

2023 年江苏省南通市高考数学模拟试卷

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- (5 分) 设集合 $A = \{x | \log_3 x < 1, x \in \mathbf{Z}\}$ ，则满足 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$ 的集合 B 的个数为 ()
A. 2 B. 3 C. 4 D. 8
- (5 分) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_8 = 6$ ， $a_{11} = 0$ ，则 $a_2 =$ ()
A. 16 B. 18 C. 20 D. 22
- (5 分) 命题 “ $\forall x \in [1, 2], x^2 - a \leq 0$ ” 是真命题的一个必要不充分条件是 ()
A. $a > 4$ B. $a \geq 4$ C. $a < 1$ D. $a \geq 1$
- (5 分) 任何一个复数 $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbf{R}$) 都可以表示成 $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ ($r \geq 0, \theta \in \mathbf{R}$) 的形式，通常称之为复数的三角形式. 法国数学家棣莫弗发现： $[r(\cos\theta + i\sin\theta)]^n = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$ ($n \in \mathbf{Z}$)，我们称这个结论为棣莫弗定理. 则 $(1 - \sqrt{3}i)^{2022} =$ ()
A. 1 B. 2^{2022} C. -2^{2022} D. i
- (5 分) 已知函数 $f(x)$ 同时满足下列条件：①定义域为 $\mathbf{R}$ ；② $f(1) = 1$ ；③ $f(x+1)$ 为偶函数；④ $f(2-x) = -f(2+x)$ ，则 $f(-2) + f(7) =$ ()
A. -1 B. 0 C. 1 D. 2
- (5 分) 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $A = 60^\circ$ ， $BC = 2$ ， D 为 BC 的中点，则线段 AD 长度的最大值为 ()
A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2
- (5 分) 如图 1 所示，抛物面天线是指由抛物面（抛物线绕其对称轴旋转形成的曲面）反射器和位于焦点上的照射器（馈源，通常采用喇叭天线）组成的单反射面型天线，广泛应用于微波和卫星通讯等领域，具有结构简单、方向性强、工作频带宽等特点. 图 2 是图 1 的轴截面， A, B 两点关于抛物线的对称轴对称， F 是抛物线的焦点， $\angle AFB$ 是馈源的方向角，记为 θ ，焦点 F 到顶点的距离 f 与口径 d 的比值 $\frac{f}{d}$ 称为抛物面天线的焦径比，它直接影响天线的效率与信噪比等. 如果某抛物面天线馈源的方向角 θ 满足 $\tan\theta = -4\sqrt{5}$ ，则其焦径比为 ()



图1
A. $\frac{\sqrt{10}}{4}$

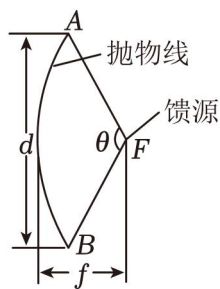


图2

B. $\frac{\sqrt{5}}{4}$

C. $\frac{\sqrt{10}}{8}$

D. $\frac{\sqrt{5}}{8}$

8. (5分) 已知 $a \ln a = 1$, $m = e^{\frac{1}{2} + a}$, $e^n = 3^a$, $a^p = 2^e$, 则 ()

A. $n < p < m$

B. $p < n < m$

C. $n < m < p$

D. $m < p < n$

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分。

(多选) 9. (5分) 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，点 P 满足 $\overrightarrow{B_1P} = \lambda \overrightarrow{B_1D_1}$ ($0 \leq \lambda \leq 1$)，则 ()

A. 若 $\lambda = 1$ ，则 AP 与 BD 所成角为 $\frac{\pi}{4}$

B. 若 $AP \perp BD$ ，则 $\lambda = \frac{1}{2}$

C. $AP \parallel$ 平面 BC_1D

D. $A_1C \perp AP$

(多选) 10. (5分) 下列命题中，正确的命题是 ()

A. 若事件 A, B 满足 $P(B|A) = \frac{1}{3}$, $P(A) = \frac{2}{5}$, 则 $P(AB) = \frac{2}{15}$

B. 设随机变量 ξ 服从正态分布 $N(0, 1)$, 若 $P(\xi > -1) = p$, 则 $P(0 < \xi < 1) = \frac{1-p}{2}$

C. 若事件 A, B 满足 $0 < P(A) < 1$, $0 < P(B) < 1$, $P(\overline{AB}) = P(A)[1 - P(B)]$, 则 A 与 B 独立

D. 某小组调查5名男生和5名女生的成绩，其中男生平均数为9，方差为11；女生的平均数为7，方差为8，则该10人成绩的方差为9.5

(多选) 11. (5分) 已知 F_1, F_2 是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点， $A(\frac{\sqrt{15}}{2}, \frac{1}{2})$

是 C 上一点，若 C 的离心率为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ，连结 AF_2 交 C 于点 B ，则 ()

A. C 的方程为 $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$