

## 2023 年江苏省淮安市盱眙中学高考数学四模试卷

### 一、单选题

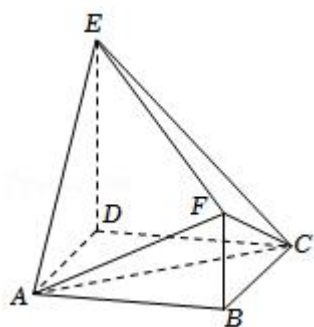
- (5 分) 已知  $p: \exists x \in \{x | -1 < x < 3\}, x^2 - a - 2 \leq 0$ . 若  $p$  为假命题, 则  $a$  的取值范围为 ( )  
 A.  $\{a | a < -2\}$       B.  $\{a | a < -1\}$       C.  $\{a | a < 7\}$       D.  $\{a | a < 0\}$
- (5 分) 已知复数  $z = (1 - i^3)(a + 2i)$  ( $a \in \mathbf{R}$ ,  $i$  为虚数单位) 在复平面内对应的点在直线  $x - 2y = 0$  上, 则  $a =$  ( )  
 A.  $-\frac{2}{3}$       B.  $\frac{2}{3}$       C. 6      D. -6
- (5 分) 已知  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 1$ , 则  $\{a_n\}$  通项为 ( )  
 A.  $a_n = 2^n - 1$       B.  $a_n = 2^{n+1} + 1$   
 C.  $a_n = 2^{n+1} - 1$       D.  $a_n = 2^{n+1} + 1$
- (5 分) 已知平面  $\alpha$  内有一个点  $A(2, -1, 2)$ ,  $\alpha$  的一个法向量为  $\vec{n} = (3, 1, 2)$ , 则下列点  $P$  中, 在平面  $\alpha$  内的是 ( )  
 A.  $(1, -1, 1)$       B.  $(1, 3, \frac{3}{2})$   
 C.  $(1, -3, \frac{3}{2})$       D.  $(-1, 3, -\frac{3}{2})$
- (5 分) 若  $f(x) = \cos x - \sin x$  在  $[0, a]$  是减函数, 则  $a$  的最大值是 ( )  
 A.  $\frac{\pi}{4}$       B.  $\frac{\pi}{2}$       C.  $\frac{3\pi}{4}$       D.  $\pi$
- (5 分) 在 5 件产品中, 有 3 件一等品和 2 件二等品, 从中任取 2 件, 那么以  $\frac{7}{10}$  为概率的事件是 ( )  
 A. 都不是一等品      B. 恰有一件一等品  
 C. 至少有一件一等品      D. 至多一件一等品
- (5 分) 已知抛物线  $C: y^2 = 4x$  的焦点为  $F$ , 准线为  $l$ , 过点  $F$  作倾斜角为  $60^\circ$  的直线交抛物线于  $M, N$  两点 ( $y_M > 0$ ), 作  $MK \perp l$ , 垂足为  $K$ , 则  $\triangle MKF$  外接圆的面积为 ( )  
 A.  $2\pi$       B.  $\frac{8\pi}{3}$       C.  $5\pi$       D.  $\frac{16\pi}{3}$
- (5 分) 已知函数  $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 1$ , 若  $f'(x)$  的最小值为  $m$ , 其中  $f'(x)$  是函数  $f(x)$  的导函数, 则  $f(x)$  在  $x = m$  处的切线方程是 ( )  
 A.  $12x - y - 6 = 0$       B.  $3x - y - 1 = 0$       C.  $x + y + 3 = 0$       D.  $y + 2 = 0$

### 二、多选题

(多选) 9. (5分) 设函数  $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{4}) + \cos(2x + \frac{\pi}{4})$ , 则 ( )

- A.  $y=f(x)$  的最小值为  $-\sqrt{2}$ , 其周期为  $\pi$
- B.  $y=f(x)$  的最小值为  $-2$ , 其周期为  $\frac{\pi}{2}$
- C.  $y=f(x)$  在  $(0, \frac{\pi}{2})$  单调递增, 其图象关于直线  $x=\frac{\pi}{4}$  对称
- D.  $y=f(x)$  在  $(0, \frac{\pi}{2})$  单调递减, 其图象关于直线  $x=\frac{\pi}{2}$  对称

(多选) 10. (5分) 如图, 四边形  $ABCD$  为正方形,  $ED \perp$  平面  $ABCD$ ,  $FB \parallel ED$ ,  $AB=ED=2FB$ . 记三棱锥  $E-ACD$ ,  $F-ABC$ ,  $F-ACE$  的体积分别为  $V_1, V_2, V_3$ , 则 ( )



- A.  $V_3=2V_2$
- B.  $V_3=V_1$
- C.  $V_3=V_1+V_2$
- D.  $2V_3=3V_1$

(多选) 11. (5分) 已知  $F_1, F_2$  分别是双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点, 过  $F_2$  且

倾斜角为  $\alpha$  的直线交双曲线  $C$  的右支于  $A, B$  两点,  $I$  为  $\triangle AF_1F_2$  的内心,  $O$  为坐标原点, 则下列结论成立的是 ( )

- A. 若  $C$  的离心率  $e=\sqrt{2}$ , 则  $\alpha$  的取值范围是  $(0, \frac{\pi}{4}) \cup (\frac{3\pi}{4}, \pi)$
- B. 若  $|AF_1|=2|AF_2|$  且  $|AF_1|^2 = |AF_2| \cdot |AB|$ , 则  $C$  的离心率  $e=2$
- C. 若  $C$  的离心率  $e=2$ , 则  $S_{\triangle IAF_1} = S_{\triangle IAF_2} + \frac{1}{2} S_{\triangle IF_1F_2}$
- D. 过  $F_2$  作  $F_2P \perp AI$ , 垂足为  $P$ , 若  $I$  的横坐标为  $m$ , 则  $|OP|=m$

(多选) 12. (5分) 已知  $a > b > 1$ , 给出下列不等式: ①  $\frac{b+1}{a+1} > \frac{b}{a}$ ; ②  $a + \frac{1}{a} > b + \frac{1}{b}$ ; ③  $a^3 + b^3 > 2a^2b$ ;

④  $a + \frac{1}{b} > b + \frac{1}{a}$ ; 其中正确的有 ( )

- A. ①
- B. ②
- C. ③
- D. ④

### 三、填空题

13. (5分) 已知向量  $\vec{a}, \vec{b}$  的夹角为  $60^\circ$ ,  $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=1$ , 则  $|\vec{a}+2\vec{b}|=$ \_\_\_\_\_.