2024 年江苏省四校联合高考数学适应性试卷

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- (5 分) 采用斜二测画法作一个五边形的直观图，则其直观图的面积是原来五边形面积的 ()

A. $\frac{1}{2}$ 倍 B. $\frac{1}{4}$ 倍 C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 倍 D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ 倍
- (5 分) 已知 $\vec{a}, \vec{b}$ 是两个不共线的单位向量，向量 $\vec{c} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}$ ($\lambda, \mu \in \mathbf{R}$)。 “ $\lambda > 0$, 且 $\mu > 0$ ” 是 “ $\vec{c} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) > 0$ ” 的 ()

A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件
D. 既不充分也不必要条件
- (5 分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $S_4 = 1, S_8 = 4$, 则 $a_{17} + a_{18} + a_{19} + a_{20} =$ ()

A. 7 B. 8 C. 9 D. 10
- (5 分) 设 i 为虚数单位, 若复数 $\frac{1-ai}{1+i}$ 为纯虚数, 则 $a =$ ()

A. -1 B. 1 C. 0 D. 2
- (5 分) 甲、乙、丙、丁四人参加垃圾分类竞赛, 四人对于成绩排名的说法如下

甲: 乙在丙之前
乙: 我在第三;
丙: 丁不在第二或第四
丁: 乙在第四

若四人中只有一人说法是错误的, 则甲的成绩排名为 ()

A. 第一名 B. 第二名 C. 第三名 D. 第四名
- (5 分) 已知 P 为抛物线 $x^2 = 4y$ 上的一点, 过 P 作圆 $x^2 + (y - 3)^2 = 1$ 的两条切线, 切点分别为 A, B , 则 $\cos \angle APB$ 的最小值是 ()

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{7}{9}$
- (5 分) 若全集为 U , 定义集合 A 与 B 的运算: $A \otimes B = \{x | x \in A \cup B \text{ 且 } x \notin A \cap B\}$, 则 $(A \otimes B) \otimes B =$ ()

A. A B. B C. $A \cap C_U B$ D. $B \cap C_U A$
- (5 分) 设 $a = \frac{1}{4}, b = 2 \ln(\sin \frac{1}{8} + \cos \frac{1}{8}), c = \frac{5}{4} \ln \frac{5}{4}$, 则 ()

- A. $a < b < c$ B. $b < a < c$ C. $c < b < a$ D. $a < c < b$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

(多选) 9. (6 分) 若 m, n 为正整数且 $n > m > 1$ ，则 ()

- A. $C_8^3 = C_8^5$
 B. $C_7^3 = \frac{A_7^3}{4!}$
 C. $mC_n^m = (n-1)C_{n-1}^{m-1}$
 D. $A_n^m + mA_n^{m-1} = A_{n+1}^m$

(多选) 10. (6 分) 设函数 $f(x) = 2\sin^2x - 3\sin|x| + 1$ ，则 ()

- A. $f(x)$ 是偶函数
 B. $f(x)$ 在 $(-\frac{\pi}{4}, 0)$ 上单调递增
 C. $f(x)$ 的最小值为 $-\frac{1}{8}$
 D. $f(x)$ 在 $[-\pi, \pi]$ 上有 4 个零点

(多选) 11. (6 分) 已知定圆 $M: (x-1)^2 + y^2 = 16$ ，点 A 是圆 M 所在平面内一定点，点 P 是圆 M 上的动点，若线段 PA 的中垂线交直线 PM 于点 Q ，则点 Q 的轨迹可能为 ()

- A. 椭圆 B. 双曲线 C. 抛物线 D. 圆

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12. (5 分) 有一组按从小到大顺序排列的数据：3, 5, x , 8, 9, 10，若其极差与平均数相等，则这组数据的中位数为 _____.

13. (5 分) 围棋起源于中国，至今已有 4000 多年的历史。在围棋中，对于一些复杂的死活问题，比如在判断自己单个眼内的气数是否满足需求时，可利用数列通项的递推方法来计算。假设大小为 n 的眼有 a_n 口气，大小为 $n+1$ 的眼有 a_{n+1} 口气，则 a_n 与 a_{n+1} 满足的关系是 $a_1 = 1$ ， $a_2 = 2$ ， $a_{n+1} - n = a_n - 1$ ($n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*$)，则 a_n 的通项公式为 _____.

14. (5 分) A, B, C, D 四点均在同一球面上， $\angle BAC = 120^\circ$ ， $\triangle BCD$ 是边长为 2 的等边三角形，则 $\triangle ABC$ 面积的最大值为 _____，四面体 $ABCD$ 体积最大时球的表面积为 _____.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。