2022-2023 学年江苏省无锡市锡山区九年级（下）期中数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每题 3 分，共计 30 分．在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请用 2B 铅笔把答题卷上相应的答案涂黑．）

1．（3 分）2023 的相反数是（　　）

A．$\frac{1}{2023}$　　B．$-\frac{1}{2023}$　　C．2023　　D．-2023

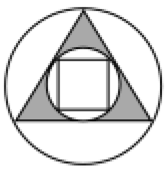
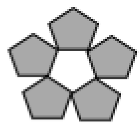
2．（3 分）要使二次根式$\sqrt{x-3}$有意义，则 x 的值可以为（　　）

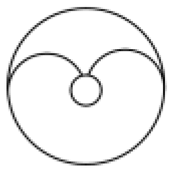
A．0　　B．1　　C．2　　D．4

3．（3 分）下列各式中，计算正确的是（　　）

A．$x^3+x^2=x^5$　　B．$x^3\cdot x^2=x^6$　　C．$x^3\div x^2=x$　　D．$(x^3)^2=x^9$

4．（3 分）下列图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（　　）

A．　　B．

C．　　D．

5．（3 分）下列选项中，最适宜采用全面调查（普查）方式的是（　　）

A．检测神舟十五号飞船的零部件

B．调查某市中学生的视力状况

C．调查安徽省中学生的体育运动情况

D．调查一批节能灯的使用寿命

6．（3 分）《九章算术》是中国古代的一本重要数学著作，其中有一道方程的应用题："五只雀、六只燕，共重 16 两，雀重燕轻．互换其中一只，恰好一样重．问每只雀、燕的重量各为多少？"解：设雀每只 x 两，燕每只 y 两，则可列出方程组为（　　）

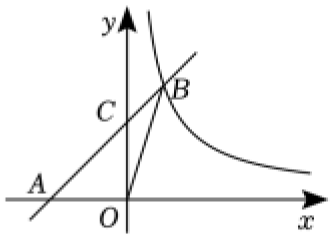
A．$\begin{cases}5x+6y=16\\5x+y=6y+x\end{cases}$　　B．$\begin{cases}5x+6y=16\\4x+y=5y+x\end{cases}$

C. $\begin{cases}6x+5y=16\\6x+y=5y+x\end{cases}$　　　　D. $\begin{cases}6x+5y=16\\5x+y=4y+x\end{cases}$

7.（3分）已知：在△ABC中，$AC=BC$，点D、E分别是边AB、AC的中点，延长DE至点F，使得$EF=DE$，那么四边形$AFCD$一定是（　　）

A. 菱形　　B. 矩形　　C. 直角梯形　　D. 等腰梯形

8.（3分）如图，在平面直角坐标系中，直线$y=kx+4$与y轴交于点C，与反比例函数$y=\frac{m}{x}$在第一象限内的图象交于点B，连接OB，若$S_{\triangle OBC}=4$，$\tan\angle BOC=\frac{1}{3}$，则$m$的值是（　　）



A. 6　　B. 8　　C. 10　　D. 12

9.（3分）如图1，点E为矩形$ABCD$的边AD上一点，动点P，Q同时从点B出发以相同的速度运动，其中，点P沿折线$BE-ED-DC$运动到点C时停止，点Q沿BC运动到点C时停止．设点P出发xs时，△BPQ的面积为$y\ cm^2$，y与x的函数关系如图2所示（曲线OM为抛物线的一部分），则下列结论中正确的有（　　）

①$BE=BC$；②P，Q的运动速度都是$2cm/s$；③$AE=8cm$；④当$x=16$时，$y=30$．

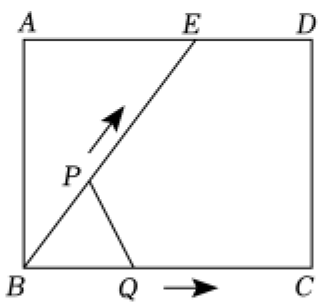


图1

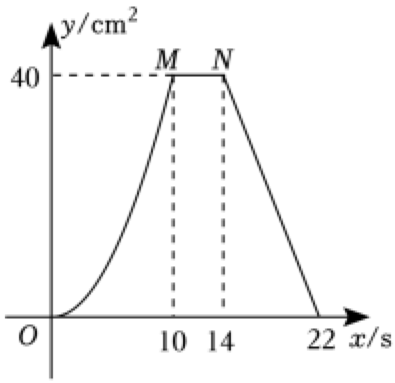
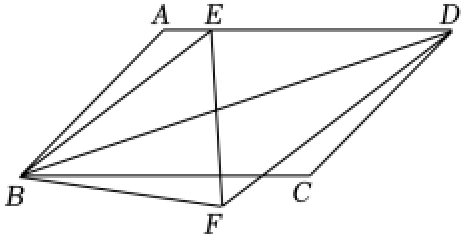


图2

A. ①③　　B. ①④　　C. ①②④　　D. ②③④

10.（3分）已知在平行四边形$ABCD$中，$AB=3\sqrt{2}$，$AD=6$，$\angle ABC=45°$，

点 E 在 AD 上，$BE=DE$，将△ABD 沿 BD 翻折到△FBD，连接 EF，则 EF 的长为（　　）



A．$2\sqrt{3}$　　　　B．$\sqrt{13}$　　　　C．$\sqrt{15}$　　　　D．4

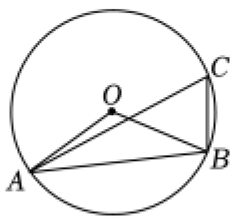
二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共计 24 分．不需要写出解答过程，只需把答案直接填写在答题卷相应位置．）

11．（3 分）中国空间站飞行的圆形轨道周长约为 43000000 米，把 43000000 用科学记数法表示为 ______________．

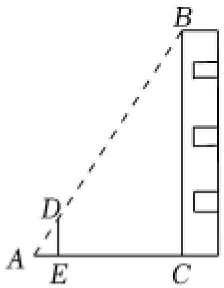
12．（3 分）分解因式：$a^3-a=$__________________．

13．（3 分）已知圆锥的底面半径是 $3cm$，母线长是 $5cm$，则圆锥的侧面积为 cm^2．（结果保留π）

14．（3 分）如图，A、B、C 为⊙O 上三点，若∠$OAB=20°$，则∠ACB 度数为 _________°．



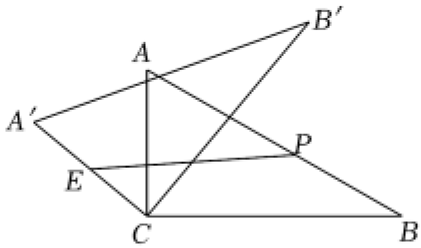
15．（3 分）如图，利用标杆 DE 测量楼高，点 A、D、B 在同一条直线上，$DE⊥AC$，$BC⊥AC$，垂足分别为 E、C．若测得 $AE=1m$，$DE=1.5m$，$CE=5m$，则楼高 BC 为 _______m．



16．（3 分）等边△ABC 中，点 D 在射线 CA 上，且 $AB=2AD$，则 tan∠DBC 的值为 ______________________．

17.（3 分）将二次函数 $y=x^2-4x-3$ 的图象向上平移 a 个单位长度，当抛物线经过点（0，1）时，a 的值为 ________；当抛物线与两坐标轴有且只有 2 个公共点时，a 的值为 __________.

