

微专题 1 命题形式变化及真假判定

一、基础知识：

（一）命题结构变换

1、四类命题间的互化：设原命题为“若 p ，则 q ”的形式，则

（1）否命题：“若 $\neg p$ ，则 $\neg q$ ”

（2）逆命题：“若 q ，则 p ”

（3）逆否命题：“若 $\neg q$ ，则 $\neg p$ ”

2、 $p \vee q$ ， $p \wedge q$

（1）用“或”字连接的两个命题（或条件），表示两个命题（或条件）中至少有一个成立即可，记为 $p \vee q$

（2）用“且”字连接的两个命题（或条件），表示两个命题（或条件）要同时成立，记为 $p \wedge q$

3、命题的否定 $\neg p$ ：命题的否定并不是简单地在某个地方加一个“不”字，对于不同形式的命题也有不同的方法

（1）一些常用词的“否定”：是 $\rightarrow$ 不是 全是 $\rightarrow$ 不全是 至少一个 $\rightarrow$ 都没有

至多 n 个 $\rightarrow$ 至少 $n+1$ 个 小于 $\rightarrow$ 大于等于

（2）含有逻辑联结词的否定：逻辑联接词对应改变，同时 p, q 均变为 $\neg p, \neg q$ ：

p 或 $q \rightarrow \neg p$ 且 $\neg q$ p 且 $q \rightarrow \neg p$ 或 $\neg q$

（3）全称命题与存在性命题的否定

全称命题： $p: \forall x \in M, p(x) \rightarrow \neg p: \exists x \in M, \neg p(x)$

存在性命题： $p: \exists x \in M, p(x) \rightarrow \neg p: \forall x \in M, \neg p(x)$

规律为：两变一不变

① 两变：量词对应发生变化（ $\forall \leftrightarrow \exists$ ），条件 $p(x)$ 要进行否定 $\Rightarrow \neg p(x)$

② 一不变： x 所属的原集合 M 的不变化

（二）命题真假的判断：判断命题真假需要借助所学过的数学知识，但在一组有关系的命题中，真假性也存在一定的关联。

1、四类命题：原命题与逆否命题真假性相同，同理，逆命题与否命题互为逆否命题，所以真假性也相同。而原命题与逆命题，原命题与否命题真假没有关联

2、 $p \vee q$ ， $p \wedge q$ ，如下列真值表所示：

p	q	p 或 q
真	真	真
真	假	真
假	真	真
假	假	假

p	q	p 且 q
真	真	真
真	假	假
假	真	假
假	假	假

简而言之“一真则真”

简而言之“一假则假”

3、 $\neg p$ ：与命题 p 真假相反。

4、全称命题：

真：要证明每一个 M 中的元素均可使命题成立

假：只需举出一个反例即可

5、存在性命题：

真：只需在 M 举出一个使命题成立的元素即可

假：要证明 M 中所有的元素均不能使命题成立

二、典型例题

例 1：命题“若方程 $ax^2 - bx + c = 0$ 的两根均大于 0，则 $ac > 0$ ”的逆否命题是（ ）

- A. “若 $ac > 0$ ，则方程 $ax^2 - bx + c = 0$ 的两根均大于 0”
- B. “若方程 $ax^2 - bx + c = 0$ 的两根均不大于 0，则 $ac \leq 0$ ”
- C. “若 $ac \leq 0$ ，则方程 $ax^2 - bx + c = 0$ 的两根均不大于 0”
- D. “若 $ac \leq 0$ ，则方程 $ax^2 - bx + c = 0$ 的两根不全大于 0”

思路：所谓逆否命题是要将原命题的条件与结论否定后并进行调换，“ $ac > 0$ ”的对立面是“ $ac \leq 0$ ”，“均大于 0”的对立面是“不全大于 0”（注意不是：都不大于 0），再调换顺序即可，D 选项正确

答案：D

例 2：命题“存在 $x \in \mathbb{Z}, x^2 + 2x + m \leq 0$ ”的否定是（ ）

- A. 存在 $x \in \mathbb{Z}, x^2 + 2x + m > 0$
- B. 不存在 $x \in \mathbb{Z}, x^2 + 2x + m > 0$