2023年江苏省无锡市新吴区中考数学二模试卷

一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分，在每小题所给出的四个选项中，只有一项是正确的，请用2B铅笔把答题卡上相应的选项标号涂黑.）

1.（3分）$-\frac{1}{5}$的倒数是（　　）

A. $-\frac{1}{5}$　　B. -5　　C. $\frac{1}{5}$　　D. 5

2.（3分）函数$y=\frac{1}{x+2}$中自变量x的取值范围是（　　）

A. $x>-2$　　B. $x\neq-2$　　C. $x=-2$　　D. $x\geqslant-2$

3.（3分）已知一组数据：2019、2021、2023、2023、2024这组数据的中位数和众数分别是（　　）

A. 2022、2023　　B. 2022、2022　　C. 2023、2022　　D. 2023、2023

4.（3分）方程$\frac{1}{x+1}=\frac{2}{x}$的解是（　　）

A. $x=-2$　　B. $x=-1$　　C. $x=1$　　D. $x=2$

5.（3分）已知一个三角形的三边长分别为3、4、5，将这个三角形绕着最短的边所在直线旋转一周，得到一个几何体，那么这个几何体的侧面积为（　　）

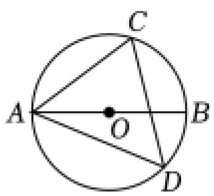
A. 12π　　B. 15π　　C. 20π　　D. 24π

6.（3分）雪花、风车、剪纸….展示着中心对称、轴对称的美，我们利用对称的知识，可以探索并证明图形的性质，思考在下列图形中，哪一个图形的对称性与其他图形的对称性不同（　　）

A. 扇形　　B. 等腰直角三角形

C. 等边三角形　　D. 矩形

7.（3分）如图，AB为⊙O的直径，点C、D在⊙O上．若$\angle CAB=40^\circ$，则$\angle ADC$的度数为（　　）



A. 60°　　B. 50°　　C. 45°　　D. 40°

8.（3分）矩形具有而菱形不具有的性质是（　　）

A．对边平行　　B．邻边相等

C．对角线相等　　D．对角线垂直

9．（3分）已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中，函数 y 与自变量 x 的部分对应值如表，以下结论正确的是（　　）

x	…	－1	0	1	2	3	…
y	…	3	0	－1	m	3	…

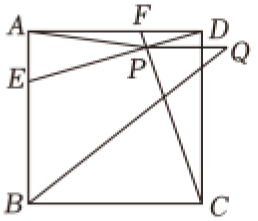
A．抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的开口向下

B．当 $x<3$ 时，y 随 x 增大而增大

C．当 $y>0$ 时，x 的取值范围是 $0<x<2$

D．方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根为 0 和 2

10．（3分）如图，正方形 $ABCD$ 中，$AB=4$，E，F 分别是边 AB，AD 上的动点，$AE=DF$，连接 DE，CF 交于点 P，过点 P 作 $PQ\parallel BC$，且 $PQ=2$，在下列结论中：①$DE=CF$；②$AE^2=FP\cdot FC$；③在运动过程中，线段 AP 最小值为 $2\sqrt{5}-2$；④当∠CBQ 的度数最大时，BQ 的长为 $2\sqrt{10}$，其中正确的结论有（　　）



A．1个　　B．2个　　C．3个　　D．4个

二、填空题（本大题共8小题，每小题3分，共24分，其中第18题第一空1分，第二空2分，不需写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应的位置上.）

11．（3分）－27的立方根是 ________．

12．（3分）分解因式：$ax^2+2ax+a=$________．

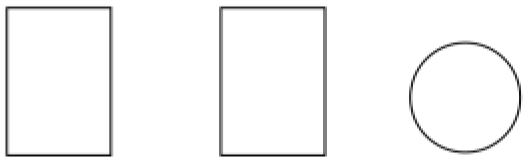
13．（3分）设 x_1、x_2 是方程 $x^2+mx-2=0$ 的两个根，且 $x_1+x_2=2x_1x_2$，则 $m=$________．

14．（3分）请写出一个函数的表达式，使其图象分别与 x 轴的负半轴、y 轴的负半轴相交：________．

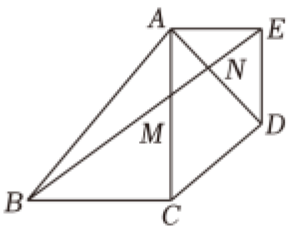
15．（3分）已知菱形 $ABCD$ 中，对角线 $AC=4$，∠$ABC=60°$，则菱形 $ABCD$

的面积是 ________________.

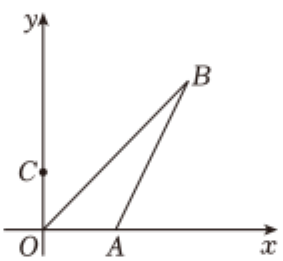
16.（3 分）某几何体的三视图如图所示，已知主视图和左视图是两个全等的矩形．若主视图的相邻两边长分别为 2 和 4，俯视图是直径等于 2 的圆，则这个几何体的体积为 ________.



17.（3 分）如图，$\triangle ABC$，$\triangle ACD$，$\triangle ADE$ 均为等腰直角三角形，其中 $\angle ACB=\angle ADC=\angle AED=90^\circ$，连接 BE，分别与 AC、AD 交于点 M、N，则 BM：MN：NE=____________.



18.（3 分）平面直角坐标系中，A（2，0）、B（4，4），连接 OB、AB，则 $\tan\angle B$=__________________；点 C 在 y 轴上，作点 C 关于直线 OB、AB 的对称点 D、E，则 DE 的最小值为 ____________________.



三、解答题（本大题共 10 小题，共 96 分，请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤等。）

19.（8 分）（1）计算：$\pi^0-\sqrt{9}+\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$；

（2）化简：$\frac{x^2-16}{x+4}\div\frac{2x-8}{4x}$.

20.（8 分）（1）解方程：$x^2-4x+2=0$；

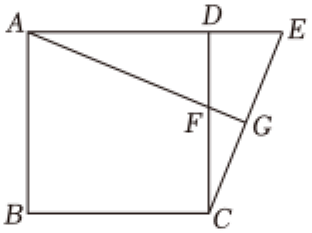
（2）解不等式：$2(x-3)+1\leqslant 5x$.

21.（10 分）如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 1，点 F 在 CD 边上，延长 AD 到点

E，使得 $DE=DF$，连接 CE.

（1）求证：$\triangle ADF\cong\triangle CDE$；

（2）若延长 AF 与 CE 恰好相交于中点 G，求 DE 的长.



22.（10 分）为落实“垃圾分类”，环保部门要求垃圾要按 A，B，C，D 四类分别装袋、投放，其中 A 类指废电池、过期药品等有害垃圾；B 类指剩余食品等厨余垃圾；C 类指塑料、废纸等可回收物；D 类指其他垃圾．大伟投放了一袋垃圾，小亮投放了两袋不同类的垃圾．

（1）直接写出大伟投放的垃圾恰好是 A 类的概率是 ________；

（2）如果大伟投放的垃圾是 A 类，请用画树状图或列表的方法求小亮投放的两袋垃圾与大伟投放的垃圾均是不同类的概率．

23.（10 分）“科技兴国”，科技企业在社会生产生活中的地位越来越重要．调查某科技企业五年以来的研发成本和年度利润率，将相关数据绘制成如下统计图和统计表：

2018 年－2022 年利润率

年份	利润率
2018 年	6.3%
2019 年	5.2%
2020 年	6.7%
2021 年	9.1%
2022 年	17.4%

（1）2022 年度该企业总成本是 ________亿元；

（2）求该企业五年以来的年平均研发成本；

（3）根据统计图和统计表中的信息，进行综合分析，写出两个不同类型的结论．

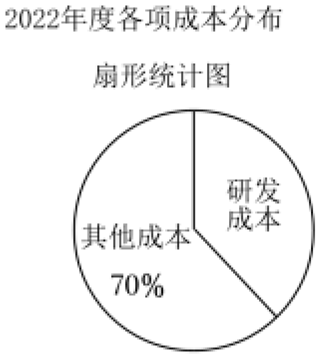


图1

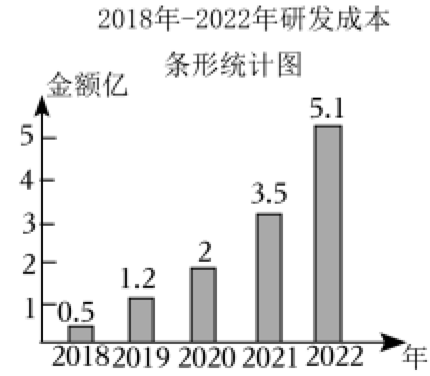
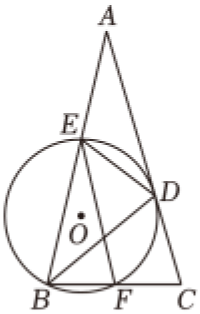


图2

24.（10分）如图，在△ABC中，$AB=AC$，E为AB上一点，作$EF\parallel AC$，与BC交于点F，经过点B、E、F的⊙O与AC相切于点D，连接BD、ED.

