

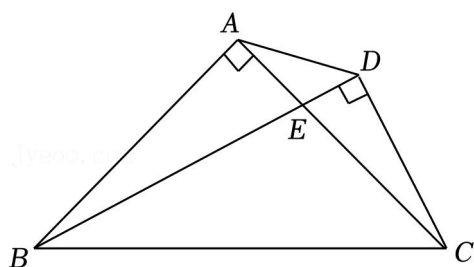
2022 年江苏省常州市强基计划选拔数学试卷

一、选择题：（本大题 5 个小题，每小题 6 分，共 30 分）在每个小题的下面，都给出了代号为 A、B、C、D 的四个答案，其中只有一个是正确的，请将正确答案的代号填在题后的括号中。

1. (6 分) 已知 $0 < a < 1$ ，则 a^2 ， $\frac{1}{a}$ ， $\sqrt{a}$ 三者之间的大小关系是 ()

- A. $a^2 < \frac{1}{a} < \sqrt{a}$ B. $\sqrt{a} < a^2 < \frac{1}{a}$ C. $a^2 < \sqrt{a} < \frac{1}{a}$ D. $\frac{1}{a} < \sqrt{a} < a^2$

2. (6 分) 如图，等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC = \sqrt{10}$ ， $\angle BDC = 90^\circ$ ， $AD = 2$ ， $ED =$ ()



- A. 2 B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ D. $\sqrt{2}$

3. (6 分) 甲、乙、丙、丁四个小朋友在院里玩球，忽听“砰”的一声，球击中了李大爷家的窗户。李大爷跑出来查看，发现一块窗户玻璃被打裂了。李大爷问：“是谁闯的祸？”

甲说：“是乙不小心闯的祸。”

乙说：“是丙闯的祸。”

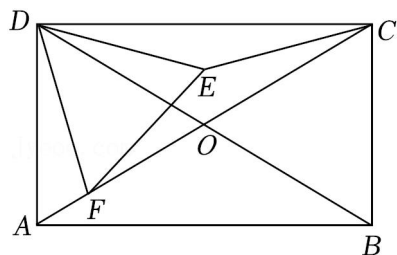
丙说：“乙说的不是实话。”

丁说：“反正不是我闯的祸。”

如果这四个小朋友中只有一个人说了实话，请你帮李大爷判断一下，究竟是谁闯的祸 ()

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

4. (6 分) 如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 相交于点 O ， $AB = 6$ ， $\angle DAC = 60^\circ$ ，点 F 在线段 AO 上从点 A 至点 O 运动，连接 DF ，以 DF 为边作等边 $\triangle DFE$ ，点 E 和点 A 分别位于 DF 两侧，下列结论：① $\angle BDE = \angle EFC$ ；② $ED = EC$ ；③ $\angle ADF = \angle ECF$ ；④ 点 E 运动的路程是 $2\sqrt{3}$ ；其中正确结论的序号为 ()



- A. ①④ B. ①②③ C. ②③ D. ①②③④

5.（6分）概率问题：袋中有红、黄、蓝3个球，依次拿两个（不放回），现给出以四个关于概率的结论：

（1）第1次和第2次拿到红球的概率不一样；

（2）第1次拿到红球的同时，第2次拿到黄球与第2次拿到蓝球的概率一样；

（3）第1次拿到红球的同时，第2次拿到黄球与第2次拿到蓝球的概率不一样；

（4）第1次拿到红球且第2次拿到蓝球的概率，与第1次拿到蓝球且第2次拿到红球的概率一样。

其中正确的为（ ）

A.（1）、（2）

B.（3）、（4）

C.（1）、（3）

D.（2）、（4）

二、填空题：（本大题5个小题，每小题6分，共30分）在每小题中，请将正确答案直接填在题后的横线上.

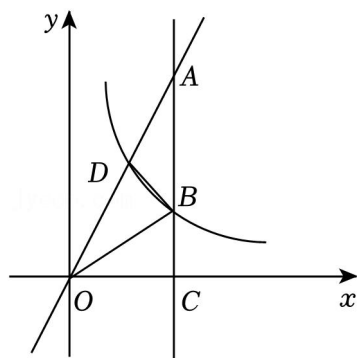
6.（6分）因式分解： $x^2+y^2-2z^2+2xy+yz+xz=$ _____.

7.（6分）7位二进制数中恰有4个1的数有_____个，十进制下和为_____.

8.（6分） $(2x+1)^2=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{10}x^{10}$ ，求 $(a_0+a_2+a_4+\cdots+a_{10})^2-(a_1+a_3+a_5+\cdots+a_9)^2=$ _____.

9.（6分）设 $n!=n\times(n-1)\times(n-2)\times\cdots\times3\times2\times1$ ，则 $\frac{1!}{3!}+\frac{2!}{4!}+\frac{3!}{5!}+\frac{4!}{6!}+\cdots+\frac{2019!}{2021!}+\frac{2020!}{2022!}$
=
_____.

10.（6分）如图， $y=\frac{k}{x}$ ， $AC=2BC$ ， $S_{\triangle OBD}=\sqrt{3}$ ，求 $k=$ _____.



三、计算题：（本大题2个小题，每小题10分，共20分）解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤.

11.（10分） $\sqrt{x+5}-\sqrt{x-3}=2$.

12.（10分） $\frac{15-2x}{13-2x}-\frac{13-2x}{11-2x}=\frac{21-2x}{19-2x}-\frac{19-2x}{17-2x}$.

四、解答题：（本大题4个小题，每小题25分，共100分）解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤.

13.（25分）如图， $AB: y=x+2$ ， $\angle ACB=90^\circ$ ， M 、 N 分别为 AB 、 OC 中点.

（1）求证： $MN\perp OC$ ；