

2024 年江苏省无锡市江阴市祝塘中学高考数学一模试卷

一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. (5 分) 已知集合 $A = \{x \mid \frac{x-100}{x} < 0\}$, $B = \{x \mid \sqrt{x} > 4\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $(0, +\infty)$ B. $(2, 100)$ C. $(16, 100)$ D. $(2, +\infty)$

2. (5 分) 已知随机变量 $X \sim N(3, \sigma^2)$, 且 $P(X \geq 4) = 0.3$, 则 $P(X > 2) =$ ()

- A. 0.2 B. 0.3 C. 0.7 D. 0.8

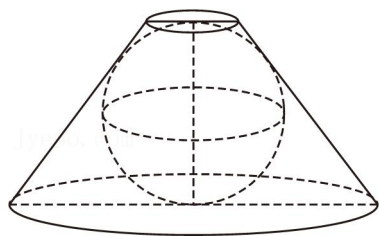
3. (5 分) 将函数 $f(x) = \cos x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度, 再将所得图象上的所有点, 纵坐标不变, 横坐标变为原来的 2 倍, 得到 $g(x)$ 的图象, 则 $g(x) =$ ()

- A. $\sin 2x$ B. $\sin \frac{x}{2}$ C. $-\sin \frac{x}{2}$ D. $\cos 2x$

4. (5 分) 在平面直角坐标系 xOy 内, 将曲线 $C_1: x^2 + y^2 = 1 (x \geq 0)$ 绕原点 O 逆时针方向旋转角 α 得到曲线 C_2 , 若 C_2 是一个函数的图象, 则 α 可以为 ()

- A. 30° B. 60° C. 90° D. 180°

5. (5 分) 如图, 圆台的上、下底面半径分别为 r_1, r_2 , 且 $2r_1 + r_2 = 12$, 半径为 4 的球与圆台的上、下底面及每条母线均相切, 则圆台的侧面积为 ()



- A. 36π B. 64π C. 72π D. 100π

6. (5 分) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (\frac{1}{2})^x, & x \geq 0, \\ -|x^2 + 2x|, & x < 0, \end{cases}$ 则 $f(x)$ 图象上关于原点对称的点有 ()

- A. 1 对 B. 2 对 C. 3 对 D. 4 对

7. (5 分) 已知 $a = \ln 3$, $b = \log_2 e$, $c = \frac{6(2 - \ln 2)}{e}$, 则 a, b, c 的大小关系是 ()

- A. $a < b < c$ B. $b < c < a$ C. $c < a < b$ D. $a < c < b$

8. (5 分) 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 且 $f(x+y) + f(x-y) = f(x)f(y)$, $f(1) = 1$, 则 $\sum_{k=1}^{22} f(k)$

= ()

A. -3

B. -2

C. 0

D. 1

二、多选题：本题共3小题，共18分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。

(多选) 9. (6分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的焦点分别为 F_1, F_2 , P 为 C 上一点, 则 ()

A. C 的焦距为 $2\sqrt{5}$

B. C 的离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{3}$

C. $\triangle F_1PF_2$ 的周长为 $3+\sqrt{5}$

D. $\triangle F_1PF_2$ 面积的最大值为 $2\sqrt{5}$

(多选) 10. (6分) 定义域是复数集的子集的函数称为复变函数, $f(z) = z^2$ 就是一个多项式复变函数. 给定多项式复变函数 $f(z)$ 之后, 对任意一个复数 z_0 , 通过计算公式 $z_{n+1} = f(z_n)$, $n \in \mathbb{N}$ 可以得到一列值 $z_0, z_1, z_2, \dots, z_n, \dots$. 如果存在一个正数 M , 使得 $|z_n| < M$ 对任意 $n \in \mathbb{N}$ 都成立, 则称 z_0 为 $f(z)$ 的收敛点; 否则, 称为 $f(z)$ 的发散点. 则下列选项中是 $f(z) = z^2$ 的收敛点的是 ()

A. $\sqrt{2}$

B. $-i$

C. $1-i$

D. $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

(多选) 11. (6分) 已知向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 为平面向量, $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2, \vec{a} \cdot \vec{b} = 0, |\vec{c} - \vec{a}| = \frac{1}{2}$, 则 ()

A. $1 \leq |\vec{c}| \leq \frac{3}{2}$

B. $(\vec{c} - \vec{a}) \cdot (\vec{c} - \vec{b})$ 的最大值为 $\frac{1+2\sqrt{5}}{4}$

C. $-1 \leq \vec{b} \cdot \vec{c} \leq 1$

D. 若 $\vec{c} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}$, 则 $\lambda + \mu$ 的最小值为 $1 - \frac{\sqrt{5}}{4}$

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分。

12. (5分) 已知命题 $p: \exists x \in [-1, 1], x^2 > a$, 则 $\neg p$ 为 _____.

13. (5分) 请写出同时满足下面三个条件的一个函数解析式 $f(x) =$ _____.

① $f(1-x) = f(1+x)$;

② $f(x)$ 至少有两个零点;

③ $f(x)$ 有最小值.

14. (5分) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对边分别为 a, b, c , 其外接圆半径为 1, $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 1$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 _____; 当 A 取得最大值时, 则 $a^4 - 8a =$ _____.