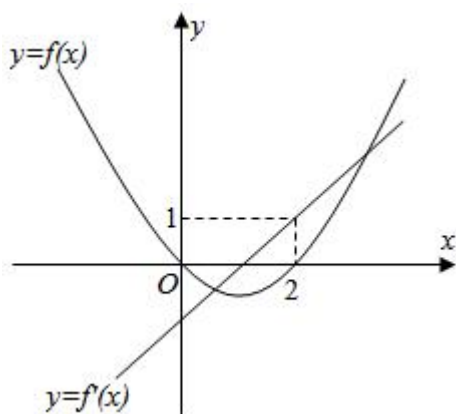


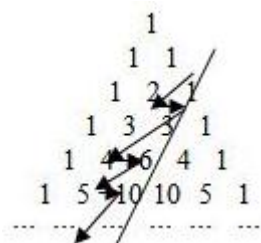
## 2017-2018 学年江苏省无锡市玉祁高中高三（上）开学数学试卷

一、填空题（本大题共 14 小题，每小题 5 分，共 70 分，请将答案填写在答题卷相应位置）

- （5 分）若集合  $M=\{-1, 1\}$ ,  $N=\{-2, 1\}$ , 则  $M \cap N =$ \_\_\_\_\_.
- （5 分）命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2+2x+2 \leq 0$ ”的否定是\_\_\_\_\_.
- （5 分）若抛物线  $y^2=2px$  ( $p>0$ ) 的准线经过双曲线  $x^2-y^2=1$  的一个焦点, 则  $p=$ \_\_\_\_\_.
- （5 分）函数  $y=2\sin^2x-1$  的最小正周期为\_\_\_\_\_.
- （5 分）计算:  $\lg \sqrt[5]{1000} + \lg 2 + \ln e^2 + \lg 5 =$ \_\_\_\_\_.
- （5 分）若函数  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数, 且在区间  $[0, 1]$  上  $f(x) \leq 2f(1)$  时, 那么  $t$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
- （5 分）已知函数  $y=f(x)$  及其导函数  $y=f'(x)$  的图象如图所示 ( $x$ ) 在点  $P(2, 0)$  处的切线方程是\_\_\_\_\_.



- （5 分）设  $\theta$  为第二象限角, 若  $\tan(\theta + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}$ , 则  $\sin\theta + \cos\theta =$ \_\_\_\_\_.
- （5 分）在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ,  $b^2+c^2-a^2=\sqrt{3}bc$ , 则角  $B =$ \_\_\_\_\_.
- （5 分）在  $\triangle ABC$  中,  $M$  是  $BC$  的中点,  $|\overrightarrow{AM}|=1$ ,  $\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{PM}$ , 则  $\overrightarrow{PA} \cdot (\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC}) =$ \_\_\_\_\_.
- （5 分）如图, 在杨辉三角中, 斜线  $l$  上方, 3, 3, 4, 6, 5, 10,  $\dots$ , 记其前  $n$  项和为  $S_n$ , 则  $S_{19}$  等于\_\_\_\_\_.



12. (5分) 已知函数  $f(x) = |x^2 + 3x|$ ,  $x \in \mathbf{R}$ , 若方程  $f(x) = a$ , 则实数  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

13. (5分) 已知正实数  $x, y$  满足  $x+y+3=xy$ , 若对任意满足条件的  $x, y$   $(x+y)^2 - a(x+y) + 1 \geq 0$  恒成立, 则实数  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

14. (5分) 已知函数  $f(x) = x^2 + bx + c$  ( $b, c \in \mathbf{R}$ ), 对任意的  $x \in \mathbf{R}$ , 恒有  $f'(x) \leq f(x)$ . 若对满足题设条件的任意  $b, c$ , 不等式  $f(c) \leq M(c^2 - b^2)$  恒成立, 则  $M$  的最小值为\_\_\_\_\_.

## 二、解答题（本大题共 6 小题，计 90 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

15. (14分)  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ . 向量  $\vec{m} = (a, \sqrt{3}b)$  与  $\vec{n} = (\cos A, \sin B)$

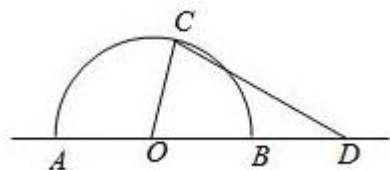
(I) 求  $A$ ;

(II) 若  $a = \sqrt{7}$ ,  $b = 2$ , 求  $\triangle ABC$  的面积.

16. (14分) 如图, 某城市有一块半径为  $40m$  的半圆形绿化区域 (以  $O$  为圆心,  $AB$  为直径), 现对其进行改建,  $OD = 80m$ , 在半圆上选定一点  $C$ , 其面积为  $S cm^2$ . 设  $\angle AOC = x rad$ .

(1) 写出  $S$  关于  $x$  的函数关系式  $S(x)$ , 并指出  $x$  的取值范围;

(2) 试问  $\angle AOC$  多大时, 改建后的绿化区域面积  $S$  取得最大值.



17. (14分)  $S_n$  为数列  $\{a_n\}$  前  $n$  项和, 已知  $a_n > 0$ ,  $a_n^2 + 2a_n = 4S_n + 3$ .

(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 设  $b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}}$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和.

18. (16分) 如图, 椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) ( $0 < e < 1$ ), 且离心率为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

(I) 求椭圆  $E$  的方程;

(II) 经过点  $(1, 1)$ , 且斜率为  $k$  的直线与椭圆  $E$  交于不同的两点  $P, Q$  (均异于点  $A$ ), 证明: 直线  $AP$  与  $AQ$  的斜率之和为定值.