

2023 年江苏省南京大学强基计划数学试卷

1. (3分) 平分圆 $x^2 - 2x + y^2 - 4y = 0$ 的直线不经过第四象限，则斜率的范围是 _____.
2. (3分) 已知 $x, y \in [0, 1]$ ，则 $x^2 + y^2 \leq 1$ 且 $(x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 1$ 的概率是 _____.
3. (3分) 在 1, 2, 3, 4, 5 中，有放回地取数字三次，则最小的数字为 2 的概率是 _____.
4. (3分) 已知 $\frac{\sin^4 \alpha}{\sin^2 \beta} + \frac{\cos^4 \alpha}{\cos^2 \beta} = 1$ ，则 $\frac{\sin^4 \beta}{\sin^2 \alpha} + \frac{\cos^4 \beta}{\cos^2 \alpha} =$ _____.
5. (3分) 满足不定方程 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{30}$ 且 $x \leq y$ 的正整数解的组数是 _____.
6. (3分) 已知实系数二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两根为 α 和 β ，且满足 α 是虚数， $\frac{\alpha^2}{\beta}$ 是实数，则 $\frac{\alpha}{\beta} =$ _____.
7. (3分) 已知 $a > 0, b > 0, x + y = c$ ，则 $\sqrt{x^2 + a^2} + \sqrt{y^2 + b^2}$ 的最小值为 _____.
8. (3分) 已知 $f(n) = \sum_{k=1}^n (k^2 + 3k + 2)$ ，则 $f(100) =$ _____.
9. (3分) 已知 $\triangle ABC$ 的三边为 a, b, c ，满足 $a^2 + b^2 + c^2 = \alpha$ ， $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 = \beta$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积为 _____.
10. (3分) 记 a_n 表示 n 在三进制下的各数字之和，例如 $a_7 = 3, a_9 = 1$ ，记 $S = \{a_n | a_n = 5, 1 \leq n \leq 2023\}$ ，则 $|S| =$ _____.