18.（3 分）如图，在 Rt△ABC 中，∠ACB＝90°，∠ABC＝30°，AC＝2，点 P 是边 AB 上的一动点．已知△$A'B'C$≌△ABC，现将△$A'B'C$ 绕点 C 按逆时针方向旋转，点 E 是边 $A'C$ 的中点，则 $S_{\triangle ABC}$＝________________，PE 长度的最小值为 ________________.



三、解答题（本大题共 10 小题，共计 96 分．请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

19.（8 分）（1）计算：$\sqrt{12}+(-2024)^0-4\sin60°$；

（2）化简：$(x+2)^2+x(x-4)$.

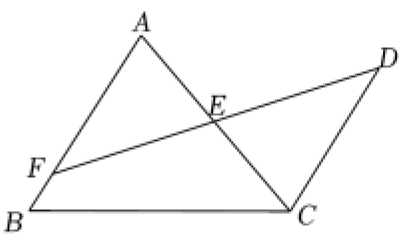
20.（8 分）（1）解方程：$x^2-6x+5=0$；

（2）解不等式组：$\begin{cases} x+3>0 \\ 2(x-1)<4 \end{cases}$.

21.（10 分）已知：如图，在△ABC 中，E 是 AC 的中点，点 F 在 AB 上，CD∥AB，交 FE 的延长线于点 D.

（1）求证：EF＝ED；

（2）若 AB＝8，CD＝6，求 BF 的长.

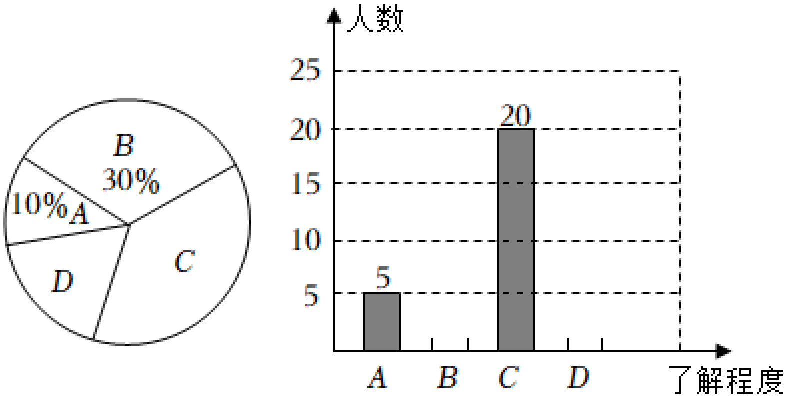


22.（10 分）为了继续宣传新冠疫苗接种的重要性，某小区物业部门准备在已经接种疫苗的居民中招募 2 名志愿宣传者，现有 2 名男性 2 名女性共 4 名居民报名.

（1）从 4 人中抽取 1 人为男性的概率是 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿；

（2）请用列表或画树状图的方法，求要从这 4 人中随机挑选 2 人，恰好抽到一名男性和一名女性的概率．

23．（10 分）实验学校想了解学生家长对“双减”政策的认知情况，随机抽查了部分学生家长进行调查，将抽查的数据结果进行统计，并绘制两幅不完整的统计图（A：不太了解，B：基本了解，C：比较了解，D：非常了解）．请根据图中提供的信息回答以下问题：



（1）请求出这次被调查的学生家长共有多少人？

（2）请补全条形统计图．

（3）试求出扇形统计图中“比较了解”部分所对应的圆心角度数．

（4）该学校共有 2400 名学生家长，估计对“双减”政策了解程度为“非常了解”的学生家长大约有多少？

24．（10 分）如图，已知 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=90°$，请用直尺（不带刻度）和圆规，按下列要求作图（不要求写作法，但要保留作图痕迹）．

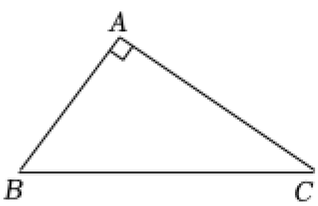


图1

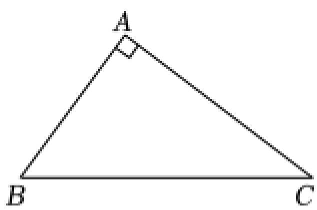


图2

（1）在图 1 中，求作点 D，使四边形 $ABCD$ 为平行四边形；

（2）在图 2 中，求作菱形 $ADCE$，使菱形的顶点 D 落在 BC 边上；

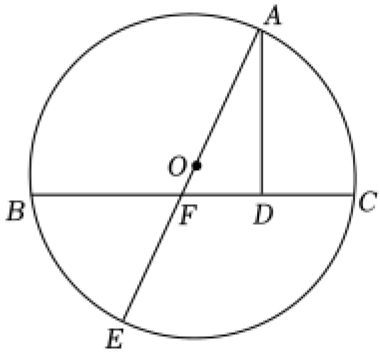
（3）在（2）的条件下，若 $AB=3$，$AC=4$，则菱形 $ADCE$ 周长为 ＿＿＿＿＿＿．

25．（10 分）如图，$\triangle ABC$ 为 $\odot O$ 的内接三角形，$AD\perp BC$，垂足为 D，直径 AE

平分∠BAD，交 BC 于点 F，连结 BE.

（1）求证：∠AEB＝∠AFD；

（2）若 AB＝10，BF＝5，求 DF 的长.



26.（10 分）某体育用品店计划购进篮球、排球共 200 个进行销售，所用资金不超过 5000 元．已知篮球、排球的进价分别为每个 30 元、24 元，每只篮球售价是每只排球售价的 1.5 倍．某学校在该店用 1800 元购买的篮球数比用 1500 元购买的排球数少 10 个．

（1）求篮球、排球的售价分别为每个多少元？

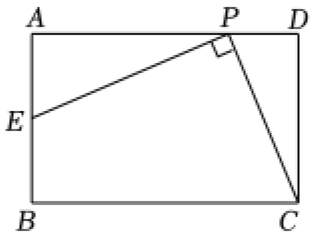
（2）该店为了让利于消费者，决定篮球的售价每个降价 3 元，排球的售价每个降价 2 元，问该店应如何进货才能获得最大利润？（购进的篮球、排球全部销售完.）

27.（10 分）如图，在矩形 $ABCD$ 中，AB＝6，BC＝9，P 是线段 AD 边上的任意一点（不含端点 A、D），连接 PC，过点 P 作 PE⊥PC 交 AB 于 E.