（1）求证：BD平分∠ABC；

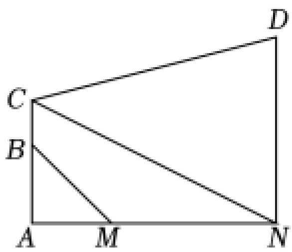
（2）若$AE=4$，$BE=5$，求AD的长.



25.（10分）中国人民解放军海军无锡舰（舷号：104）是我国海军最新的055型驱逐舰．2022年8月，无锡舰奔赴某海域开展为期数天的海上多科目实战化训练．如图，无锡舰从海上A处沿正北方向航行，当到达B处时，位于A处正东方向的观测船M测得无锡舰此时位于北偏西45°方向，当无锡舰继续航行40海里到达C处时，由位于M处正东方向120海里的观测船N测得无锡舰此时位于北偏西60°方向．

（1）求A、B两处之间的距离；

（2）接到上级任务指令，无锡舰需在C处作机动转弯，且∠$ACD=105°$，求观测船N到其正北方向上点D的距离．

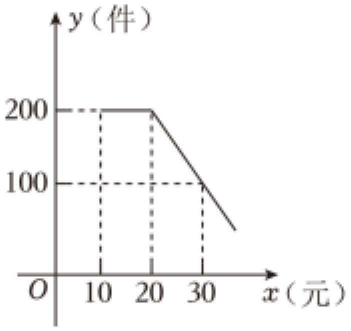


26.（10 分）网络直销相对于传统直销而言，没有地域限制且市场可期待值高，因而一些传统商家开始向线上转型．某商家通过“直播带货”，一季度实物商品网上零售额因此得以逆势增长．若该商家销售一种进价为每件 10 元的日用商品，经调查发现，该商品每天的销售量 y（件）与销售单价 x（元）（$x\geqslant10$）满足如图所示的函数关系，设销售这种商品每天的利润为 w（元）.

（1）当销售单价为 32 元时，此时商品每天的销售量为 ________；

（2）求 w 与 x 之间的函数关系式；

（3）若每天至少销售 120 件，且销售单价不低于 18 元时，求每天所获利润 w 的取值范围.



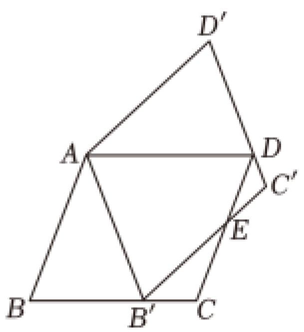
27.（10 分）如图，将不是矩形的▱$ABCD$ 绕点 A 旋转得到▱$AB'CD'$．

（1）当点 B' 落在边 BC 上，且 $B'C$ 与边 CD 相交于点 E 时，

①点 D ________ CD' 上（填“在”或“不在”）；

②如果点 B'、E 分别为边 BC、CD 的中点，求$\frac{AB}{BC}$的值；

（2）当点 B' 落在对角线 AC 上，且 $B'C$ 经过边 AD 的中点 M 时，设$\frac{AB}{BC}=x$，$\frac{S_{\triangle AB'M}}{S_{▱ABCD}}=y$，求 y 关于 x 的函数关系式，并写出 x 的取值范围.



28.（10 分）定义：经过函数图象上的一点作 x 轴的平行线，将平行线上方的图

象沿平行线向下翻折形成新的函数图象，我们把满足这种情况的函数图象称为经过这一点的“折叠函数”.

【基本应用】

（1）如图，点 A（3，0）、B（0，3）、C（m，2）均在直线 l 上.

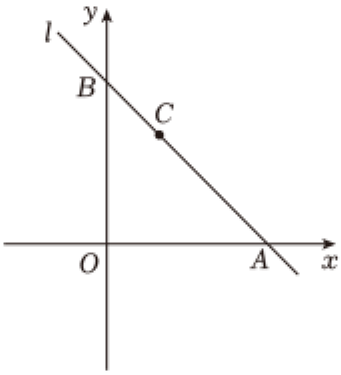
①请使用无刻度的直尺和圆规作出经过点 C 的“折叠函数”与 x 轴的交点 D（异于点 A）；

②求出经过点 A、C、D 的二次函数表达式；

（2）在（1）的条件下，点 P（a，b）为二次函数图象上一动点，若经过点 P 的“折叠函数”与 x 轴至少有 3 个交点，求 a 的取值范围.

【创新应用】

（3）如果反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$x>0$）的图象上有一点 M（1，3），则经过点 M 的“折叠函数”与 x 轴的交点坐标为 ______________________.



2023年江苏省无锡市新吴区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分，在每小题所给出的四个选项中，只有一项是正确的，请用2B铅笔把答题卡上相应的选项标号涂黑.）

1.（3分）$-\frac{1}{5}$的倒数是（　　）

A．$-\frac{1}{5}$　　B．-5　　C．$\frac{1}{5}$　　D．5

【答案】B

【分析】根据互为倒数的两个数乘积为1即可求解.

【解答】解：$\because$（$-\frac{1}{5}$）$\times$（-5）$=1$，

$\therefore -\frac{1}{5}$的倒数是-5，

故选：B.

2.（3分）函数$y=\frac{1}{x+2}$中自变量x的取值范围是（　　）

A．$x>-2$　　B．$x\neq-2$　　C．$x=-2$　　D．$x\geqslant-2$

【答案】B

【分析】求函数自变量的取值范围就是求函数解析式有意义的条件，分式有意义的条件是分母不能为0，依此进行计算即可得到答案.

【解答】解：根据题意可得：

$x+2\neq0$，

解得：$x\neq-2$，

故选：B.

3.（3分）已知一组数据：2019、2021、2023、2023、2024这组数据的中位数和众数分别是（　　）

A．2022、2023　　B．2022、2022　　C．2023、2022　　D．2023、2023

【答案】D

【分析】根据中位数和众数的定义解答即可.

【解答】解：将这组数据从小到大排列为：2019、2021、2023、2023、2024，

所以中位数为 2023，

2023 出现 2 次，次数最多，所以众数为 2023．

故选：*D*．

4．（3 分）方程$\frac{1}{x+1}=\frac{2}{x}$的解是（　　）

A．$x=-2$　　B．$x=-1$　　C．$x=1$　　D．$x=2$

【答案】*A*

【分析】方程两边都乘 x（$x+1$）得出 $x=2$（$x+1$），求出方程的解，再进行检验即可．

【解答】解：$\frac{1}{x+1}=\frac{2}{x}$，

方程两边都乘 x（$x+1$），得 $x=2$（$x+1$），

解得：$x=-2$，

检验：当 $x=-2$ 时，x（$x+1$）$\neq 0$，

所以分式方程的解是 $x=-2$，

故选：*A*．

5．（3 分）已知一个三角形的三边长分别为 3、4、5，将这个三角形绕着最短的边所在直线旋转一周，得到一个几何体，那么这个几何体的侧面积为（　　）

A．12π　　B．15π　　C．20π　　D．24π

【答案】*C*

【分析】先根据勾股定理的逆定理可知为直角三角形，以直角边为 3 所在直线旋转一周得到一个圆锥，底面半径是 4，母线是 5，然后利用扇形的面积公式计算即可．

【解答】解：$\because 3^2+4^2=5^2$，

$\therefore$这个三角形为直角三角形，两直角边为 3，4，斜边为 5，

$\therefore$以直角边为 3 所在直线旋转一周得到一个圆锥，底面半径是 4，母线是 5，

$\therefore \frac{1}{2}\times 2\pi\times 4\times 5=20\pi$．

故选：*C*．

6．（3 分）雪花、风车、剪纸…．展示着中心对称、轴对称的美，我们利用对称的知识，可以探索并证明图形的性质，思考在下列图形中，哪一个图形的对

称性与其他图形的对称性不同（　　）

A．扇形　　　　　　　　　　B．等腰直角三角形

C．等边三角形　　　　　　　D．矩形

【答案】D

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解．

【解答】解：扇形是轴对称图形，不是中心对称图形；

等腰直角三角形是轴对称图形，不是中心对称图形；

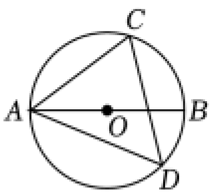
等边三角形是轴对称图形，不是中心对称图形；

矩形既是轴对称图形，又是中心对称图形；

所以矩形的对称性与其他图形的对称性不同．

故选：D．

7.（3分）如图，AB为⊙O的直径，点C、D在⊙O上．若$\angle CAB=40°$，则$\angle ADC$的度数为（　　）

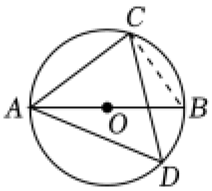


A．60°　　　　B．50°　　　　C．45°　　　　D．40°

【答案】B

【分析】连接BC，结合已知条件，利用圆周角定理及直角三角形性质求得$\angle B$的度数，继而求得$\angle ADC$的度数．

【解答】解：如图，连接BC，



∵AB为⊙O的直径，

∴$\angle ACB=90°$，

∵$\angle CAB=40°$，

∴$\angle B=90°-40°=50°$，

∴$\angle ADC=\angle B=50°$，

故选：B.

