心, 且 $\overrightarrow{CO} = \lambda \overrightarrow{CA} + \mu \overrightarrow{CB}$ ($\lambda, \mu \in \mathbf{R}$), 下列命题为真命题的是 ()

- A. 若 $\lambda + \mu = 1$, 则 $C = \frac{\pi}{2}$
B. 若 $\overrightarrow{OA} \parallel \overrightarrow{OB}$, 则 $\lambda^2 + \mu^2 = 1$
C. 若 $\triangle ABC$ 是正三角形, 则 $\lambda + \mu = \frac{2}{3}$
D. 若 $\lambda + \mu > 1$, $\overrightarrow{AB} = (-2, 1)$, $\overrightarrow{CO} = (2, 4)$, 则四边形 $AOBC$ 的面积是 5

(多选) 12. (5 分) 中国结是一种手工编织工艺品, 因为其外观对称精致, 可以代表汉族悠久的历史, 符合中国传统装饰的习俗和审美观念, 故命名为中国结. 中国结的意义在于它所显示的情致与智慧正是汉族古老文明中的一个侧面, 也是数学奥秘的游戏呈现. 它有着复杂曼妙的曲线, 却可以还原成最单纯的