（1）若 DP＝2，则 AE＝__________________；

（2）当点 P 在 AD 上运动时，对应的点 E 也随之在 AB 上运动，求 BE 的取值范围；

（3）在线段 AD 上是否存在不同于 P 的点 Q，使得 QC⊥QE? 若存在，求线段 AP 与 AQ 之间的数量关系；若不存在，请说明理由.



28.（10 分）抛物线 y＝ax^2+bx+c 与 x 轴交于 A（－1，0），B 两点（点 A 在点 B

的左侧)，交 y 轴正半轴于点 C，且 $OB=OC$.

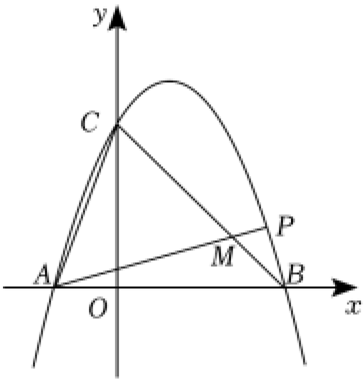


图1

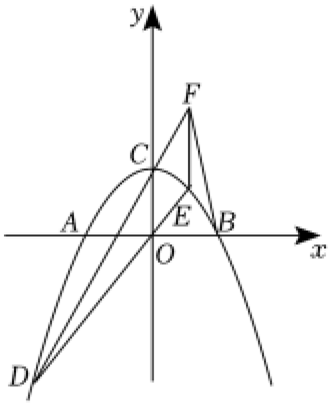


图2

（1）如图 1，已知 C（0，3），①请直接写出 a，b，c 的值；②连接 AC、BC，P 为 BC 上方抛物线上的一点，连接 AP 交 BC 于点 M，若 $AC=AM$，求点 P 的坐标；

（2）如图 2，已知 $OB=1$，D 为第三象限抛物线上一动点，直线 DO 交抛物线于另一点 E，$EF∥y$ 轴交直线 DC 于点 F，连接 BF，求出 $CF+BF$ 的最小值及此时点 D 的坐标.

2022-2023 学年江苏省无锡市锡山区九年级（下）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每题 3 分，共计 30 分．在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请用 2B 铅笔把答题卷上相应的答案涂黑.）

1．（3 分）2023 的相反数是（　　）

A．$\frac{1}{2023}$　　B．$-\frac{1}{2023}$　　C．2023　　D．﹣2023

【答案】D

【分析】只有符号不同的两个数叫做互为相反数，由此即可得到答案．

【解答】解：2023 的相反数是﹣2023．

故选：D．

2．（3 分）要使二次根式$\sqrt{x-3}$有意义，则 x 的值可以为（　　）

A．0　　B．1　　C．2　　D．4

【答案】D

【分析】根据二次根式有意义的条件可得 $x-3\geqslant 0$，再解即可．

【解答】解：由题意得：$x-3\geqslant 0$，

解得：$x\geqslant 3$，

故选：D．

3．（3 分）下列各式中，计算正确的是（　　）

A．$x^3+x^2=x^5$　　B．$x^3\cdot x^2=x^6$　　C．$x^3\div x^2=x$　　D．$(x^3)^2=x^9$

【答案】C

【分析】利用合并同类项的法则，幂的乘方的法则，同底数幂的乘法的法则，同底数幂的除法的法则对各项进行运算即可．

【解答】解：A、x^3 与 x^2 不属于同类项，不能合并，故 A 不符合题意；

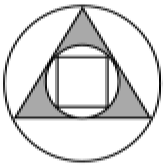
B、$x^3\cdot x^2=x^5$，故 B 不符合题意；

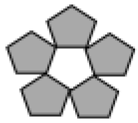
C、$x^3\div x^2=x$，故 C 符合题意；

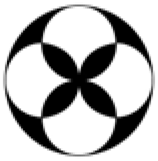
D、$(x^3)^2=x^6$，故 D 不符合题意；

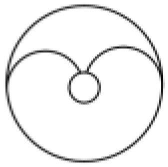
故选：C．

4.（3 分）下列图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】C

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念判断即可.

【解答】解：A、该图形是轴对称图形，不是中心对称图形；故 A 不符合题意；

B、该图形是轴对称图形，不是中心对称图形；故 B 不符合题意；

C、该图形既是轴对称图形又是中心对称图形；故 C 符合题意；

D、该图形是轴对称图形，不是中心对称图形；故 D 不符合题意.

故选：C.

5.（3 分）下列选项中，最适宜采用全面调查（普查）方式的是（　　）

A. 检测神舟十五号飞船的零部件

B. 调查某市中学生的视力状况

C. 调查安徽省中学生的体育运动情况

D. 调查一批节能灯的使用寿命

【答案】A

【分析】根据普查得到的调查结果比较准确，但所费人力、物力和时间较多，而抽样调查得到的调查结果比较近似解答.

【解答】解：A. 检测神舟十五号飞船的零部件，适合全面调查，故本选项符合题意；

B. 调查某市中学生的视力状况，适合抽样调查，故本选项不符合题意；

C. 调查安徽省中学生的体育运动情况，适合抽样调查，故本选项不符合题意；

D. 调查一批节能灯的使用寿命，适合抽样调查，故本选项不符合题意.

故选：A.

6.（3 分）《九章算术》是中国古代的一本重要数学著作，其中有一道方程的应

用题："五只雀、六只燕，共重 16 两，雀重燕轻．互换其中一只，恰好一样重．问每只雀、燕的重量各为多少？"解：设雀每只 x 两，燕每只 y 两，则可列出方程组为（　　）

A. $\begin{cases}5x+6y=16\\5x+y=6y+x\end{cases}$　　B. $\begin{cases}5x+6y=16\\4x+y=5y+x\end{cases}$

C. $\begin{cases}6x+5y=16\\6x+y=5y+x\end{cases}$　　D. $\begin{cases}6x+5y=16\\5x+y=4y+x\end{cases}$

【答案】B

【分析】直接利用"五只雀、六只燕，共重 16 两、互换其中一只，恰好一样重"，进而分别得出等式求出答案．

【解答】解：设雀每只 x 两，燕每只 y 两，则可列出方程组为：

$\begin{cases}5x+6y=16\\4x+y=5y+x\end{cases}$.