8.（3 分）矩形具有而菱形不具有的性质是（　　）

A．对边平行　　B．邻边相等

C．对角线相等　　D．对角线垂直

【答案】C

【分析】利用矩形和菱形的性质可直接求解．

【解答】解：∵矩形具有的性质：有对边平行且相等，对角线互相平分且相等，四个角是直角（邻边垂直），菱形具有的性质：有对边平行且相等，对角线互相平分且垂直，四边相等，

∴矩形具有而菱形不具有的性质是对角线相等，

故选：C.

9.（3 分）已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中，函数 y 与自变量 x 的部分对应值如表，以下结论正确的是（　　）

x	…	-1	0	1	2	3	…
y	…	3	0	-1	m	3	…

A．抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的开口向下

B．当 $x<3$ 时，y 随 x 增大而增大

C．当 $y>0$ 时，x 的取值范围是 $0<x<2$

D．方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根为 0 和 2

【答案】D

【分析】根据表格中的数据，可以得到该抛物线的对称轴和顶点坐标，再观察表格中的数据，即可得到该函数图象开口方向，从而可以判断 A；判断当 $x<3$ 时，y 随 x 的增大如何变化，从而可以判断 B；当 $y>0$ 时 x 的取值范围，从而可以判断 C；写出方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根，从而可以判断 D.

【解答】解：由表格可得，

二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴为直线 $x=\frac{-1+3}{2}=1$，

∴顶点坐标为（1，-1），该抛物线开口向上，故选项 A 错误，不符合题意；

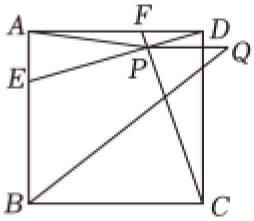
当 $1<x<3$ 时，y 随 x 的增大而增大，当 $x<1$ 时，y 随 x 的增大而减小，故选项 B 错误，不符合题意；

当 $y>0$ 时，x 的取值范围是 $x<0$ 或 $x>2$，故选项 C 错误，不符合题意；

方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根为 0 和 2，故选项 D 正确，符合题意；

故选：D.

10.（3 分）如图，正方形 $ABCD$ 中，$AB=4$，E，F 分别是边 AB，AD 上的动点，$AE=DF$，连接 DE，CF 交于点 P，过点 P 作 $PQ\parallel BC$，且 $PQ=2$，在下列结论中：①$DE=CF$；②$AE^2=FP\cdot FC$；③在运动过程中，线段 AP 最小值为 $2\sqrt{5}-2$；④当∠CBQ 的度数最大时，BQ 的长为 $2\sqrt{10}$，其中正确的结论有（　　）



A．1 个　　　B．2 个　　　C．3 个　　　D．4 个

【答案】C

【分析】根据正方形的性质和 $AE=DF$ 证得△AED≌△DFC，再根据全等三角形的性质即可判定①；证明△FDP∽△FCD，根据相似三角形的性质可得 $FD^2=FP\cdot FC$，再结合 $AE=DF$ 即可判定②；如图：取 CD 的中点 G，连接 AG，PG，由直角三角形的性质和勾股定理可得 $PG=\frac{1}{2}CD=2$、$AG=2\sqrt{5}$，再说明当 A、P、G 三点共线时，AP 有最小值，然后求解即可判定③；先说明四边形 $PGHQ$ 是菱形，再说明点 Q 在以 H 为圆心，2 为半径的圆弧上运动，进而可知当 BQ 与⊙H 相切时，∠CBQ 的度数最大；然后可知 $BQ=BM=BC+CM$ 即可判定④.

【解答】解：∵正方形 $ABCD$，

∴∠EAD=∠FDC=90°，$AD=DC$，

在∴△AED 和△DFC 中，

$$\begin{cases}AD=DC\\ \angle EAD=\angle FDC=90^\circ,\\ AE=DF\end{cases}$$

∴△AED≌△DFC（SAS），

∴$DE=CF$，即①正确；

∵$\triangle AED\cong\triangle DFC$，

∴$\angle ADE=\angle DCF$，

∵$\angle ADC=\angle ADE+\angle PDC=90^\circ$，

∴$\angle DCP+\angle PDC=90^\circ$，即$\angle CPD=90^\circ$，

∴$\angle DPF=\angle FDC=90^\circ$，

∵$\angle DFP=\angle CFD$，

∴$\triangle FDP\backsim\triangle FCD$，

∴$\frac{FD}{FC}=\frac{FP}{FD}$，

∴$FD^2=FP\cdot FC$，

∵$AE=DF$，

∴$AE^2=FP\cdot FC$，即②正确；

如图：取 CD 的中点 G，连接 AG，PG，

∵$\angle CPD=90^\circ$，

∴$PG=\frac{1}{2}CD=2$，

在 Rt$\triangle ADG$ 中，$AG=\sqrt{AD^2+DG^2}=2\sqrt{5}$，

在$\triangle APG$ 中，$AP>AG-PG$，当 A、P、G 三点共线时，AP 有最小值，$AP=AG-PG=2\sqrt{5}-2$，即③正确；

如图：作 $GH\perp CD$ 且 $GH=2$，则 $PQ\parallel HG$，$PQ=HG$，作 $HM\perp BC$ 于 BC 延长线 M，

∴四边形 $PGHQ$ 是平行四边形，

∵$GH=PG$，

∴四边形 $PGHQ$ 是菱形，

∴点 Q 在以 H 为圆心，2 为半径的圆弧上运动，

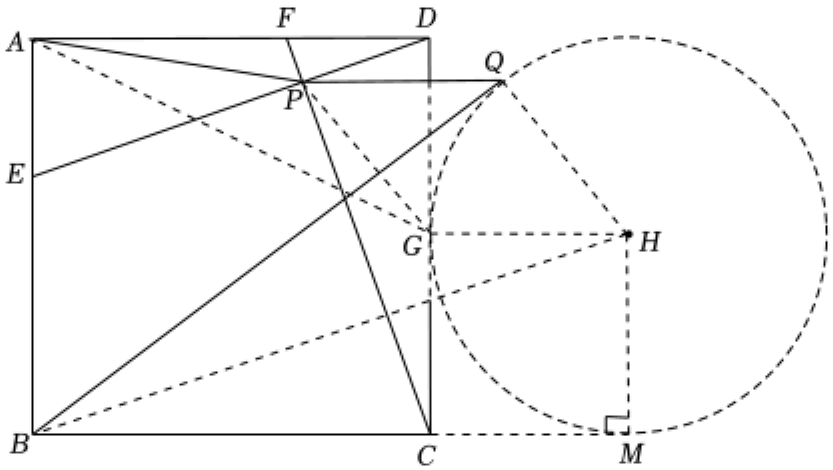
∴当 BQ 与$\odot H$ 相切时，$\angle CBQ$ 的度数最大，

则 BM 是$\odot H$ 的切线，

∴$BQ=BM=BC+CM=4+2=6$，故④错误．

所以正确的有 3 个．

故选：C．



二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分，其中第 18 题第一空 1 分，第二空 2 分，不需写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应的位置上.）

11.（3 分）－27 的立方根是 ＿－3＿．

【答案】见试题解答内容

【分析】根据立方根的定义求解即可．

【解答】解：∵（－3）^{3}＝－27，

∴ $\sqrt[3]{-27}=-3$

故答案为：－3．

12.（3 分）分解因式：$ax^2+2ax+a$＝＿$a(x+1)^2$＿．

【答案】见试题解答内容

【分析】先提取公因式，再根据完全平方公式进行二次分解．完全平方公式：$a^2\pm2ab+b^2=(a\pm b)^2$．

【解答】解：$ax^2+2ax+a$，

$=a(x^2+2x+1)$ －－（提取公因式）

$=a(x+1)^2$． －－（完全平方公式）

13.（3 分）设 x_1、x_2 是方程 $x^2+mx-2=0$ 的两个根，且 $x_1+x_2=2x_1x_2$，则 m＝＿4＿．

【答案】4．

【分析】由根与系数的关系可得 $x_1+x_2=-m$，$x_1x_2=-2$，结合 $x_1+x_2=2x_1x_2$ 可得出关于 m 的一元一次方程，解之即可得出结论．

