

2021-2022 学年江苏省苏州市昆山市周市高级中学高三（上）开学数学试卷

卷

一、单选题

- 已知集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x | x^2 < 4x, x \in \mathbb{N}\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. $[0, 2]$ B. $(0, 2]$ C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{1, 2\}$
- 复数 $z = \frac{3+4i}{1-2i}$ 在复平面内的对应点位于复平面的 ()
 A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
- 若圆锥的轴截面为等腰直角三角形, 则它的底面积与侧面积之比是 ()
 A. $\sqrt{2} : 1$ B. $2 : 1$ C. $1 : \sqrt{2}$ D. $1 : 2$
- 下列区间中, 函数 $f(x) = 3\sin(\frac{\pi}{3} - 2x)$ 单调递增的区间是 ()
 A. $(0, \frac{\pi}{4})$ B. $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ C. $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4})$ D. $(\frac{3\pi}{4}, \pi)$
- 若直线 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 始终平分圆 $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 8 = 0$ 的周长, 则 ab 的取值范围是 ()
 A. $(-\infty, \frac{1}{8}]$ B. $(0, \frac{1}{8}]$ C. $(0, 8]$ D. $[8, +\infty)$
- 若 $\frac{\tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = 1$, 则 $\frac{\cos 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha}$ 等于 ()
 A. -3 B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 3
- 若曲线 $y = \ln x$ 在点 $P(x_1, y_1)$ 处的切线与曲线 $y = e^x$ 相切于点 $Q(x_2, y_2)$, 则 $\frac{x_1 + 1}{x_1 - 1} + x_2 =$ ()
 A. -1 B. 1 C. 0 D. e
- 现有 5 个相同的小球, 分别标有数字 1, 2, 3, 4, 5, 从中有放回的随机抽取两次, 记: 事件 A 表示“第一次取出的球数字是 2”, 事件 B 表示“第二次取出的球数字是 3”, 事件 D 表示“两次取出的球的数字之和为 6”, 则下列选项正确的是 ()
 A. 事件 A 和事件 C 相互独立
 B. 事件 B 和事件 C 相互独立
 C. 事件 B 和事件 D 相互独立
 D. 事件 C 和事件 D 相互独立

二、多选题

- (多选) 9. 关于一组样本数据的平均数、中位数、频率分布直方图和方差, 下列说法正确的是 ()

A. 改变其中一个数据，平均数和中位数都会发生改变

B. 频率分布直方图中，中位数左边和右边的直方图的面积应该相等

C. 若数据的频率分布直方图为单峰不对称，且在左边“拖尾”，则平均数小于中位数

D. 样本数据的方差越小，说明样本数据的离散程度越小

(多选) 10. 已知 O 为坐标原点，点 $P_1(\cos\alpha, \sin\alpha)$, $P_2(\cos\beta, -\sin\beta)$, $P_3(\cos(\alpha+\beta), \sin(\alpha+\beta))$, $A(1, 0)$, 则 ()

A. $|\overrightarrow{OP_1}| = |\overrightarrow{OP_2}|$

B. $|\overrightarrow{AP_1}| = |\overrightarrow{AP_2}|$

C. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP_3} = \overrightarrow{OP_1} \cdot \overrightarrow{OP_2}$

D. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP_1} = \overrightarrow{OP_2} \cdot \overrightarrow{OP_3}$

(多选) 11. 已知圆 $C_1: x^2 + y^2 = 1$, 圆 $C_2: (x-3)^2 + (y+4)^2 = r^2$ ($r > 0$), 则 ()

A. 若圆 C_1 与圆 C_2 无公共点，则 $0 < r < 4$

B. 当 $r=5$ 时，两圆公共弦长所在直线方程为 $6x - 8y - 1 = 0$

C. 当 $r=2$ 时， P, Q 分别是圆 C_1 与圆 C_2 上的点，则 $|PQ|$ 的取值范围为 $[2, 8]$

D. 当 $0 < r < 4$ 时，过直线 $6x - 8y + r^2 - 26 = 0$ 上任意一点分别作圆 C_1 、圆 C_2 切线，则切线长相等

(多选) 12. 在棱长为 1 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E, F 分别满足 $\overrightarrow{AE} = \lambda \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BF} = \mu \overrightarrow{BC}$, $\lambda, \mu \in [0, 1]$, 则 ()

A. 当 $\mu=1$ 时，三棱锥 $A_1 - B_1EF$ 的体积为定值

B. 当 $\lambda = \frac{1}{2}$ 时，点 A, B 到平面 B_1EF 的距离相等

C. 当 $\mu = \frac{1}{2}$ 时，存在 λ 使得 $BD_1 \perp$ 平面 B_1EF

D. 当 $\lambda = \mu$ 时， $A_1F \perp C_1E$

三、填空题

13. 已知双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{m} = 1$ 的一个焦点与抛物线 $8x + y^2 = 0$ 的焦点重合，则该双曲线的离心率为_____.

14. 已知函数 $f(x)$ 满足：① $f(0) = 0$, $3]$ 上是减函数；③ $f(1+x)(1-x)$. 请写出一个满足以上条件的 $f(x) =$ _____.

15. 已知 $f(x) = x^2 - \frac{1}{x} + a$, $g(x) = \log_3(2^x + 1)$, 若对 $\forall x_1 \in [1, 3]$, 存在 $x_2 \in [1, 3]$, 使得 $g(x_1) = f(x_2)$, 则实数 a 的取值范围为_____.

四、双空题

16. “垛积术”（隙积术）是由北宋科学家沈括在《梦溪笔谈》中首创，南宋数学家杨辉、元代数学家朱世