故选：B．

7.（3 分）已知：在△ABC 中，$AC=BC$，点 D、E 分别是边 AB、AC 的中点，延长 DE 至点 F，使得 $EF=DE$，那么四边形 $AFCD$ 一定是（　　）

A．菱形　　B．矩形　　C．直角梯形　　D．等腰梯形

【答案】B

【分析】先证明四边形 $ADCF$ 是平行四边形，再证明 $AC=DF$ 即可．

【解答】解：∵E 是 AC 中点，

∴$AE=EC$，

∵$DE=EF$，

∴四边形 $ADCF$ 是平行四边形，

∵$AD=DB$，$AE=EC$，

∴$DE=\frac{1}{2}BC$，

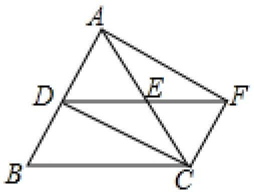
∴$DF=BC$，

∵$CA=CB$，

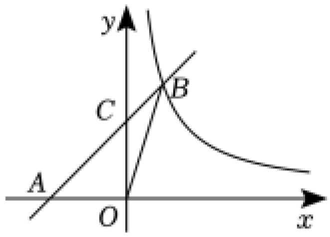
∴$AC=DF$，

∴四边形 $ADCF$ 是矩形；

故选：B．



8．（3 分）如图，在平面直角坐标系中，直线 $y=kx+4$ 与 y 轴交于点 C，与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$在第一象限内的图象交于点 B，连接 OB，若 $S_{\triangle OBC}=4$，$\tan\angle BOC=\frac{1}{3}$，则 m 的值是（　　）



A．6　　　　B．8　　　　C．10　　　　D．12

【答案】D

【分析】首先根据直线求得点 C 的坐标，然后根据△BOC 的面积求得 BD 的长，然后利用正切函数的定义求得 OD 的长，从而求得点 B 的坐标，求得结论．

【解答】解：，作 $BD\perp y$ 轴交于点 D，

∵直线 $y=kx+4$ 与 y 轴交于点 C

∴点 C 的坐标为（0，4），

∴$OC=4$，

∵$S_{\triangle OBC}=4$，

∴$BD=2$，

∵$\tan\angle BOC=\frac{1}{3}$，

∴$\frac{BD}{OD}=\frac{1}{3}$，

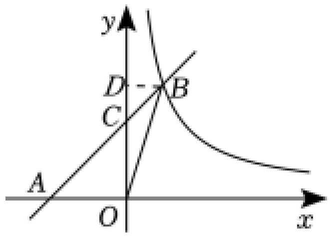
∴$OD=6$，

∴点 B 的坐标为（2，6），

∵反比例函数 $y=\frac{m}{x}$在第一象限内的图象交于点 B，

∴$k=2\times6=12$．

故选：D．



9．（3 分）如图 1，点 E 为矩形 $ABCD$ 的边 AD 上一点，动点 P，Q 同时从点 B 出发以相同的速度运动，其中，点 P 沿折线 $BE-ED-DC$ 运动到点 C 时停止，点 Q 沿 BC 运动到点 C 时停止．设点 P 出发 xs 时，$\triangle BPQ$ 的面积为 $y\ cm^2$，y 与 x 的函数关系如图 2 所示（曲线 OM 为抛物线的一部分），则下列结论中正确的有（　　）

①$BE=BC$；②P，Q 的运动速度都是 $2cm/s$；③$AE=8cm$；④当 $x=16$ 时，$y=30$．

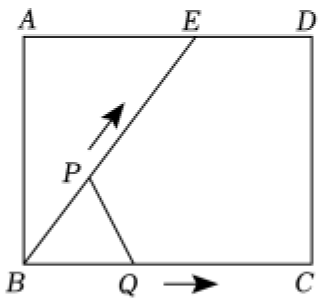


图1

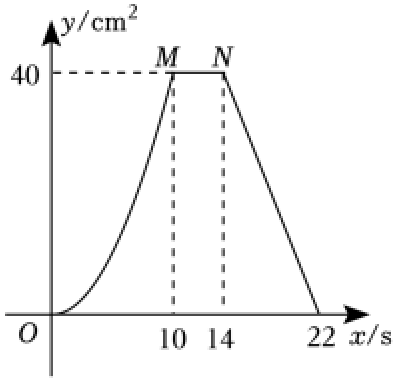


图2

A．①③　　B．①④　　C．①②④　　D．②③④

【答案】B

【分析】根据图 2，可以判断出当点 P 到达点 E 时点 Q 到达点 C，从而得到 BC、BE 的长度，可以判断①；设 P，Q 的速度为 $v\ cm/s$，由图象可以得出 $BC=DE=10v\ cm$，$DE=4v\ cm$，$DC=8v\ cm$，然后由三角形的面积求出 v 即可判断②；根据 M、N 是从 10 秒到 14 秒，可得 ED 的长度，然后表示出 AE 的长度可判断③；根据图象得出 N，H 的坐标，利用待定系数法求得直线 NH 的解析式，把 $x=16$ 代入，即可求得 y 的值，从而判断④．

【解答】解：根据图（2）可得，当点 P 到达点 E 时点 Q 到达点 C，

$\therefore BC=BE$，

故①正确，符合题意；

设 P，Q 的速度为 v cm/s，

则根据图象可知，$BC=DE=10v$ cm，$DE=(14-10)v=4v$（cm），$DC=(22-14)v=8v$（cm），

$\therefore S_{\triangle BEC}=\frac{1}{2}BC\cdot CD=\frac{1}{2}\times 10v\cdot 8v=40$，

解得 $v=1$ 或 $v=-1$（舍去），

$\therefore P$，Q 的运动速度都是 $1cm/s$，

故②错误，不符合题意；

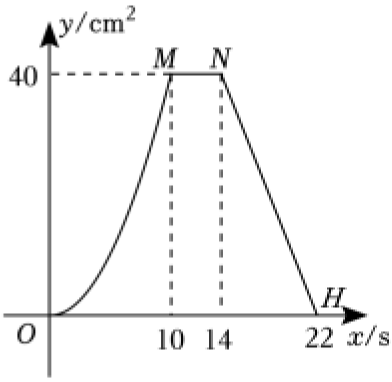
$\because v=1cm/s$，

$\therefore BE=BC=10cm$，$DE=4cm$，$DC=8cm$，

$\therefore AE=AD-DE=BC-DE=10-4=6$（$cm$），

故③错误，符合题意；

设直线 NH 的解析式为 $y=ax+b$，



$\because N(14, 40)$，$H(22, 0)$，

$\therefore \begin{cases}14a+b=40\\22a+b=0\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}a=-5\\b=110\end{cases}$.

$\therefore$ 直线 NH 的解析式为 $y=-5x+110$，

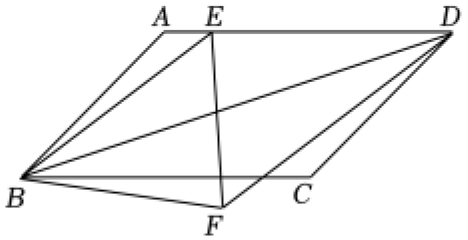
当 $x=16$ 时，$y=-5\times16+110=30$，

故④正确，符合题意，

故选：B.