【解答】解：∵x_1、x_2 是方程 $x^2+mx-2=0$ 的两个根，

$\therefore x_1+x_2=-m$，$x_1x_2=-2$．

$\because x_1+x_2=2x_1x_2$，

$\therefore -m=2\times(-2)$，

解得 $m=4$．

故答案为：4．

14．（3 分）请写出一个函数的表达式，使其图象分别与 x 轴的负半轴、y 轴的负半轴相交：__$y=-x-1$（答案不唯一）__．

【答案】$y=-x-1$（答案不唯一）．

【分析】设函数的解析式为 $y=kx+b$（$k\neq0$），再根据一次函数的图象分别与 x 轴、y 轴的负半轴相交可知 $k<0$，$b<0$，写出符合此条件的函数解析式即可．

【解答】解：设一次函数的解析式为 $y=kx+b$（$k\neq0$），

$\because$一次函数的图象分别与 x 轴的负半轴、y 轴的负半轴相交，

$\therefore k<0$，$b<0$，

$\therefore$符合条件的函数解析式可以为：$y=-x-1$（答案不唯一）．

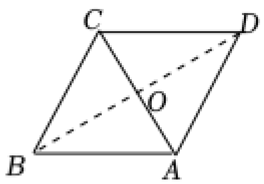
故答案为：$y=-x-1$（答案不唯一）．

15．（3 分）已知菱形 $ABCD$ 中，对角线 $AC=4$，$\angle ABC=60°$，则菱形 $ABCD$ 的面积是 __$8\sqrt{3}$__．

【答案】$8\sqrt{3}$．

【分析】根据菱形的性质可得 $BA=BC$，$BD\perp AC$，$AO=CO=\frac{1}{2}AC=2$，$BO=DO=\frac{1}{2}BD$，然后证明$\triangle ABC$是等边三角形，可得 $BC=AC$，再利用勾股定理求出 BO 长，进而可得 BD 长，然后根据菱形的面积公式进行计算即可．

【解答】解：连接 BD，交 AC 于 O，



$\because$四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore BA=BC$，$BD\perp AC$，$AO=CO=\frac{1}{2}AC=2$，$BO=DO=\frac{1}{2}BD$，

$\because \angle B=60°$，

∴△ABC是等边三角形，

∴$BC=AC=4$，

∵$BD\perp AC$，

∴$\angle CBO=30°$，

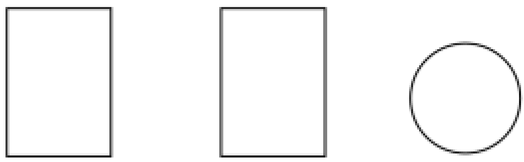
∴$BO=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$，

∴$BD=4\sqrt{3}$，

∴菱形$ABCD$面积为：$\frac{1}{2}\cdot AC\cdot BD=\frac{1}{2}\times 4\times 4\sqrt{3}=8\sqrt{3}$，

故答案为：$8\sqrt{3}$.

16.（3分）某几何体的三视图如图所示，已知主视图和左视图是两个全等的矩形．若主视图的相邻两边长分别为2和4，俯视图是直径等于2的圆，则这个几何体的体积为 <u>4π</u> .



主视图　　左视图　　俯视图

【答案】4π.

【分析】由三视图得此几何体为：圆柱，并得到圆柱的底面半径和高，由体积公式计算出几何体的体积．

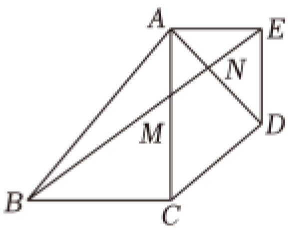
【解答】解：由三视图知几何体为圆柱，

且底面圆的半径是1，高是4，

∴这个几何体的体积为：$\pi\times 1^2\times 4=4\pi$.

故答案为：4π.

17.（3分）如图，△ABC，△ACD，△ADE均为等腰直角三角形，其中$\angle ACB=\angle ADC=\angle AED=90°$，连接$BE$，分别与$AC$、$AD$交于点$M$、$N$，则$BM$：$MN$：$NE$= <u>10：2：3</u> .



【答案】10：2：3．

【分析】设 $AE=a$，根据等腰直角三角形的性质可得 $AE=DE=a$，$AD=\sqrt{2}a$，$\angle EAD=\angle EDA=45°$，从而可得 $AD=CD=\sqrt{2}a$，$AC=\sqrt{2}AD=2a$，$\angle DAC=45°$，进而可得$\angle EAC=90°$，再根据等腰直角三角形的性质可得 $AC=BC=2a$，然后证明 8 字模型相似三角形$\triangle AME\backsim\triangle CMB$，从而利用相似三角形的性质可得$\frac{AM}{MC}=\frac{EM}{BM}=\frac{AE}{BC}=\frac{1}{2}$，进而可得 $BM=2EM$，$AM=\frac{2}{3}a$，再证明 8 字模型相似三角形$\triangle ANM\backsim\triangle DNE$，从而利用相似三角形的性质可得$\frac{AM}{DE}=\frac{MN}{NE}=\frac{2}{3}$，最后可设 $MN=2k$，则 $NE=3k$，从而可得 $EM=5k$，进入可得 $BM=2EM=10k$，进行计算即可解答．

【解答】解：设 $AE=a$，

$\because\triangle ADE$ 为等腰直角三角形，$\angle AED=90°$，

$\therefore AE=DE=a$，$AD=\sqrt{2}a$，$\angle EAD=\angle EDA=45°$，

$\because\triangle ADC$ 为等腰直角三角形，$\angle ADC=90°$，

$\therefore AD=CD=\sqrt{2}a$，$AC=\sqrt{2}AD=2a$，$\angle DAC=45°$，

$\therefore\angle EAC=\angle EAD+\angle DAC=90°$，

$\because\triangle ABC$ 为等腰直角三角形，$\angle ACB=90°$，

$\therefore AC=BC=2a$，

$\because\angle EAC=\angle ACB=90°$，$\angle AME=\angle CMB$，

$\therefore\triangle AME\backsim\triangle CMB$，

$\therefore\frac{AM}{MC}=\frac{EM}{BM}=\frac{AE}{BC}=\frac{1}{2}$，

$\therefore BM=2EM$，$AM=\frac{1}{3}AC=\frac{2}{3}a$，

$\because\angle DAC=\angle EDA=45°$，$\angle ANM=\angle DNE$，

$\therefore\triangle ANM\backsim\triangle DNE$，

$\therefore\frac{AM}{DE}=\frac{MN}{NE}=\frac{\frac{2}{3}a}{a}=\frac{2}{3}$，

$\therefore$设 $MN=2k$，则 $NE=3k$，

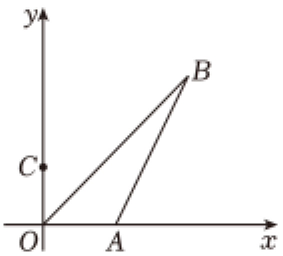
$\therefore EM=MN+EN=5k$，

$\therefore BM=2EM=10k$，

∴BM：MN：NE＝10：2：3，

故答案为：10：2：3．

18．（3 分）平面直角坐标系中，A（2，0）、B（4，4），连接 OB、AB，则 $\tan\angle B$＝__$\frac{1}{3}$__；点 C 在 y 轴上，作点 C 关于直线 OB、AB 的对称点 D、E，则 DE 的最小值为 __$\frac{4}{5}\sqrt{10}$__．



【答案】$\frac{1}{3}$；$\frac{4}{5}\sqrt{10}$．

【分析】依据题意，作 $BH\perp x$ 轴，$AG\perp OB$，由 B（4，4）可得 OB 的值及$\angle AOB$＝45°，从而解 Rt△AGB 可得 $\tan\angle B$；设 C（0，c），则可得点 C 关于直线 OB 的对称点为 D（c，0），点 C 关于 AB 的对称点 E（$\frac{16+4c}{5}$，$\frac{3c-8}{5}$），再由两点间的距离可求得最小值．

【解答】解：如图 1，作 $BH\perp x$ 轴，$AG\perp OB$，

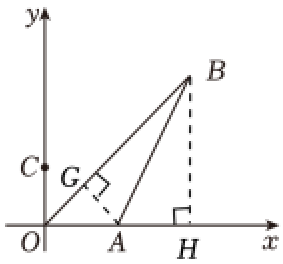


图1

∵B（4，4），

∴$OB=\sqrt{BH^2+OH^2}=4\sqrt{2}$，$\angle AOB$＝45°．

又 A（2，0），

∴$AG=OG=\sqrt{2}$．

∴$BG=OB-OG=3\sqrt{2}$．

在 Rt△AGB 中，$\tan\angle B=\frac{AG}{BG}=\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}=\frac{1}{3}$；

如图 2，设 C（0，c），

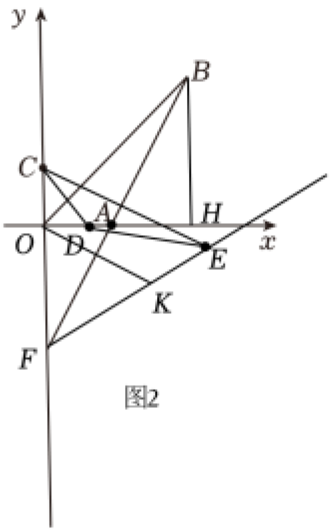


图2

∴点 C 关于直线 OB 的对称点为 D（c，0）.

