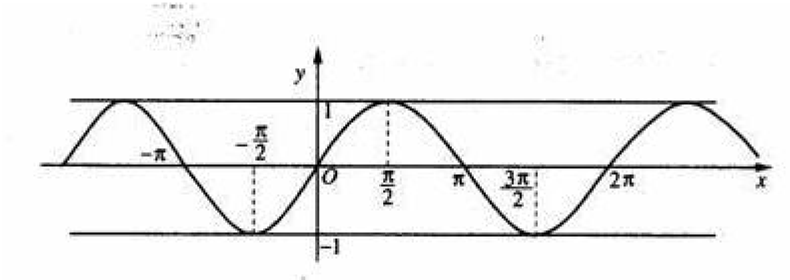
微专题28 三角函数及函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 性质

一、基础知识：

1、正弦函数 $y=\sin x$ 的性质



（1）定义域：$x\in R$

（2）值域：$y\in[-1,1]$

（3）周期：$T=2\pi$

（4）对称轴（最值点）：

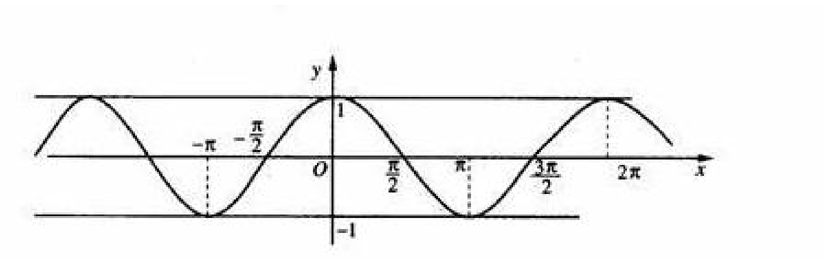
$x=\frac{\pi}{2}+k\pi\ (k\in Z)$

（5）对称中心（零点）：$(k\pi,0)\ (k\in Z)$，其中 $(0,0)$ 是对称中心，故 $y=\sin x$ 也是奇函数

（6）单调增区间：$\left(-\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{\pi}{2}+2k\pi\right),k\in Z$

单调减区间：$\left(\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{3\pi}{2}+2k\pi\right),k\in Z$

2、余弦函数 $y=\cos x$ 的性质



（1）定义域：$x\in R$

（2）值域：$y\in[-1,1]$

（3）周期：$T=2\pi$

（4）对称轴（最值点）：

$x=k\pi\ (k\in Z)$ 其中 $x=0$ 是对称轴，故 $y=\cos x$ 也是偶函数

（5）对称中心（零点）：$\left(\frac{\pi}{2}+k\pi,0\right)(k\in Z)$

（6）单调增区间：$(-\pi+2k\pi,\pi+2k\pi),k\in Z$

单调减区间：$(2k\pi,\pi+2k\pi),k\in Z$

3、正切函数 $y=\tan x$ 的性质

（1）定义域：$x\in\left\{x\,|\,x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in Z\right\}$

（2）值域：$y\in R$

（3）周期：$T=\pi$

（4）对称中心：$\left(\frac{k\pi}{2},0\right)(k\in Z)$

（5）零点：$(k\pi,0)(k\in Z)$

（6）单调增区间：$\left(-\frac{\pi}{2}+k\pi,\frac{\pi}{2}+k\pi\right),k\in Z$

注：正切函数的对称中心由两部分构成，一部分是零点，一部分是定义域取不到的 x 的值

4、$y=|\sin x|$ 的性质：与正弦函数 $y=\sin x$ 相比，其图像可以看做是由 $y=\sin x$ 图像变换得到（x 轴上方图像不变，下方图像沿 x 轴向上翻折），其性质可根据图像得到：

（1）定义域：$x\in R$

（2）值域：$y\in[0,1]$

（3）周期：$T=\pi$

（4）对称轴：$x=\frac{k\pi}{2}(k\in Z)$

（5）零点：$x=k\pi(k\in Z)$

（6）单调增区间：$\left(k\pi,\frac{\pi}{2}+k\pi\right),k\in Z$

单调减区间：$\left(-\frac{\pi}{2}+k\pi,k\pi\right),k\in Z$

5、$y=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0)$ 的性质：此类函数可视为正弦函数 $y=\sin x$ 通过坐标变换所得，通常此类函数的性质要通过计算所得。所涉及的性质及计算方法如下：

（1）定义域：$x\in R$

（2）值域：$y\in[-A,A]$

（3）周期：$T=\frac{2\pi}{|\omega|}$

（4）对称轴（最值点），对称中心（零点），单调区间需通过**换元计算**所求。通常设 $t=\omega x+\varphi$，其中 $\omega>0$，则函数变为 $y=A\sin t$，在求以上性质时，先利用正弦函数性质与图像写出 t 所满足的条件，然后将 t 还原为 $\omega x+\varphi$ 再解出 x 的值（或范围）即可

注：1、余弦函数也可看做 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的形式，即 $y=\cos x=\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$，所以其性质可通过计算得到。

2、对于某些解析式的性质（如对称轴，单调区间等）可根据解析式的特点先变形成为 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$，再求其性质

二、典型例题：