10.（3 分）已知在平行四边形 $ABCD$ 中，$AB=3\sqrt{2}$，$AD=6$，$\angle ABC=45°$，点 E 在 AD 上，$BE=DE$，将 $\triangle ABD$ 沿 BD 翻折到 $\triangle FBD$，连接 EF，则 EF 的

长为（　　）

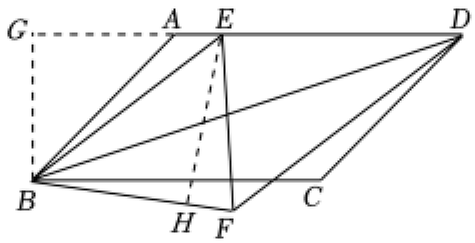


A．$2\sqrt{3}$　　　　B．$\sqrt{13}$　　　　C．$\sqrt{15}$　　　　D．4

【答案】*B*

【分析】过点 *B* 作 *BG*⊥*BC*，交 *AD* 的反向延长线于点 *G*，过点 *E* 作 *EH*⊥*BF* 于点 *H*，根据折叠的性质可得 *AB*＝*BF*，∠*ABD*＝∠*DBF*，由平行四边形的性质得 *AD*∥*BC*，则∠*EDB*＝∠*CBD*，再由等边对等角得∠*EBD*＝∠*EDB*，进而得到∠*EBD*＝∠*CBD*，以此可推出∠*ABC*＝∠*EBF*＝45°，易证明△*ABG* 为等腰直角三角形，则 $BG=AG=\frac{AB}{\sqrt{2}}=3$，设 *AE*＝*x*，则 *GE*＝3+*x*，*BE*＝6﹣*x*，在 Rt△*BEG* 中，由勾股定理可得方程 $3^2+(3+x)^2=(6-x)^2$，解得 *x*＝1，则 *BE*＝5，易得△*EBH* 为等腰直角三角形，$EH=BH=\frac{5\sqrt{2}}{2}$，再算出 *HF*，在 Rt△*EFH* 中，根据勾股定理即可求解．

【解答】解：过点 *B* 作 *BG*⊥*BC*，交 *AD* 的反向延长线于点 *G*，过点 *E* 作 *EH*⊥*BF* 于点 *H*，如图，



根据折叠的性质可得，*AB*＝*BF*，∠*ABD*＝∠*DBF*，

∵四边 *ABCD* 为平四边形，

∴*AD*∥*BC*，

∴∠*EDB*＝∠*CBD*，

∵*BE*＝*DE*，

∴∠*EBD*＝∠*EDB*，

∴∠*EBD*＝∠*CBD*，

∵∠*ABC*＝45°，

∴$\angle ABD+\angle CBD=\angle DBF+\angle EBD=45°$，即$\angle ABC=\angle EBF=45°$，

∵$BG\perp BC$，$\angle ABC=45°$，$AD\parallel BC$，

∴$\angle GBA=45°$，$BG\perp AG$，即$\angle G=90°$，

∴$\triangle ABG$为等腰直角三角形，

在Rt$\triangle ABG$中，$AB=3\sqrt{2}$，则$BG=AG=\frac{AB}{\sqrt{2}}=3$，

设$AE=x$，则$GE=AG+AE=3+x$，$BE=DE=AD-AE=6-x$，

在Rt$\triangle BEG$中，$BG^2+GE^2=BE^2$，

∴$3^2+(3+x)^2=(6-x)^2$，

解得：$x=1$，

∴$BE=6-x=5$，

∵$EH\perp BF$，$\angle EBF=45°$，

∴$\triangle EBH$为等腰直角三角形，

在Rt$\triangle EBH$中，$EH=BH=\frac{BE}{\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$，

∵$AB=3\sqrt{2}$，

∴$BF=AB=3\sqrt{2}$，

∴$FH=BF-BH=3\sqrt{2}-\frac{5\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

在Rt$\triangle EFH$中，$EF=\sqrt{EH^2+FH^2}=\sqrt{(\frac{5\sqrt{2}}{2})^2+(\frac{\sqrt{2}}{2})^2}=\sqrt{13}$.

故选：B.

二、填空题（本大题共8小题，每小题3分，共计24分．不需要写出解答过程，只需把答案直接填写在答题卷相应位置．）

11．（3分）中国空间站飞行的圆形轨道周长约为43000000米，把43000000用科学记数法表示为　4.3×10^7　.

【答案】4.3×10^7.

【分析】根据科学记数法的表示形式$a\times10^n$，其中$1\leqslant|a|<10$，n为整数，即可求解.

【解答】解：$43000000=4.3\times10^7$，

故答案为：4.3×10^7.

12．（3分）分解因式：$a^3-a=$　$a(a+1)(a-1)$　.

【答案】见试题解答内容

【分析】先提取公因式 a，再对余下的多项式利用平方差公式继续分解.

【解答】解：a^3-a，

$=a(a^2-1)$，

$=a(a+1)(a-1)$.

故答案为：$a(a+1)(a-1)$.

13.（3 分）已知圆锥的底面半径是 $3cm$，母线长是 $5cm$，则圆锥的侧面积为 $\underline{\quad 15\pi}$ cm^2.（结果保留π）

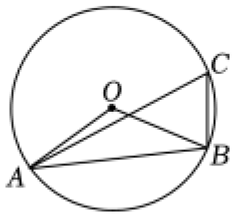
【答案】见试题解答内容

【分析】圆锥的侧面积＝底面周长×母线长÷2.

【解答】解：底面圆的半径为 $3cm$，则底面周长＝$6\pi cm$，侧面面积＝$\frac{1}{2}\times6\pi\times5=15\pi$（$cm^2$）.

故答案为：15π.

14.（3 分）如图，A、B、C 为⊙O 上三点，若 $\angle OAB=20°$，则 $\angle ACB$ 度数为 $\underline{70\quad}$°.



【答案】70.

【分析】根据等腰三角形的性质和三角形内角和定理求出 $\angle AOB$，根据圆周角定理计算即可.

【解答】解：∵$OA=OB$，

∴$\angle OBA=\angle OAB=20°$，

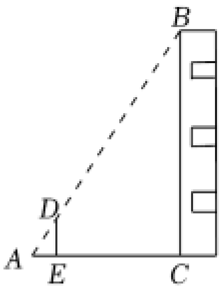
∴$\angle AOB=180°-\angle OBA-\angle OAB=180°-20°-20°=140°$，

由圆周角定理得，$\angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times140°=70°$.

故答案为：70.

15.（3 分）如图，利用标杆 DE 测量楼高，点 A、D、B 在同一条直线上，$DE\perp AC$，$BC\perp AC$，垂足分别为 E、C. 若测得 $AE=1m$，$DE=1.5m$，$CE=5m$，

则楼高 BC 为 ___9___ m.



【答案】9.

【分析】根据平行线的判定得到 $DE\parallel BC$，然后，根据相似三角形的判定和性质即可得到结论.

【解答】解：∵$DE\perp AC$，$BC\perp AC$，

∴$DE\parallel BC$，

∴$\triangle ADE\backsim\triangle ABC$，

∴$\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$，

∴$\frac{1}{1+5}=\frac{1.5}{BC}$，

∴$BC=9$（m），

答：楼高 BC 是 $9m$.

故答案为：9.