∵A（2，0），B（4，4），

∴直线 AB 为 $y=2x-4$.

∵$CE\perp AB$，C（0，c）

∴直线 CE 为 $y=-\frac{1}{2}x+c$.

∵A（2，0），B（4，4），

∴$\triangle OAF\cong\triangle HAB$.

∴F（0，-4）.

又∵$\angle OFB=\angle ABH$，

∴O 关于直线 AB 的对称点 K（$\frac{16}{5}$，$-\frac{8}{5}$）.

∴直线 EF 为 $y=\frac{3}{4}x-4$.

又直线 CE 为 $y=-\frac{1}{2}x+c$，

∴E（$\frac{16+4c}{5}$，$\frac{3c-8}{5}$）.

∴$DE=\sqrt{(c-\frac{16+4c}{5})^2+(0-\frac{3c-8}{5})^2}=\sqrt{\frac{2}{5}(c^2-8c+32)}=\sqrt{\frac{2}{5}(c-4)^2+\frac{32}{5}}$.

∴当 $c=4$ 时，DE 取最小值为 $\frac{4}{5}\sqrt{10}$.

故答案为：$\frac{1}{3}$；$\frac{4}{5}\sqrt{10}$.

三、解答题（本大题共 10 小题，共 96 分，请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤等。）

19．（8分）（1）计算：$\pi^0-\sqrt{9}+(\frac{1}{3})^{-2}$；

（2）化简：$\frac{x^2-16}{x+4}\div\frac{2x-8}{4x}$．

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）运用零指数幂、负整数指数幂法则计算即可；

（2）先分解因式，然后约分．

【解答】解：（1）原式＝$1-3+9$

＝7；

（2）原式＝$\frac{(x+4)(x-4)}{x+4}\cdot\frac{4x}{2(x-4)}$

＝$2x$；

20．（8分）（1）解方程：$x^2-4x+2=0$；

（2）解不等式：$2(x-3)+1\leqslant 5x$．

【答案】（1）$x_1=2+\sqrt{2}$，$x_2=2-\sqrt{2}$；

（2）$x\geqslant-\frac{5}{3}$．

【分析】（1）利用配方法得到$(x-2)^2=2$，然后利用直接开平方法解方程；

（2）先去括号、移项得到$2x-5x\leqslant 6-1$，然后合并后把x的系数化为1即可．

【解答】解：（1）$x^2-4x+2=0$，

$x^2-4x=-2$，

$x^2-4x+4=2$，

$(x-2)^2=2$，

$x-2=\pm\sqrt{2}$，

所以$x_1=2+\sqrt{2}$，$x_2=2-\sqrt{2}$；

（2）去括号，得$2x-6+1\leqslant 5x$，

移项，得$2x-5x\leqslant 6-1$，

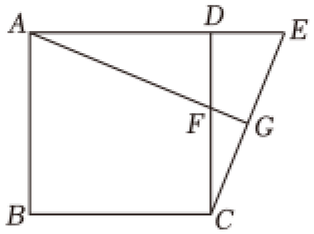
合并，得$-3x\leqslant 5$，

系数化为1得$x\geqslant-\frac{5}{3}$．

21．（10分）如图，正方形$ABCD$的边长为1，点F在CD边上，延长AD到点E，使得$DE=DF$，连接CE．

（1）求证：$\triangle ADF\cong\triangle CDE$；

（2）若延长 AF 与 CE 恰好相交于中点 G，求 DE 的长.



【答案】（1）见解析过程；

（2）$\sqrt{2}-1$.

【分析】（1）依据正方形的性质，即可得到 $AD=CD$，$\angle ADF=\angle CDE=90^\circ$，再根据 $DE=DF$，即可得到$\triangle ADF\cong\triangle CDE$；

（2）连接 AC，依据全等三角形的性质，即可得出 $AG\perp CE$；再根据 G 是 CE 中点，即可得到 AG 是 CE 的垂直平分线，即可得到 $AE=AC=\sqrt{2}$；最后依据 $DE=AE-AD$ 进行计算即可.

【解答】解：（1）∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$AD=CD$，$\angle ADF=\angle CDE=90^\circ$，

在$\triangle ADF$ 和$\triangle CDE$ 中，

$$\begin{cases} AD=CD \\ \angle ADF=\angle CDE, \\ DF=DE \end{cases}$$

∴$\triangle ADF\cong\triangle CDE$（$SAS$）；

（2）如图，连接 AC，则 $AC=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，

∵$\triangle ADF\cong\triangle CDE$,

∴$\angle AFD=\angle E$,

又∵$\angle DAF+\angle AFD=90^\circ$，

∴$\angle DAF+\angle E=90^\circ$，

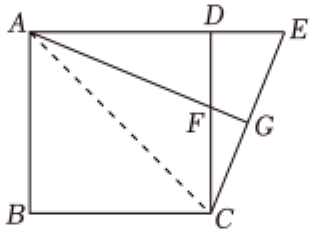
∴$AG\perp CE$,

又∵G 是 CE 的中点，

∴AG 垂直平分 CE,

∴$AE=AC=\sqrt{2}$，

∴$DE=AE-AD=\sqrt{2}-1$.



22.（10分）为落实“垃圾分类”，环保部门要求垃圾要按 A，B，C，D 四类分别装袋、投放，其中 A 类指废电池、过期药品等有害垃圾；B 类指剩余食品等厨余垃圾；C 类指塑料、废纸等可回收物；D 类指其他垃圾．大伟投放了一袋垃圾，小亮投放了两袋不同类的垃圾．

（1）直接写出大伟投放的垃圾恰好是 A 类的概率是 ___14___；

（2）如果大伟投放的垃圾是 A 类，请用画树状图或列表的方法求小亮投放的两袋垃圾与大伟投放的垃圾均是不同类的概率．

【答案】（1）$\frac{1}{4}$；

（2）$\frac{1}{2}$.

【分析】（1）直接根据概率公式求解即可；

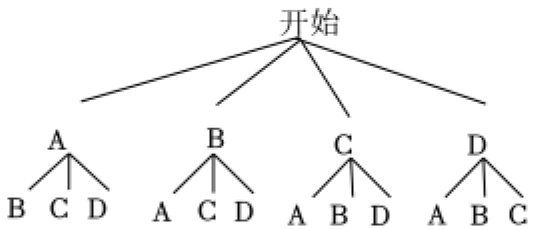
（2）根据题意画出树状图得出所有等情况数，找出符合条件的情况数，然后根据概率公式即可得出答案．

【解答】解：（1）∵垃圾要按 A，B，C，D 四类分别装袋、投放，分别是：A 类指废电池、过期药品等有害垃圾；B 类指剩余食品等厨余垃圾；C 类指塑料、废纸等可回收物；D 类指其他垃圾，

∴大伟投放的垃圾恰好是 A 类的概率是：$\frac{1}{4}$；

故答案为：$\frac{1}{4}$；

（2）根据题意画树状图如下：



小亮投放垃圾共12种，恰有一袋与小明不一样是 A 类的有6种，

则小亮投放的两袋垃圾与大伟投放的垃圾均是不同类的概率：$\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$.

23.（10 分）“科技兴国”，科技企业在社会生产生活中的地位越来越重要．调查某科技企业五年以来的研发成本和年度利润率，将相关数据绘制成如下统计图和统计表：

2018 年﹣2022 年利润率

年份	利润率
2018 年	6.3%
2019 年	5.2%
2020 年	6.7%
2021 年	9.1%
2022 年	17.4%

（1）2022 年度该企业总成本是 <u>　17　</u>亿元；

（2）求该企业五年以来的年平均研发成本；

（3）根据统计图和统计表中的信息，进行综合分析，写出两个不同类型的结论．

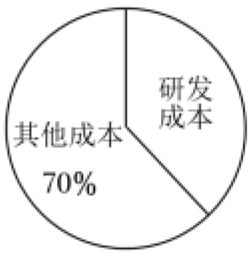


图1

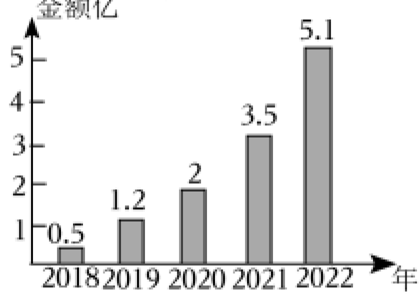


图2

【答案】（1）17；

（2）2.46；

（3）答案不唯一．

【分析】（1）用 2022 年研发成本除以研发成本占总成本的百分比可得；

（2）根据算术平均数的定义求解可得；

（3）本题答案不唯一，合理即可．

【解答】解：（1）2022 年度该企业总成本是 5.1÷（1﹣70%）＝17（亿元），

故答案为：17．

（2）（0.5+1.2+2+3.5+5.1）÷5＝2.46（亿元）.

