

2024 年江苏省常州市金坛四中高考数学三模试卷

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- (5 分) 已知全集 $U=R$ ，集合 $M=\{x|2^x \geq 1\}$ ， $N=\{x|x \leq 3\}$ ，则 $M \cap N =$ ()
 A. $(-\infty, 3]$ B. $[0, 1]$ C. $[0, 3]$ D. $[1, 3]$
- (5 分) 已知向量 $\vec{a} = (1, -\sqrt{3})$ ，向量 $\vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 上的投影向量为 $-\frac{1}{2}\vec{a}$ ，则 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ ()
 A. -2 B. -1 C. 1 D. 2
- (5 分) 函数 $f(x) = \sqrt{\ln(1-x)}$ 的定义域为 ()
 A. $(-\infty, 0]$ B. $(-\infty, 1)$ C. $[0, 1)$ D. $[0, +\infty)$
- (5 分) 若复数 $z = \cos\theta + i\sin\theta$ ，则 $|z - 2 + 2i|$ 的最大值是 ()
 A. $2\sqrt{2} - 1$ B. $2\sqrt{2} + 1$ C. $\sqrt{2} + 1$ D. $2\sqrt{2} + 3$
- (5 分) 已知 $x_1 + 2^{x_1} = 4$ ， $x_2 + \log_2 x_2 = 4$ ，则 $x_1 + x_2$ 的值为 ()
 A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
- (5 分) 在正项等比数列 $\{a_n\}$ 中， S_n 为其前 n 项和，若 $S_{30} = 7S_{10}$ ， $S_{10} + S_{30} = 80$ ，则 S_{20} 的值为 ()
 A. 10 B. 20 C. 30 D. 40
- (5 分) 贝塞尔曲线 (Bezier curve) 是应用于二维图形应用程序的数学曲线，一般的矢量图形软件通过它来精确画出曲线. 三次函数 $f(x)$ 的图象是可由 A, B, C, D 四点确定的贝塞尔曲线，其中 A, D 在 $f(x)$ 的图象上， $f(x)$ 在点 A, D 处的切线分别过点 B, C . 若 $A(0, 0)$ ， $B(-1, -1)$ ， $C(2, 2)$ ， $D(1, 0)$ ，则 $f(x) =$ ()
 A. $5x^3 - 4x^2 - x$ B. $3x^3 - 3x$ C. $3x^3 - 4x^2 + x$ D. $3x^3 - 2x^2 - x$
- (5 分) 已知函数 $f(x) = x^2 - 8x$ ，且点 $P(x, y)$ 满足 $f(x) + f(-y) \leq 32$ ， $f(y) \leq 0$ ，若记点 P 构成的图形为 Ω ，则 Ω 的面积是 ()
 A. $\frac{64\pi}{3} - 16\sqrt{3}$ B. $\frac{64\pi}{3} + 16\sqrt{3}$ C. $64\pi - 16\sqrt{3}$ D. $64 + 16\sqrt{3}$

二、多项选择题：本大题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分，有选错的得 0 分，部分选对的得部分分。

- (多选) 9. (6 分) 已知函数 $f(x) = \sin(2x + \varphi)$ ($0 < \varphi < \pi$) 的图像关于点 $(\frac{\pi}{3}, 0)$ 中心对称，则 ()
- $f(x)$ 在区间 $(\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12})$ 单调递减
 - $f(x)$ 在区间 $(-\frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{12})$ 有两个极值点

C. 直线 $x = \frac{5\pi}{6}$ 是曲线 $y = f(x)$ 的对称轴

D. 直线 $y = x + \frac{\sqrt{3}}{2}$ 是曲线 $y = f(x)$ 在 $x = 0$ 处的切线

(多选) 10. (6分) 某企业使用新技术对某款芯片制造工艺进行改进. 部分芯片由智能检测系统进行筛选, 其中部分次品芯片会被淘汰, 筛选后的芯片及未经筛选的芯片进入流水线由工人进行抽样检验. 记 A 表示事件“某芯片通过智能检测系统筛选”, B 表示事件“某芯片经人工抽检后合格”. 改进生产工艺后, 该款芯片的某项质量指标 ξ 服从正态分布 $N(5.40, 0.05^2)$, 现从中随机抽取 M 个, 这 M 个芯片中恰有 m 个的质量指标 ξ 位于区间 $(5.35, 5.55)$, 则下列说法正确的是 () 参考数据: $P(\mu - \sigma < \xi \leq \mu + \sigma) \approx 0.6826$, $P(\mu - 3\sigma < \xi \leq \mu + 3\sigma) \approx 0.9974$.

A. $P(B|A) > P(B)$

B. $P(A|B) < P(A|\bar{B})$

C. $P(5.35 < \xi < 5.55) \approx 0.84$

D. $P(m=45)$ 取得最大值时, M 的估计值为 53

(多选) 11. (6分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 经过点 $P(\sqrt{2}, 1)$, 且离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$. 记 C

在 P 处的切线为 l , 平行于 OP 的直线 l' 与 C 交于 A, B 两点, 则 ()

A. C 的方程 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$

B. 直线 OP 与 l 的斜率之积为 -1

C. 直线 OP, l 与坐标轴围成的三角形是等腰三角形

D. 直线 PA, PB 与坐标轴围成的三角形是等腰三角形

三、填空题: 本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分. 不需写出解答过程, 请把答案直接填写在答题卡相应位置上。

12. (5分) 某工厂为研究某种产品的产量 x (吨) 与所需某种原材料的质量 y (吨) 的相关性, 在生产过程中收集 4 组对应数据 (x, y) , 如表所示.

x	3	4	5	6
y	2.5	3	4	m

根据表中数据, 得出 y 关于 x 的经验回归方程为 $\hat{y} = 0.7x + 0.35$, 则表中 m 的值为 _____.

13. (5分) 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的 $f(x)$ 满足 $f(-\frac{1}{2}) \neq 0$, 且 $f(x+y) + f(x)f(y) = 4xy$, 则 $f(0) =$ _____.

14. (5分) 《海岛算经》是魏晋时期数学家刘徽所著的测量学著作, 书中有一道测量山上松树高度的题目,