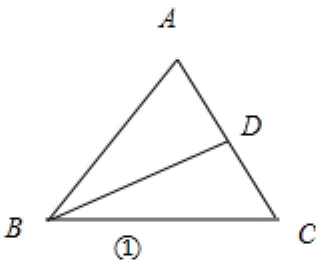
16.（3 分）等边$\triangle ABC$中，点 D 在射线 CA 上，且 $AB=2AD$，则 $\tan\angle DBC$ 的值为 ___$\frac{\sqrt{3}}{3}$或$3\sqrt{3}$___.

【答案】$3\sqrt{3}$或$\frac{\sqrt{3}}{3}$.

【分析】分两种情况讨论，并画出图形，①当 D 在 AC 之间，根据等边三角形的性质，求出 $AB=AC=BC$，$\angle C=60°$，

再根据 $AB=2AD$，得出$\angle BDC=90°$，从而求出 $tam\angle DBC$ 的值；②当 D 在 CA 延长线上时，过点 D 作 $DE\perp BC$ 于 E，设 $AD=x$，则 $AB=AC=BC=2x$，在 Rt$\triangle DEC$ 中用三角函数表示两条直角边，从而求出 $\tan\angle DBC$ 的值.

【解答】解：如图①，当 D 在 AC 之间



∵在等边△ABC中，

$AB=AC=BC$，$\angle C=60°$，

∵$AB=2AD$，

∴$AD=CD$，

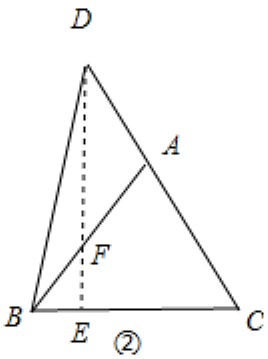
∴$BD\perp AC$，

∴$\angle BDC=90°$，

∴$\angle DBC=30°$，

∴$tam\angle DBC=\frac{\sqrt{3}}{3}$；

如图②，当D在CA延长线上时，过点D作$DE\perp BC$于E，



∵在等边△ABC中，

$AB=AC=BC$，$\angle C=60°$，

∵$AB=2AD$，

∴设$AD=x$，则$AB=AC=BC=2x$，

∵$DE\perp BC$，

∴$\angle DEC=90°$，

∴$\angle CDE=30°$，

∴$EC=\frac{1}{2}DC=1.5x$，$ED=\frac{3\sqrt{3}}{2}x$，$BE=0.5x$，

∴$\tan\angle DBC=\frac{DE}{BE}=3\sqrt{3}$，

故答案为：$3\sqrt{3}$或$\frac{\sqrt{3}}{3}$.

17.（3 分）将二次函数 $y=x^2-4x-3$ 的图象向上平移 a 个单位长度，当抛物线经过点（0，1）时，a 的值为 __4__；当抛物线与两坐标轴有且只有 2 个公共点时，a 的值为 __3 或 7__.

【答案】4；3 或 7；

【分析】先求出平移后的解析式，再把（0，1）代入解析式求值即可；分类讨论抛物线顶点落在 x 轴上及抛物线经过原点两种情况.

【解答】解：将二次函数 $y=x^2-4x-3$ 的图象向上平移 a 个单位长度得到的抛物线解析式为 $y=x^2-4x-3+a$，

当抛物线经过点（0，1）时，

把（0，1）代入 $y=x^2-4x-3+a$ 得：$-3+a=1$，

解得 $a=4$；

当抛物线与两坐标轴有且只有 2 个公共点时，

抛物线与 y 轴有 1 个交点，顶点在 x 轴上时，

则$\triangle=(-4)^2-4\times1\times(a-3)=0$，

解得 $a=7$，

当抛物线过原点时，

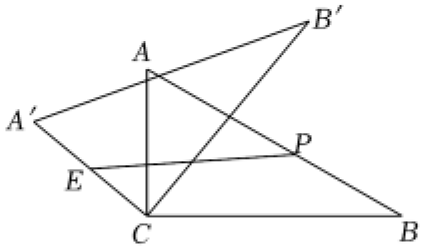
$-3+a=0$，

解得 $a=3$，

∴当抛物线与两坐标轴有且只有 2 个公共点时 $a=3$ 或 7；

故答案为：4；3 或 7；

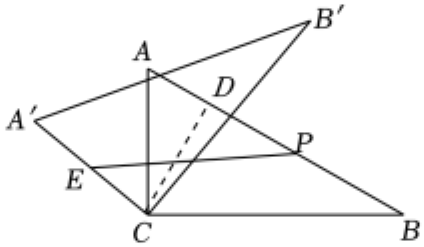
18.（3 分）如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$\angle ABC=30°$，$AC=2$，点 P 是边 AB 上的一动点．已知$\triangle A'B'C\cong\triangle ABC$，现将$\triangle A'B'C$绕点 C 按逆时针方向旋转，点 E 是边 $A'C$ 的中点，则 $S_{\triangle ABC}=$ __$2\sqrt{3}$__，PE 长度的最小值为 __$\sqrt{3}-1$__.



【答案】$2\sqrt{3}$，$\sqrt{3}-1$.

【分析】过点 C 作 $CD\perp AB$ 于点 D，在 Rt△ACD 中，根据∠B＝30°，AC＝2，得 BC＝$2\sqrt{3}$，即可求得 $S_{\triangle ABC}$，根据 CD＝$AC\sin\angle BAC$ 求出 CD 的长，当 P 在 AB 上运动至垂足点 D，△$A'B'C$ 绕点 C 旋转，当点 C、E、D 共线时 DE 最小，即 PE 最小，据此求解可得.

【解答】解：过点 C 作 $CD\perp AB$ 于点 D，如图：



在 Rt△ABC 中，∠B＝30°，AC＝2，

∴∠BAC＝60°，BC＝$2\sqrt{3}$，

∴$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC\cdot BC=2\sqrt{3}$，

Rt△ACD 中，AC＝2，

∴$CD=AC\cdot\sin\angle BAC=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$，

当点 P 在 AB 上运动到点 D，△$A'B'C$ 绕点 C 旋转，点 C、E、D 共线时 DE 最小，即 PE 最小，最小值为 $CD-CE=\sqrt{3}-1$，

故答案为：$2\sqrt{3}$，$\sqrt{3}-1$.

三、解答题（本大题共 10 小题，共计 96 分．请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤．）

19.（8 分）（1）计算：$\sqrt{12}+(-2024)^0-4\sin60°$；

（2）化简：$(x+2)^2+x(x-4)$.

【答案】（1）1；（2）$2x^2+4$.

【分析】（1）根据二次根式的化简，零指数幂，特殊角的三角函数值计算即可得出答案；

（2）根据完全平方公式，单项式乘多项式展开，合并同类项即可得出答案.