该企业五年以来的年平均研发成本为 2.46 亿元.

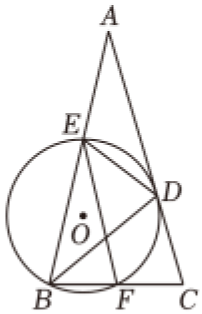
（3）①该企业 2022 年的总成本为 17 亿元，2022 年的利润率是 17.4%，所以 2022 年的利润是 17×17.4%＝2.958（亿元）.

②该企业近五年的研发成本分别是 0.5 亿元、1.2 亿元、2 亿元、3.5 亿元、5.1 亿元，年利润率分别是 6.3%、5.2%、6.7%、9.1%、17.4%，可以看出增加研发成本短期会使得年利润率下降，但是长期能使得年利润率大幅上升.

24.（10 分）如图，在△ABC 中，$AB=AC$，E 为 AB 上一点，作 $EF\parallel AC$，与 BC 交于点 F，经过点 B、E、F 的⊙O 与 AC 相切于点 D，连接 BD、ED.

（1）求证：BD 平分∠ABC；

（2）若 $AE=4$，$BE=5$，求 AD 的长.



【答案】（1）证明见解答；

（2）AD 的长为 6.

【分析】（1）连接 OD、OE、FD，则$\angle ODE=\angle OED$，可推导出$\frac{1}{2}\angle DOE+\angle ODE=90^\circ$，而$\angle ABD=\frac{1}{2}\angle DOE$，则$\angle ABD+\angle ODE=90^\circ$，由切线的性质得$\angle ODA=90^\circ$，则$\angle ADE+\angle ODE=90^\circ$，所以$\angle ABD=\angle ADE$，由 $EF\parallel AC$，得$\angle CBD=\angle FED=\angle ADE$，则$\angle ABD=\angle CBD$，所以 BD 平分$\angle ABC$；

（2）由$\angle ABD=\angle ADE$，$\angle A=\angle A$，证明$\triangle ABD\backsim\triangle ADE$，则$\frac{AB}{AD}=\frac{AD}{AE}$，所以 $AD=\sqrt{AB\cdot AE}=6$.

【解答】（1）证明：连接 OD、OE、FD，则 $OF=OD$，

$\therefore\angle ODE=\angle OED$，

∴$\angle DOE+\angle ODE+\angle OED=\angle DOE+2\angle ODE=180^\circ$，

∴$\frac{1}{2}\angle DOE+\angle ODE=90^\circ$，

∵$\angle ABD=\frac{1}{2}\angle DOE$,

∴$\angle ABD+\angle ODE=90^\circ$，

∵$\odot O$与 AC 相切于点 D,

∴$AC\perp OD$,

∴$\angle ODA=90^\circ$，

∴$\angle ADE+\angle ODE=90^\circ$，

∴$\angle ABD=\angle ADE$,

∵$EF\parallel AC$,

∴$\angle CBD=\angle FED=\angle ADE$,

∴$\angle ABD=\angle CBD$,

∴BD 平分$\angle ABC$.

（2）解：∵$\angle ABD=\angle ADE$，$\angle A=\angle A$,

∴$\triangle ABD\backsim\triangle ADE$,

∴$\frac{AB}{AD}=\frac{AD}{AE}$,

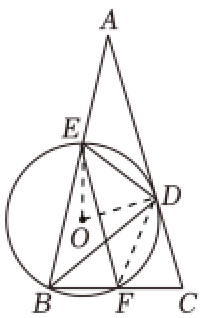
∴$AD^2=AB\cdot AE$,

∵$AE=4$，$BE=5$,

∴$AB=AE+BE=4+5=9$,

∴$AD=\sqrt{AB\cdot AE}=\sqrt{9\times 4}=6$,

∴AD 的长为 6.

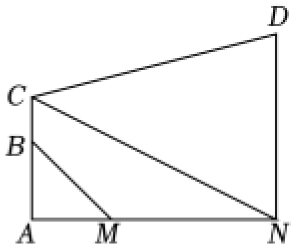


25.（10 分）中国人民解放军海军无锡舰（舷号：104）是我国海军最新的 055 型驱逐舰．2022 年 8 月，无锡舰奔赴某海域开展为期数天的海上多科目实战

化训练．如图，无锡舰从海上 A 处沿正北方向航行，当到达 B 处时，位于 A 处正东方向的观测船 M 测得无锡舰此时位于北偏西 45°方向，当无锡舰继续航行 40 海里到达 C 处时，由位于 M 处正东方向 120 海里的观测船 N 测得无锡舰此时位于北偏西 60°方向．

（1）求 A、B 两处之间的距离；

（2）接到上级任务指令，无锡舰需在 C 处作机动转弯，且∠ACD＝105°，求观测船 N 到其正北方向上点 D 的距离．



【答案】（1）A、B 两处之间的距离为 $40\sqrt{3}$海里；

（2）观测船 N 到其正北方向上点 D 的距离为 160 海里．

【分析】（1）设 $AM=AB=x$ 海里，则 $AC=AB+BC=$（$x+40$）海里，在 Rt△ACN 中，根据三角函数的定义得到关于 x 的方程，解方程即可求出 AB；

（2）由含 30 度直角三角形的性质求得 $CN=80+80\sqrt{3}$，并证得 $CE=DE$，过点 D 作 $DE\perp CN$ 于 E，在 Rt△DNE 中，根据三角函数的定义得到关于 DE 的方程，求出 DE，再根据三角函数的定义求出 DN．

【解答】解：(1) 设 $AB=x$ 海里，由题意得∠A＝∠AND＝90°，∠ABM＝45°，

∴∠AMB＝45°＝∠ABM，

∴$AM=AB=x$ 海里，

在 Rt△ACN 中，∠ANC＝90°－60°＝30°，$AC=AB+BC=$（$x+40$）海里，

$AN=AM+MN=$（$x+120$）海里，$\tan30°=\frac{AC}{AN}$，

∴$\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{x+40}{x+120}$，

解得 $x=40\sqrt{3}$，

经检验 $x=40\sqrt{3}$是方程的解，

∴$AB=40\sqrt{3}$海里．

答：A、B 两处之间的距离为 $40\sqrt{3}$海里；

（2）在 Rt△ACN 中，∠ANC＝30°，$AC=AB+40=$（$40\sqrt{3}+40$）海里，

∴$CN=2AC=$（$80+80\sqrt{3}$）海里，

过点 D 作 $DE\perp CN$ 于 E，

∵$\angle ACN=90^\circ-30^\circ=60^\circ$，$\angle ACD=105^\circ$，

∴$\angle DCE=105^\circ-60^\circ=45^\circ$，

∴$\angle CDE=45^\circ=\angle DCE$，

∴$CE=DE$，

在 Rt△DNE 中，

$\angle DNE=90^\circ-30^\circ=60^\circ$，$EN=CN-CE=80+80\sqrt{3}-DE$，$\tan60^\circ=\frac{DE}{EN}$，

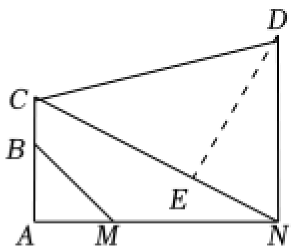
∴$\sqrt{3}=\frac{DE}{80+80\sqrt{3}-DE}$，

∴$DE=80\sqrt{3}$，

∵$\sin60^\circ=\frac{DE}{DN}$，

∴$DN=\frac{80\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=160$（海里）.

答：观测船 N 到其正北方向上点 D 的距离为 160 海里.

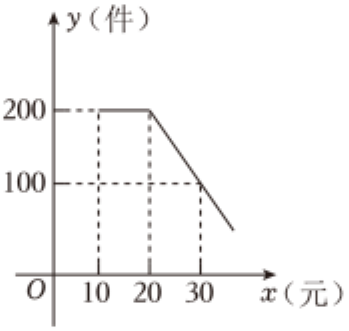


26.（10 分）网络直销相对于传统直销而言，没有地域限制且市场可期待值高，因而一些传统商家开始向线上转型．某商家通过“直播带货”，一季度实物商品网上零售额因此得以逆势增长．若该商家销售一种进价为每件 10 元的日用商品，经调查发现，该商品每天的销售量 y（件）与销售单价 x（元）（$x\geqslant10$）满足如图所示的函数关系，设销售这种商品每天的利润为 w（元）.

（1）当销售单价为 32 元时，此时商品每天的销售量为 <u>80</u>；

（2）求 w 与 x 之间的函数关系式；

（3）若每天至少销售 120 件，且销售单价不低于 18 元时，求每天所获利润 w 的取值范围.



