

2023 年江苏省南京航空航天大学附中高考数学四模试卷

一、单选题

- (5 分) 已知集合 $A = \{x | -3 \leq x < 2\}$, $B = \{x | |x| \leq 2\}$, 则 ()
 A. $A \subseteq B$ B. $B \subseteq A$
 C. $A \cap B = \{x | -2 \leq x < 2\}$ D. $A \cup B = \{x | -3 \leq x < 2\}$
- (5 分) 设 A, B, C, D 是四个命题, 若 A 是 B 的必要不充分条件, A 是 C 的充分不必要条件, D 是 B 的充分必要条件, 则 D 是 C 的 ()
 A. 必要不充分条件
 B. 充分不必要条件
 C. 充分必要条件
 D. 既不充分也不必要条件
- (5 分) 已知 $P(B) = 0.3$, $P(B|A) = 0.9$, $P(B|\bar{A}) = 0.2$, 则 $P(\bar{A}) =$ ()
 A. $\frac{1}{7}$ B. $\frac{6}{7}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{10}$
- (5 分) 若 $(1 - \sqrt{2})^5 = a + b\sqrt{2}$ (a, b 为有理数), 则 $a =$ ()
 A. -25 B. 25 C. 40 D. 41
- (多选) (5 分) 已知函数 $f(x) = \sin(x + \varphi) - \sin(x + 7\varphi)$ 为奇函数, 则参数 φ 的可能值为 ()
 A. $\frac{\pi}{8}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{3\pi}{8}$ D. $\frac{\pi}{2}$
- (5 分) 我国古代数学家僧一行应用“九服晷影算法”在《大衍历》中建立了晷影长 l 与太阳天顶距 θ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$) 的对应数表, 这是世界数学史上最早的一整正切函数表. 根据三角学知识可知, 晷影长度 l 等于表高 h 与太阳天顶距 θ 正切值的乘积, 即 $l = h \tan \theta$, 对同一“表高”两次测量, 第一次和第二次太阳天顶距分别为 α, β , 若第一次的“晷影长”是“表高”的 3 倍, 且 $\tan(\alpha - \beta) = \frac{1}{2}$, 则第二次“晷影长”是“表高”的 () 倍.
 A. 1 B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{5}{2}$ D. $\frac{7}{2}$
- (5 分) 设表面积相等的正方体、正四面体和球的体积分别为 V_1, V_2 和 V_3 , 则 ()
 A. $V_1 < V_2 < V_3$ B. $V_2 < V_1 < V_3$ C. $V_3 < V_1 < V_2$ D. $V_3 < V_2 < V_1$
- (5 分) 已知实数 a, b 满足 $a = \log_5 6 + \log_{18} 5 + \log_{25} 9$, $5^a + 12^a = 13^b$, 则下列判断正确的是 ()
 A. $a > 2 > b$ B. $b > 2 > a$ C. $b > a > 2$ D. $a > b > 2$

二、多选题

（多选）9.（5分）已知复数 z_1, z_2 ，下列命题正确的是（ ）

- A. $|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$
- B. 若 $|z_1| = |z_2|$ ，则 $z_1 = z_2$
- C. $\overline{z_1 z_1} = |z_1|^2$
- D. 若 $z_1^2 = \overline{z_1}^2$ ，则 z_1 为实数

（多选）10.（5分）若 $a > 0, b > 0$ ，则下面几个结论正确的有（ ）

- A. 若 $a \neq 1, b \neq 1$ ，则 $\log_a b + \log_b a \geq 2$
- B. $\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a + b} \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$
- C. 若 $\frac{1}{a} + \frac{4}{b} = 2$ ，则 $a + b \geq \frac{9}{2}$
- D. 若 $ab + b^2 = 2$ ，则 $a + 3b \geq 4$

（多选）11.（5分）已知圆 $C: x^2 + y^2 - 2kx - 2y - 2k = 0$ ，则下列命题是真命题的是（ ）

- A. 若圆 C 关于直线 $y = kx$ 对称，则 $k = \pm 1$
- B. 存在直线与所有的圆都相切
- C. 当 $k = 1$ 时， $P(x, y)$ 为圆 C 上任意一点，则 $y + \sqrt{3}x$ 的最大值为 $5 + \sqrt{3}$
- D. 当 $k = 1$ 时，直线 $l: 2x + y + 2 = 0$ ， M 为直线 l 上的动点，过点 M 作圆 C 的切线 MA, MB ，切点为 A, B ，则 $|CM| \cdot |AB|$ 最小值为 4

（多选）12.（5分）函数 $y = f(x)$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上的图象是一条连续不断的曲线，且满足 $f(3+x) - f(3-x) + 6x = 0$ ，函数 $f(1-2x)$ 的图象关于点 $(0, 1)$ 对称，则（ ）

- A. $f(x)$ 的图象关于点 $(1, 1)$ 对称
- B. 8 是 $f(x)$ 的一个周期
- C. $f(x)$ 一定存在零点
- D. $f(101) = -299$

三、填空题

13.（5分）已知非零向量 $\vec{a}, \vec{b}$ ，且 $|\vec{b}| = \sqrt{2}|\vec{a}|$ ， $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 0$ ，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 _____.

14.（5分）如果一个四位数的各位数字互不相同，且各位数字之和等于 10，则称此四位数为“完美四位数（如 1036）”，则由数字 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 构成的“完美四位数”中，奇数的个数为 _____.

15.（5分）已知一个棱长为 a 的正方体木块可以在一个圆锥形容器内任意转动，若圆锥的底面半径为 2，