【解答】解：（1）原式$=2\sqrt{3}+1-4\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=2\sqrt{3}+1-2\sqrt{3}$

＝1；

（2）原式＝$x^2+4x+4+x^2-4x$

＝$2x^2+4$．

20．（8 分）（1）解方程：$x^2-6x+5=0$；

（2）解不等式组：$\begin{cases}x+3>0\\2(x-1)<4\end{cases}$．

【答案】（1）$x_1=1$，$x_2=5$；

（2）$-3<x<3$．

【分析】（1）利用十字相乘法将方程的左边因式分解，继而得出两个关于 x 的一元一次方程，再进一步求解即可；

（2）分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小找不到确定不等式组的解集．

【解答】解：（1）∵$x^2-6x+5=0$，

∴（$x-1$）（$x-5$）＝0，

则 $x-1=0$ 或 $x-5=0$，

解得 $x_1=1$，$x_2=5$；

（2）解不等式 $x+3>0$ 得：$x>-3$，

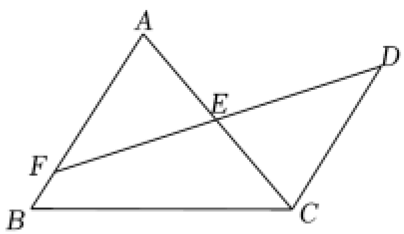
解不等式 2（$x-1$）＜4 得：$x<3$，

则不等式组的解集为 $-3<x<3$．

21．（10 分）已知：如图，在△ABC 中，E 是 AC 的中点，点 F 在 AB 上，$CD\parallel AB$，交 FE 的延长线于点 D．

（1）求证：$EF=ED$；

（2）若 $AB=8$，$CD=6$，求 BF 的长．



【答案】（1）证明过程见解答；

（2）2．

【分析】（1）根据平行线的判定可以得到$\angle A=\angle ECD$，$\angle AFE=\angle CDE$，再根据点E是AC的中点，可以得到$AE=CE$，然后根据AAS可以证明$\triangle AEF$和$\triangle CED$全等，从而可以得到$EF=ED$；

（2）根据（1）中$\triangle AEF$和$\triangle CED$全等，可以得到$AF=CD=6$，再根据$AB=8$，可以得到BF的长．

【解答】（1）证明：$\because CD\parallel AB$，

$\therefore\angle A=\angle ECD$，$\angle AFE=\angle CDE$，

$\because$点E是AC的中点，

$\therefore AE=CE$，

在$\triangle AEF$和$\triangle CED$中，

$$\begin{cases}\angle A=\angle ECD\\ \angle AFE=\angle CDE,\\ AE=CE\end{cases}$$

$\therefore\triangle AEF\cong\triangle CED$（$AAS$），

$\therefore EF=ED$；

（2）解：由（1）知，$\triangle AEF\cong\triangle CED$，

$\therefore AF=CD$，

$\because AB=8$，$CD=6$，

$\therefore AF=6$，

$\therefore BF=AB-AF=8-6=2$．

22．（10分）为了继续宣传新冠疫苗接种的重要性，某小区物业部门准备在已经接种疫苗的居民中招募2名志愿宣传者，现有2名男性2名女性共4名居民报名．

（1）从4人中抽取1人为男性的概率是 $\underline{\ \frac{1}{2}\ }$；

（2）请用列表或画树状图的方法，求要从这4人中随机挑选2人，恰好抽到一名男性和一名女性的概率．

【答案】见试题解答内容

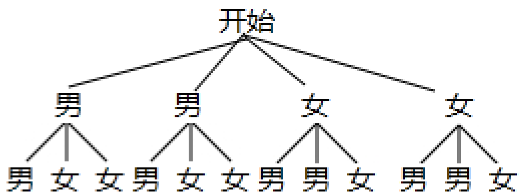
【分析】（1）直接利用概率公式求解即可；

（2）画树状图，共有12种等可能的结果，抽取的两人恰好是一男一女的结果有8种，再由概率公式求解即可．

【解答】解：（1）从 4 人中抽取 1 人为男性的概率是$\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$，

故答案为：$\frac{1}{2}$；

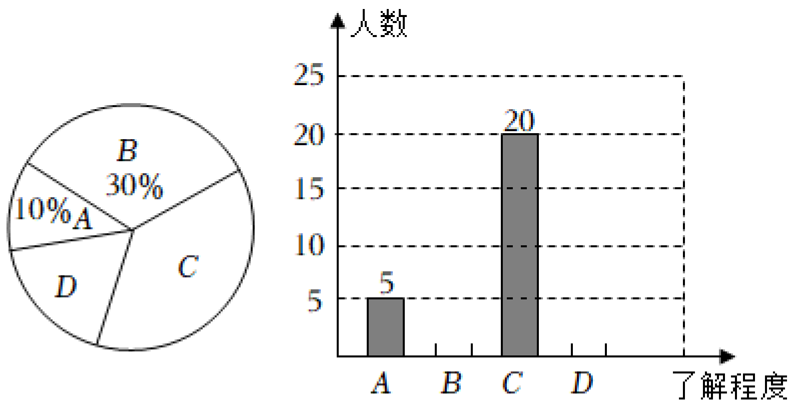
（2）画树状图如下：



共有 12 种等可能的结果，抽取的两人恰好是一男一女的结果有 8 种，

∴两人恰好是一男一女的概率为$\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$.

23.（10 分）实验学校想了解学生家长对“双减”政策的认知情况，随机抽查了部分学生家长进行调查，将抽查的数据结果进行统计，并绘制两幅不完整的统计图（A：不太了解，B：基本了解，C：比较了解，D：非常了解）．请根据图中提供的信息回答以下问题：



（1）请求出这次被调查的学生家长共有多少人？

（2）请补全条形统计图．

（3）试求出扇形统计图中“比较了解”部分所对应的圆心角度数．

（4）该学校共有 2400 名学生家长，估计对“双减”政策了解程度为“非常了解”的学生家长大约有多少？

【答案】（1）50 人；

（2）见解答；

（3）144°；

（4）480 人．

【分析】（1）根据 A 的人数除以占的百分比，得出调查总数即可；

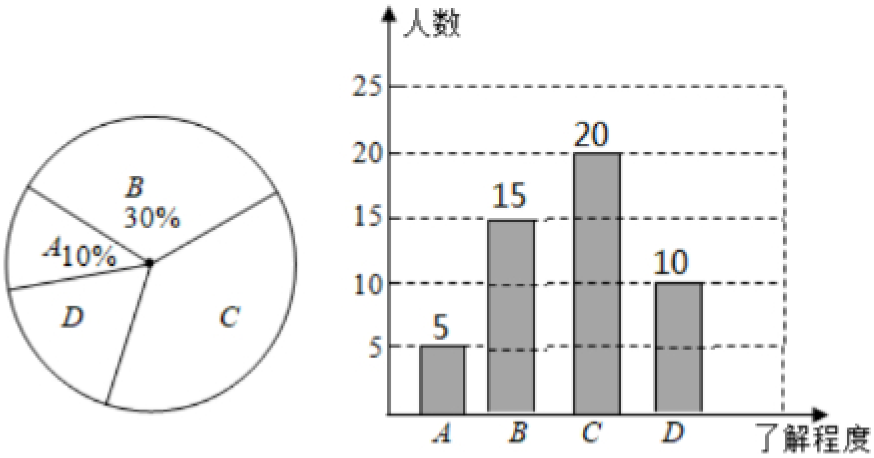
（2）先用总人数×30%得出表示 B 的人数，将总人数减去 A、B、C 的人数即可得 D 的人数；