【答案】（1）80；

（2）$w=\begin{cases}200x-2000(10\leqslant x\leqslant 20)\\-10x^2+500x-4000(x\geqslant 20)\end{cases}$；

（3）$1600\leqslant w\leqslant 2250$.

【分析】（1）利用待定系数法求得 $x\geqslant 20$ 时的函数关系式，再 $x=32$ 即可求解；

（2）根据每天的利润等于每件的利润乘以销售量，列出函数关系式并化简即可；

（3）根据题意列不等式组，即可求解.

【解答】解：（1）当 $x\geqslant 20$ 时，设函数关系式为 $y=kx+b$，

把 $x=20$，$y=200$；$x=30$，$y=100$ 代入 $y=kx+b$，

得 $\begin{cases}20k+b=200\\30k+b=100\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}k=-10\\b=400\end{cases}$，

函数关系式为 $y=-10x+400$（$x\geqslant 20$），

当 $x=32$ 时，$y=80$，

故答案为：80；

（2）由图象得当 $10\leqslant x\leqslant 20$ 时，设函数关系式为 $y=200$，

根据题意得 $w=(x-10)y=(x-10)\times 200=200x-2000$；

由（1）得当 $x\geqslant 20$ 时，设函数关系式为 $y=-10x+400$，

根据题意得 $w=(x-10)y=(x-10)(-10x+400)=-10x^2+500x-4000$；

$\therefore w=\begin{cases}200x-2000(10\leqslant x\leqslant 20)\\-10x^2+500x-4000(x\geqslant 20)\end{cases}$；

（3）由题意得 $\begin{cases}-10x+400\geqslant 120\\x\geqslant 18\end{cases}$，

解得 $18\leqslant x\leqslant 28$，

当 $18\leqslant x\leqslant 20$ 时，则 $1600\leqslant 200x-2000\leqslant 2000$，

即 $1600\leqslant w\leqslant 2000$；

当 $20\leqslant x\leqslant 28$ 时，应为 $x=25$ 时有最大值 2250，则 $2000\leqslant -10x^2+500x-4000\leqslant 2250$，

$2000\leqslant w\leqslant 2250$，

所以 w 的取值范围为 $1600\leqslant w\leqslant 2250$.

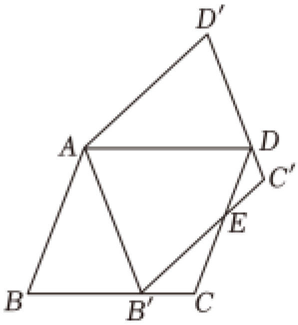
27.（10分）如图，将不是矩形的▱$ABCD$ 绕点 A 旋转得到▱$AB'C'D'$.

（1）当点 B' 落在边 BC 上，且 $B'C$ 与边 CD 相交于点 E 时，

①点 D ___在___ CD' 上（填"在"或"不在"）；

②如果点 B'、E 分别为边 BC、CD 的中点，求 $\frac{AB}{BC}$ 的值；

（2）当点 B' 落在对角线 AC 上，且 $B'C$ 经过边 AD 的中点 M 时，设 $\frac{AB}{BC}=x$，$\frac{S_{\triangle AB'M}}{S_{▱ABCD}}=y$，求 y 关于 x 的函数关系式，并写出 x 的取值范围.



【答案】（1）①在；②$\frac{\sqrt{3}}{2}$；

（2）$y=\frac{1}{2}x^2$，$\frac{\sqrt{3}-1}{2}<x\leqslant \frac{\sqrt{2}}{2}$..

【分析】（1）①先证明△BAB'∽△DAD'，得出∠ABB'=∠$AD'D$，再结合旋转的性质和平行四边形的性质，得出∠$AD'D$=∠$AB'B$=∠ADC=∠$AD'C'$，从而得到 D 在 CD 上；

②设 $AB=2a$，$BC=2b$，$CE=m$，则 $\frac{AB}{BC}=\frac{a}{b}$，利用△$BAB'$∽△$DAD'$求出 $DD'=\frac{b^2}{a}$，继而求出 $CD'=2a-\frac{b^2}{a}$，再利用△$B'EC$∽△DEC'得到 $\frac{B'E}{DE}=\frac{CE}{C'E}=\frac{B'C}{DC'}$，即 $\frac{2b-m}{a}=\frac{a}{m}=\frac{b}{2a-\frac{b^2}{a}}=\frac{ab}{2a^2-b^2}$，再消去 m 得到 $4a^4-$

$7a^2b^2+3b_4=0$，从而得到$\frac{a}{b}=\frac{\sqrt{3}}{2}$或$\frac{a}{b}=1$，检验发现$\frac{a}{b}=1$不合题意，取$\frac{a}{b}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

即$\frac{AB}{AC}=\frac{\sqrt{3}}{2}$；

（2）设$AB=2a$，$BC=2b$，则$x=\frac{AB}{BC}=\frac{a}{b}$，作$B'E\perp AD$于$E$，$AF\perp BC$于$F$，

证明$\triangle ABC\backsim\triangle MB'A$得到$\frac{AC}{MA}=\frac{BC}{B'A'}$，从而得到$AC=\frac{b^2}{a}$，再证明$\triangle ACF\backsim\triangle B'AE$得到$\frac{B'E}{AF}=\frac{2a^2}{b^2}$，从而得到$y=\frac{S_{\triangle AB'M}}{S_{平行四边形ABCD}}=\frac{\frac{1}{2}AM\cdot B'E}{BC\cdot AF}=\frac{1}{2}x^2$，

利用$AB'\leqslant AC$，即$2a\leqslant\frac{b^2}{a}$得到$0<x\leqslant\frac{\sqrt{2}}{2}$，由此得解．

【解答】解：（1）①在，理由如下：

旋转的性质可知：$AB=AB'$，$AD=AD'$，$\angle BAD=\angle BAD$，

$\therefore\angle BAB'=\angle DAD'$，$\frac{AB}{AB'}=\frac{AD}{AD'}$，

$\therefore\triangle BAB'\backsim\triangle DAD'$，

$\therefore\angle AB'B=\angle AD'D$，

又$\because$四边形$ABCD$是平行四边形，$AB=AB'$，

$\therefore\angle AB'B=\angle B=\angle ADC$，

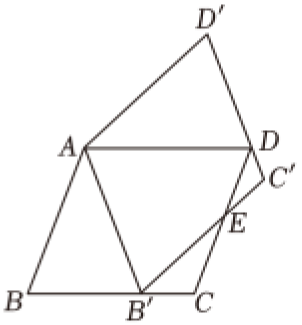
又$\because$▱$ABCD$绕点A旋转得到▱$AB'C'D'$，

$\therefore\angle AD'D=\angle AB'B=\angle ADC=\angle AD'C'$，

$\therefore$点D在$C'D'$上，

故答案为：在；

②设$AB=2a$，$BC=2b$，$C'E=m$，则$\frac{AB}{BC}=\frac{a}{b}$，



$\because$四边形$ABCD$是平行四边形，

$\therefore CD=AB=2a$，$AD=BC=2b$，

又$\because$点B'、E分别为边BC、CD的中点，

∴$BB'=B'C=b$，$CE=DE=a$.

旋转的性质可知：$AB=AB'$，$AD=AD'$，$\angle BAD=\angle BAD$，$\angle C=\angle C'$，

∴$\angle BAB'=\angle DAD'$，$\frac{AB}{AB'}=\frac{AD}{AD'}$，

∴$\triangle BAB'\backsim\triangle DAD'$，

∴$\frac{AB}{AD}=\frac{BB'}{DD'}$，即$\frac{2a}{2b}=\frac{b}{DD'}$，

∴$DD'=\frac{b^2}{a}$，

又∵▱$ABCD$ 绕点 A 旋转得到▱$AB'C'D'$，

∴$CD'=CD=2a$，$BC=B'C'=2b$，$B'E=B'C'-C'E=2b-m$，

∴$CD'=C'D'-DD'=2a-\frac{b^2}{a}$，

∵$\angle C=\angle C'$，$\angle B'EC=\angle DEC'$，

∴$\triangle B'EC\backsim\triangle DEC'$，

∴$\frac{B'E}{DE}=\frac{CE}{C'E}=\frac{B'C}{DC'}$，即$\frac{2b-m}{a}=\frac{a}{m}=\frac{b}{2a-\frac{b^2}{a}}=\frac{ab}{2a^2-b^2}$，

由$\frac{a}{m}=\frac{ab}{2a^2-b^2}$得：$m=\frac{2a^2-b^2}{b}$，

由$\frac{2b-m}{a}=\frac{ab}{2a^2-b^2}$得：$\frac{m}{a}=\frac{2b}{a}-\frac{ab}{2a^2-b^2}$，

∴$\frac{m}{a}\times\frac{a}{m}=(\frac{2b}{a}-\frac{ab}{2a^2-b^2})\times\frac{ab}{2a^2-b^2}=1$，

