

2023 年江苏省淮安市盱眙中学高考数学四模试卷

一、单选题

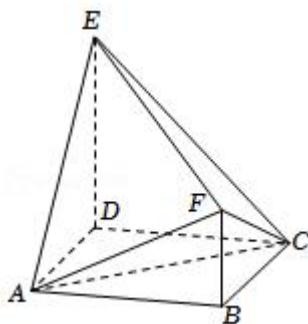
1. (5 分) 已知 $p: \exists x \in \{x | -1 < x < 3\}, x^2 - a - 2 \leq 0$. 若 p 为假命题, 则 a 的取值范围为 ()
- A. $\{a | a < -2\}$ B. $\{a | a < -1\}$ C. $\{a | a < 7\}$ D. $\{a | a < 0\}$
2. (5 分) 已知复数 $z = (1 - i^3)(a + 2i)$ ($a \in \mathbb{R}$, i 为虚数单位) 在复平面内对应的点在直线 $x - 2y = 0$ 上, 则 $a =$ ()
- A. $-\frac{2}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. 6 D. -6
3. (5 分) 已知 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 2a_n + 1$, 则 $\{a_n\}$ 通项为 ()
- A. $a_n = 2^n - 1$ B. $a_n = 2^n + 1$
C. $a_n = 2^{n+1} - 1$ D. $a_n = 2^{n+1} + 1$
4. (5 分) 已知平面 α 内有一个点 $A(2, -1, 2)$, α 的一个法向量为 $\vec{n} = (3, 1, 2)$, 则下列点 P 中, 在平面 α 内的是 ()
- A. $(1, -1, 1)$ B. $(1, 3, \frac{3}{2})$
C. $(1, -3, \frac{3}{2})$ D. $(-1, 3, -\frac{3}{2})$
5. (5 分) 若 $f(x) = \cos x - \sin x$ 在 $[0, a]$ 是减函数, 则 a 的最大值是 ()
- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{3\pi}{4}$ D. π
6. (5 分) 在 5 件产品中, 有 3 件一等品和 2 件二等品, 从中任取 2 件, 那么以 $\frac{7}{10}$ 为概率的事件是 ()
- A. 都不是一等品 B. 恰有一件一等品
C. 至少有一件一等品 D. 至多一件一等品
7. (5 分) 已知抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 准线为 l , 过点 F 作倾斜角为 60° 的直线交抛物线于 M, N 两点 ($y_M > 0$), 作 $MK \perp l$, 垂足为 K , 则 $\triangle MKF$ 外接圆的面积为 ()
- A. 2π B. $\frac{8\pi}{3}$ C. 5π D. $\frac{16\pi}{3}$
8. (5 分) 已知函数 $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 1$, 若 $f'(x)$ 的最小值为 m , 其中 $f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数, 则 $f(x)$ 在 $x = m$ 处的切线方程是 ()
- A. $12x - y - 6 = 0$ B. $3x - y - 1 = 0$ C. $x + y + 3 = 0$ D. $y + 2 = 0$

二、多选题

(多选) 9. (5分) 设函数 $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{4}) + \cos(2x + \frac{\pi}{4})$, 则 ()

- A. $y=f(x)$ 的最小值为 $-\sqrt{2}$, 其周期为 π
- B. $y=f(x)$ 的最小值为 -2 , 其周期为 $\frac{\pi}{2}$
- C. $y=f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 单调递增, 其图象关于直线 $x=\frac{\pi}{4}$ 对称
- D. $y=f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 单调递减, 其图象关于直线 $x=\frac{\pi}{2}$ 对称

(多选) 10. (5分) 如图, 四边形 $ABCD$ 为正方形, $ED \perp \text{平面 } ABCD$, $FB \parallel ED$, $AB=ED=2FB$. 记三棱锥 $E-ACD$, $F-ABC$, $F-ACE$ 的体积分别为 V_1 , V_2 , V_3 , 则 ()



- A. $V_3=2V_2$
- B. $V_3=V_1$
- C. $V_3=V_1+V_2$
- D. $2V_3=3V_1$

(多选) 11. (5分) 已知 F_1 , F_2 分别是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点, 过 F_2 且

倾斜角为 α 的直线交双曲线 C 的右支于 A , B 两点, I 为 $\triangle AF_1F_2$ 的内心, O 为坐标原点, 则下列结论成立的是 ()

- A. 若 C 的离心率 $e=\sqrt{2}$, 则 α 的取值范围是 $(0, \frac{\pi}{4}) \cup (\frac{3\pi}{4}, \pi)$
- B. 若 $|AF_1|=2|AF_2|$ 且 $|AF_1|^2 = |AF_2| \cdot |AB|$, 则 C 的离心率 $e=2$
- C. 若 C 的离心率 $e=2$, 则 $S_{\triangle IAF_1} = S_{\triangle IAF_2} + \frac{1}{2}S_{\triangle IF_1F_2}$
- D. 过 F_2 作 $F_2P \perp AI$, 垂足为 P , 若 I 的横坐标为 m , 则 $|OP|=m$

(多选) 12. (5分) 已知 $a > b > 1$, 给出下列不等式: ① $\frac{b+1}{a+1} > \frac{b}{a}$; ② $a + \frac{1}{a} > b + \frac{1}{b}$; ③ $a^3 + b^3 > 2a^2b$;

④ $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} > \frac{1}{b} + \frac{1}{a}$; 其中正确的有 ()

- A. ①
- B. ②
- C. ③
- D. ④

三、填空题

13. (5分) 已知向量 \vec{a} , \vec{b} 的夹角为 60° , $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=1$, 则 $|\vec{a}+2\vec{b}|=$ _____.