

2024 年江苏省常州市前黄高级中学高考数学一模试卷

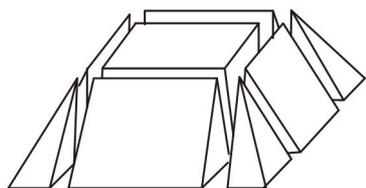
一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. (5 分) 设全集为 U ，定义集合 A 与 B 的运算： $A\#B = \{x|x \in A \cup B \text{ 且 } x \notin A \cap B\}$ ，则 $(A\#B)\#A =$ ()

A. A B. B C. $A \cap C_U B$ D. $B \cap C_U A$
2. (5 分) 已知向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = \sqrt{3}$ ，且 $(\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{b}$ ，则 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 ()

A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$
3. (5 分) “ $\log_2 a > \log_2 b$ ” 是 “ $2^a > 2^b$ ” 的 ()

A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充分且不必要条件
D. 既不充分也不必要条件
4. (5 分) 如图，将正四棱台切割成九个部分，其中一个部分为长方体，四个部分为直三棱柱，四个部分为四棱锥。已知每个直三棱柱的体积为 3，每个四棱锥的体积为 1，则该正四棱台的体积为 ()



- A. 36 B. 32 C. 28 D. 24
5. (5 分) 已知 $\alpha, \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$ ，且 $\tan \beta = \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha}$ ，则 $\sin(\alpha + 2\beta) =$ ()

A. 1 B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$
 6. (5 分) 已知一个玻璃酒杯盛酒部分的轴截面是抛物线，其口径长为 1，现有一个半径为 r ($r > 0$) 的玻璃球放入该玻璃酒杯中，要使得该玻璃球接触到杯底（盛酒部分），则 r 的取值范围是 ()

A. $(0, 2]$ B. $[\frac{1}{2}, 2]$ C. $(0, \frac{1}{2}]$ D. $(0, \frac{1}{4}]$
 7. (5 分) 设实数 x, y 满足 $x > \frac{3}{2}, y > 3$ ，不等式 $k(2x - 3)(y - 3) \leq 8x^3 + y^3 - 12x^2 - 3y^2$ 恒成立，则实数 k 的最大值为 ()

A. 12 B. 24 C. $2\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{3}$
 8. (5 分) 已知函数 $y = axe^x$ 与 $y = \ln x + x$ 的图象有两个交点，则实数 a 的取值范围为 ()

- A. $(0, \frac{1}{e})$ B. $(0, \frac{2}{e})$ C. $(-\infty, \frac{1}{e})$ D. $(-\infty, \frac{2}{e})$

二、多选题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

(多选) 9. (6 分) 若 m, n 为正整数且 $n > m > 1$ ，则 ()

- A. $C_8^3 = C_8^5$
 B. $C_7^3 = \frac{A_7^3}{4!}$
 C. $mC_n^m = (n-1)C_{n-1}^{m-1}$
 D. $A_n^m + mA_n^{m-1} = A_{n+1}^m$

(多选) 10. (6 分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ， $\{a_n\}$ 的公差为 d ，则 ()

- A. $S_{13} = 13S_7$
 B. $S_5 = 4a_2 + a_7$
 C. 若 $\{na_n\}$ 为等差数列，则 $d = -1$
 D. 若 $\{\sqrt{S_n}\}$ 为等差数列，则 $d = 2a_1$

(多选) 11. (6 分) 在平面直角坐标系中，将函数 $f(x)$ 的图象绕坐标原点逆时针旋转 α ($0 < \alpha \leq 90^\circ$) 后，所得曲线仍然是某个函数的图象，则称 $f(x)$ 为“ α 旋转函数”。那么 ()

- A. 存在 90° 旋转函数
 B. 80° 旋转函数一定是 70° 旋转函数
 C. 若 $g(x) = ax + \frac{1}{x}$ 为 45° 旋转函数，则 $a = 1$
 D. 若 $h(x) = \frac{bx}{e^x}$ 为 45° 旋转函数，则 $-e^2 \leq b \leq 0$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12. (5 分) $(2 + \frac{x}{y})(x - 2y)^6$ 的展开式中 x^4y^2 的系数为 _____。(用数字作答)

13. (5 分) 已知 P 是双曲线 $C: \frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = \lambda$ ($\lambda > 0$) 上任意一点，若 P 到 C 的两条渐近线的距离之积为 $\frac{2}{3}$ ，则 C 上的点到焦点距离的最小值为 _____。

14. (5 分) 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，球 O_1 同时与以 A 为公共顶点的三个面相切，球 O_2 同时与以 C_1 为公共顶点的三个面相切，且两球相切于点 F 。若以 F 为焦点， AB_1 为准线的抛物线经过 O_1, O_2 ，