∴$\frac{2b^2}{2a^2-b^2}-\frac{a^2b^2}{(2a^2-b^2)^2}=1$，

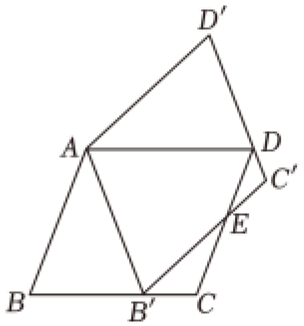
∴$2b^2(2a^2-b^2)-a^2b^2=(2a^2-b^2)^2$，

∴整理得：$4a^4-7a^2b^2+3b^4=0$，即$(4a^2-3b^2)(a^2-b^2)=0$，

∴$4a^2=3b^2$或$a^2=b^2$，

∴$\frac{a}{b}=\frac{\sqrt{3}}{2}$或$\frac{a}{b}=1$，

当$\frac{a}{b}=1$时，如图所示，



则 $C'E=m=\frac{2a^2-b^2}{b}=a$，$B'E=2b-m=a$，

∴$B'E=CE=B'C=a$，

∴$\angle C=60°$，

又∵$AB\parallel CD$，

∴$\angle B=180°-\angle C=120°$，

又∵$AB=AB'$，

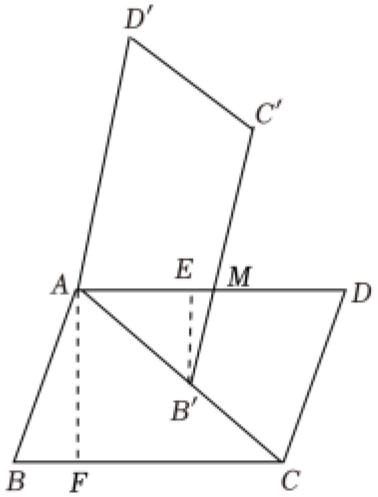
∴$\angle B=\angle AB'B=120°$，

∴$\angle B'AB=180°-\angle B-\angle AB'B=-60°$ （不合题意，舍去），

∴$\frac{a}{b}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，即$\frac{AB}{AC}=\frac{\sqrt{3}}{2}$；

（2）设 $AB=2a$，$BC=2b$，则 $x=\frac{AB}{BC}=\frac{a}{b}$，

根据题意画出图形如下：作 $B'E\perp AD$ 于 E，$AF\perp BC$ 于 F，



∵$B'C$经过边 AD 的中点 M，$AD=BC=2b$，

∴$AM=DM=b$，

由旋转可知：$\angle B=\angle AB'M$，$AB=AB'=2a$，

又∵$AD\parallel BC$，

∴$\angle ACB=\angle MAB'$，

∵$\angle B=\angle AB'M$，$\angle ACB=\angle MAB'$，

∴$\triangle ABC\backsim\triangle MB'A$，

∴$\frac{AC}{MA}=\frac{BC}{B'A}$，即$\frac{AC}{b}=\frac{2b}{2a}$，

∴$AC=\frac{b^2}{a}$，

又∵$\angle ACB=\angle MAB'$，$\angle AFC=\angle B'EA=90°$，

∴$\triangle ACF\backsim\triangle B'AE$，

∴$\frac{AC}{B'A}=\frac{AF}{B'E}$，

∴$\frac{AF}{B'E}=\frac{(\frac{b^2}{a})}{2a}=\frac{b^2}{2a^2}$，$\frac{B'E}{AF}=\frac{2a^2}{b^2}$，

$y=\frac{S_{\triangle AB'M}}{S_{平行四边形ABCD}}=\frac{\frac{1}{2}AM\cdot B'E}{BC\cdot AF}=\frac{AM\cdot B'E}{2BC\cdot AF}=\frac{AM}{2BC}\times\frac{B'E}{AF}=\frac{b}{2\times 2b}\times\frac{2a^2}{b^2}=\frac{1}{2}(\frac{a}{b})^2=\frac{1}{2}x^2$，

由$AB'\leqslant AC$，即$2a\leqslant\frac{b^2}{a}$得：$0<\frac{a}{b}\leqslant\frac{\sqrt{2}}{2}$，即$0<x\leqslant\frac{\sqrt{2}}{2}$，

∴y关于x的函数关系式为$y=\frac{1}{2}x^2$，x的取值范围为$\frac{\sqrt{3}-1}{2}<x\leqslant\frac{\sqrt{2}}{2}$．

28．（10分）定义：经过函数图象上的一点作x轴的平行线，将平行线上方的图象沿平行线向下翻折形成新的函数图象，我们把满足这种情况的函数图象称为经过这一点的“折叠函数”．

【基本应用】

（1）如图，点A（3，0）、B（0，3）、C（m，2）均在直线l上．

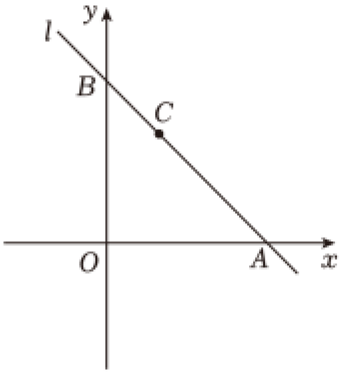
①请使用无刻度的直尺和圆规作出经过点C的“折叠函数”与x轴的交点D（异于点A）；

②求出经过点A、C、D的二次函数表达式；

（2）在（1）的条件下，点P（a，b）为二次函数图象上一动点，若经过点P的“折叠函数”与x轴至少有3个交点，求a的取值范围．

【创新应用】

（3）如果反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$x>0$）的图象上有一点 M（1，3），则经过点 M 的“折叠函数”与 x 轴的交点坐标为 ___（$\frac{1}{2}$，0）___.



【答案】（1）①见解答；②$y=-\frac{1}{2}x^2+x+\frac{3}{2}$；

（2）$1+\sqrt{2}<a<3$ 或 $-1<a<1-\sqrt{2}$；

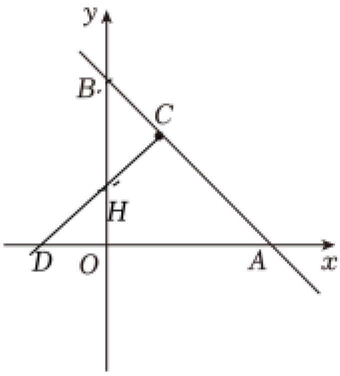
（3）（$\frac{1}{2}$，0）.

【分析】（1）①以点 C 为圆心，以 CB 为半径作弧，交 y 轴于点 H，连接 CH 并延长交 x 轴于点 D，即可求解；②用待定系数法即可求解；

（2）由题意得，$0<b<\frac{1}{2}y_C$时，点 P 的“折叠函数”与 x 轴至少有 3 个交点，进而求解；

（3）当“折叠函数”与 x 轴的恰好有交点时，则（$\frac{1}{2}$，6）这个点关于 $y=3$ 对称，即可求解.

【解答】解：（1）①以点 C 为圆心，以 CB 为半径作弧，交 y 轴于点 H，连接 CH 并延长交 x 轴于点 D，则点 D 为所求点；



②由点 A、B 的坐标得，直线 AB 的表达式为：$y=-x+3$，

当 $y=2$ 时，即 $y=-x+3=2$，则 $x=1$，

即点 C（1，2），

由点的对称性知，点 C 在 BH 的中垂线上，由中点坐标公式得，点 H 的坐标为：（0，1），

由点 C、H 的坐标得，直线 CH 的表达式为：$y=x+1$，

令 $y=x+1=0$，则 $x=-1$，

即点 D（-1，0），

由题意得，抛物线的表达式为：$y=a(x+1)(x-3)=a(x^2-2x-3)$，

将点 C 的坐标代入上式得：$2=a(1-2-3)$，则 $a=-\frac{1}{2}$，

则抛物线的表达式为：$y=-\frac{1}{2}x^2+x+\frac{3}{2}$；

（2）由题意得，$0<b<\frac{1}{2}y_C$ 时，点 P 的"折叠函数"与 x 轴至少有 3 个交点，

即 $0<-\frac{1}{2}a^2+a+\frac{3}{2}<1$，

解得：$1+\sqrt{2}<a<3$ 或 $-1<a<1-\sqrt{2}$；

（3）当反比例函数过点 M 时，则 $k=3$，

即反比例函数的表达式为：$y=\frac{3}{x}$，

当 $y=6$ 时，即 $y=\frac{3}{x}=6$，

则 $x=\frac{1}{2}$，

当"折叠函数"与 x 轴的恰好有交点时，则（$\frac{1}{2}$，6）这个点关于 $y=3$ 对称，

即经过点 M 的"折叠函数"与 x 轴的交点坐标为：（$\frac{1}{2}$，0），

故答案为：（$\frac{1}{2}$，0）.