

## 2023 年江苏省南通市高考数学模拟试卷

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- (5 分) 设集合  $A = \{x | \log_3 x < 1, x \in \mathbf{Z}\}$ ，则满足  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$  的集合  $B$  的个数为 ( )  
 A. 2                      B. 3                      C. 4                      D. 8
- (5 分) 在等差数列  $\{a_n\}$  中，若  $a_8 = 6$ ， $a_{11} = 0$ ，则  $a_2 =$  ( )  
 A. 16                      B. 18                      C. 20                      D. 22
- (5 分) 命题 “ $\forall x \in [1, 2], x^2 - a \leq 0$ ” 是真命题的一个必要不充分条件是 ( )  
 A.  $a > 4$                       B.  $a \geq 4$                       C.  $a < 1$                       D.  $a \geq 1$
- (5 分) 任何一个复数  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbf{R}$ ) 都可以表示成  $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$  ( $r \geq 0, \theta \in \mathbf{R}$ ) 的形式，通常称之为复数的三角形式. 法国数学家棣莫弗发现： $[r(\cos\theta + i\sin\theta)]^n = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$  ( $n \in \mathbf{Z}$ )，我们称这个结论为棣莫弗定理. 则  $(1 - \sqrt{3}i)^{2022} =$  ( )  
 A. 1                      B.  $2^{2022}$                       C.  $-2^{2022}$                       D.  $i$
- (5 分) 已知函数  $f(x)$  同时满足下列条件：①定义域为  $\mathbf{R}$ ；② $f(1) = 1$ ；③ $f(x+1)$  为偶函数；④ $f(2-x) = -f(2+x)$ ，则  $f(-2) + f(7) =$  ( )  
 A. -1                      B. 0                      C. 1                      D. 2
- (5 分) 在  $\triangle ABC$  中，已知  $A = 60^\circ$ ， $BC = 2$ ， $D$  为  $BC$  的中点，则线段  $AD$  长度的最大值为 ( )  
 A. 1                      B.  $\sqrt{2}$                       C.  $\sqrt{3}$                       D. 2
- (5 分) 如图 1 所示，抛物面天线是指由抛物面（抛物线绕其对称轴旋转形成的曲面）反射器和位于焦点上的照射器（馈源，通常采用喇叭天线）组成的单反射面型天线，广泛应用于微波和卫星通讯等领域，具有结构简单、方向性强、工作频带宽等特点. 图 2 是图 1 的轴截面， $A, B$  两点关于抛物线的对称轴对称， $F$  是抛物线的焦点， $\angle AFB$  是馈源的方向角，记为  $\theta$ ，焦点  $F$  到顶点的距离  $f$  与口径  $d$  的比值  $\frac{f}{d}$  称为抛物面天线的焦径比，它直接影响天线的效率与信噪比等. 如果某抛物面天线馈源的方向角  $\theta$  满足  $\tan\theta = -4\sqrt{5}$ ，则其焦径比为 ( )



图1

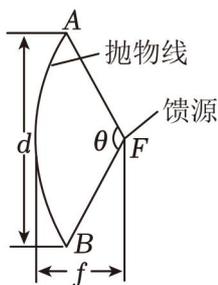


图2

- A.  $\frac{\sqrt{10}}{4}$       B.  $\frac{\sqrt{5}}{4}$       C.  $\frac{\sqrt{10}}{8}$       D.  $\frac{\sqrt{5}}{8}$

8. (5分) 已知  $alna=1$ ,  $m=e^{\frac{1}{2}+a}$ ,  $e^n=3^a$ ,  $a^p=2^e$ , 则 ( )

- A.  $n < p < m$       B.  $p < n < m$       C.  $n < m < p$       D.  $m < p < n$

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分。

(多选) 9. (5分) 在正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中，点  $P$  满足  $\overrightarrow{B_1P} = \lambda \overrightarrow{B_1D_1}$  ( $0 \leq \lambda \leq 1$ )，则 ( )

- A. 若  $\lambda=1$ ，则  $AP$  与  $BD$  所成角为  $\frac{\pi}{4}$   
 B. 若  $AP \perp BD$ ，则  $\lambda = \frac{1}{2}$   
 C.  $AP \parallel$  平面  $BC_1D$   
 D.  $A_1C \perp AP$

(多选) 10. (5分) 下列命题中，正确的命题是 ( )

- A. 若事件  $A, B$  满足  $P(B|A) = \frac{1}{3}$ ,  $P(A) = \frac{2}{5}$ , 则  $P(AB) = \frac{2}{15}$   
 B. 设随机变量  $\xi$  服从正态分布  $N(0, 1)$ , 若  $P(\xi > -1) = p$ , 则  $P(0 < \xi < 1) = \frac{1-p}{2}$   
 C. 若事件  $A, B$  满足  $0 < P(A) < 1$ ,  $0 < P(B) < 1$ ,  $P(A\bar{B}) = P(A)[1 - P(B)]$ , 则  $A$  与  $B$  独立  
 D. 某小组调查5名男生和5名女生的成绩，其中男生平均数为9，方差为11；女生的平均数为7，方差为8，则该10人成绩的方差为9.5

(多选) 11. (5分) 已知  $F_1, F_2$  是双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的左、右焦点， $A(\frac{\sqrt{15}}{2}, \frac{1}{2})$

是  $C$  上一点，若  $C$  的离心率为  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ，连结  $AF_2$  交  $C$  于点  $B$ ，则 ( )

- A.  $C$  的方程为  $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$