

2023 年江苏省镇江市扬中第二高级中学高考数学考前模拟试卷

一、单选题：本大题共 8 小题，每题 5 分，共 40 分。在每小题提供的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. (5 分) 设集合 $A = \{x | \log_2 (x - 1) \leq 1\}$, $B = \{x | 2^{1-x} \geq \frac{1}{2}\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $(-\infty, 2]$ B. $[1, 2]$ C. $(1, 2]$ D. $(1, 3]$

2. (5 分) 复数 z 满足 $z = \left(\frac{\sqrt{3}+i}{1-\sqrt{3}i}\right)^{100} + \sqrt{3}i$, 则 $|z| =$ ()

- A. 5 B. $2\sqrt{3}$ C. $\sqrt{5}$ D. 2

3. (5 分) 在 $\left(\frac{x^2}{2} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^6$ 的二项展开式中, 含 x^2 的系数为 ()

- A. $\frac{15}{2}$ B. $\frac{15}{4}$ C. $-\frac{15}{2}$ D. $-\frac{15}{4}$

4. (5 分) 若幂函数 $f(x)$ 的图象过点 $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}\right)$, 则函数 $g(x) = \frac{f(x)}{e^x}$ 的递减区间为 ()

- A. $(0, 2)$ B. $(-\infty, 0)$ 和 $(2, +\infty)$
C. $(-2, 0)$ D. $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$

5. (5 分) 现实世界中的很多随机变量遵循正态分布. 例如反复测量某一个物理量, 其测量误差 X 通常被认为服从正态分布. 若某物理量做 n 次测量, 最后结果的误差, $X_n \sim N\left(0, \frac{2}{n}\right)$, 则为使 $|X_n| \geq \frac{1}{4}$ 的概率控制在 0.0456 以下, 至少要测量的次数为 ()

【附】随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = 0.6826$, $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) = 0.9544$, $P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) = 0.9974$.

- A. 32 B. 64 C. 128 D. 256

6. (5 分) 若 $\sqrt{3}\sin\alpha + \sqrt{3}\sin\beta = \cos\beta - \cos\alpha$, 且 $\alpha \in (0, \pi)$, $\beta \in (0, \pi)$, 则 $\alpha - \beta =$ ()

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $-\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $-\frac{2\pi}{3}$

7. (5 分) 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的右焦点与抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点重合, 抛物

线的准线交双曲线于 A, B 两点, 交双曲线的渐近线于 C, D 两点, 若 $|CD| = \sqrt{2}|AB|$, 则双曲线的离心率为 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. 3

8. (5分) 已知函数 $f(x) = e^{x-1} - e^{1-x} + \frac{1}{2}\sin\pi x$, 实数 a, b 满足不等式 $f(3a+b) + f(a-1) > 0$, 则下列不等式成立的是 ()

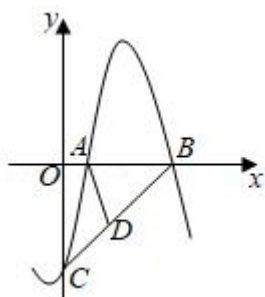
- A. $4a+b > 3$ B. $4a+b < 3$ C. $2a+b > -1$ D. $2a+b < -1$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

(多选) 9. (5分) 下列命题中，正确的是 ()

- A. 若事件 A 与事件 B 互斥，则事件 A 与事件 B 独立
 B. 已知随机变量 X 的方差为 $V(X)$, 则 $V(2X-3) = 4V(X)$
 C. 已知随机变量 X 服从二项分布 $B(n, \frac{1}{3})$, 若 $E(3X+1) = 6$, 则 $n=5$
 D. 已知随机变量 X 服从正态分布 $N(1, \sigma^2)$, 若 $P(X < 3) = 0.6$, 则 $P(-1 < X < 1) = 0.2$

(多选) 10. (5分) 如图，已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \phi)$ (其中 $A > 0, \omega > 0, |\phi| \leq \frac{\pi}{2}$) 的图象与 x 轴交于点 A, B , 与 y 轴交于点 C , $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BD}$, $\angle OCB = \frac{\pi}{3}$, $|OA| = 2$, $|\overrightarrow{AD}| = \frac{2\sqrt{21}}{3}$. 则下列说法正确的有 ()



- A. $f(x)$ 的最小正周期为 12
 B. $\phi = -\frac{\pi}{6}$
 C. $f(x)$ 的最大值为 $\frac{16}{3}$
 D. $f(x)$ 在区间 $(14, 17)$ 上单调递增

(多选) 11. (5分) 已知圆台 OO_1 上、下底面的半径分别为 2 和 4, 母线长为 4. 正四棱台上底面 $A_1B_1C_1D_1$ 的四个顶点在圆台上底面圆周上, 下底面 $ABCD$ 的四个顶点在圆台下底面圆周上, 则 ()

- A. AA_1 与底面所成的角为 60°
 B. 二面角 $A_1 - AB - C$ 小于 60°
 C. 正四棱台 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的外接球的表面积为 64π