（3）用 C 的人数占被调查人数的比例乘以 360°可得；

（4）用样本估算总体即可．

【解答】解：（1）这次抽样调查的家长有 5÷10%＝50（人）；

（2）表示“基本了解”的人数为：50×30%＝15（人），表示“非常了解”的人数为：50－5－15－20＝10（人），补全条形图如图：



（3）“比较了解”部分所对应的圆心角是：$360° \times \frac{20}{50} = 144°$；

（4）$2400 \times \frac{10}{50} = 480$（人），

答：估计对“双减”政策了解程度为“非常了解”的学生家长大约有 480 人．

24．（10 分）如图，已知 Rt△ABC 中，∠BAC＝90°，请用直尺（不带刻度）和圆规，按下列要求作图（不要求写作法，但要保留作图痕迹）．

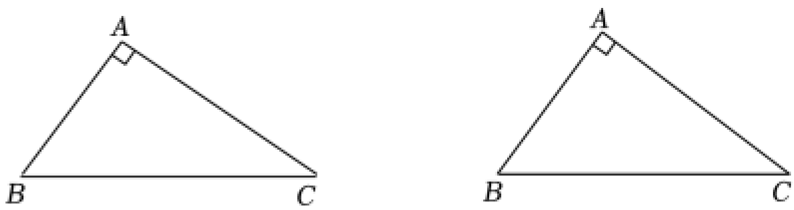


图1　　图2

（1）在图 1 中，求作点 D，使四边形 $ABCD$ 为平行四边形；

（2）在图 2 中，求作菱形 $ADCE$，使菱形的顶点 D 落在 BC 边上；

（3）在（2）的条件下，若 $AB=3$，$AC=4$，则菱形 $ADCE$ 周长为 <u>10</u> .

【答案】10.

【分析】(1）分别以点 A、C 为圆心，以 BC、AB 为半径画弧，两弧相交于点 D，由于 $AD=BC$，$AB=CD$，则根据平行四边形的判定方法可判断四边形 $ABCD$ 为平行四边形；

（2）如图 2，作 AC 的垂直平分线交 BC 于点 D，再以 A 点为圆心，AD 为半径画弧交 AC 的垂直平分线于点 E，通过证明 AC 和 DE 互相垂直平分可判断菱形 $ADCE$ 为所作；

（3）先根据菱形的性质得到 $DA=DC$，再证明 $\angle DAB=\angle B$ 得到 $DA=DB$，所以 $AD=CD=\frac{1}{2}BC$，然后利用勾股定理计算出 BC，从而可求出菱形 $ADCE$ 周长.

【解答】解：（1）如图 1，分别以点 A、C 为圆心，以 BC、AB 为半径画弧，两弧相交于点 D，

则点 D 为所作；

（2）如图 2，作 AC 的垂直平分线交 BC 于点 D，再以 A 点为圆心，AD 为半径画弧交 AC 的垂直平分线于点 E，

则菱形 $ADCE$ 为所作；

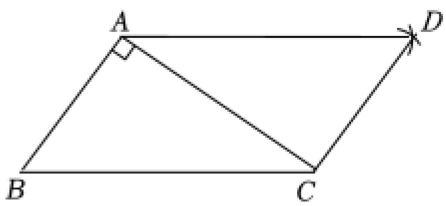


图1

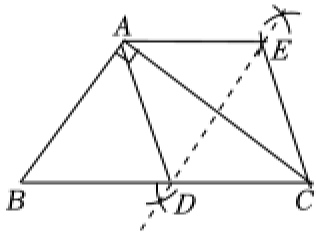


图2

（3）∵四边形 $ADCE$ 为菱形，

∴$DA=DC$，

∴$\angle DAC=\angle DCA$，

∵$\angle DAC+\angle DAB=90°$，$\angle DCA+\angle B=90°$，

∴$\angle DAB=\angle B$，

∴$DA=DB$，

∴$AD=CD=\frac{1}{2}BC$，

在 Rt△ABC 中，

∵∠BAC=90°，AB=3，AC=4，

∴$BC=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

∴$AD=\frac{5}{2}$，

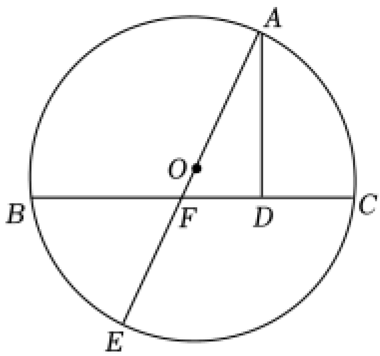
∴菱形 $ADCE$ 周长=4AD=10.

故答案为：10.

25.（10 分）如图，△ABC 为⊙O 的内接三角形，AD⊥BC，垂足为 D，直径 AE 平分∠BAD，交 BC 于点 F，连结 BE.

（1）求证：∠AEB=∠AFD；

（2）若 AB=10，BF=5，求 DF 的长.



【答案】（1）见解答；

（2）2.

【分析】（1）由圆周角定理及直角三角形的性质可得出结论；

（2）过点 F 作 FM⊥AB 于点 M. 则∠AMF=90°，通过证明△AMF∽△ABE 可得$\frac{AM}{MF}=\frac{AB}{BE}=\frac{10}{5}=2$，设 $MF=x$，则 $AM=2x$，利用勾股定理可求解 MF 的值，再结合角平分线的性质可求解.

【解答】（1）证明：∵AE 为⊙O 的直径，

∴∠ABE=90°，

∴∠BAE+∠AEB=90°，

∵AD⊥BC，

∴∠ADF=90°，

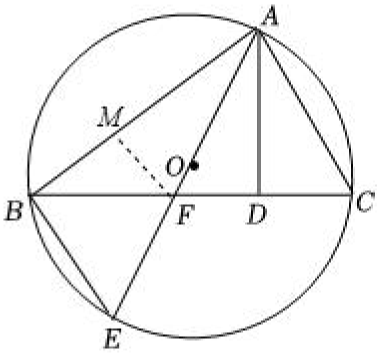
∴∠AFD+∠FAD=90°，

∵AE平分$\angle BAD$，

∴$\angle BAE=\angle FAD$，

∴$\angle AEB=\angle AFD$；

（2）解：如图，过点F作$FM\perp AB$于点M．则$\angle AMF=90°$，



∵$\angle AFD=\angle BFE$，$\angle AFD=\angle AEB$，

∴$\angle BFE=\angle AEB$，

∴$BF=BE=5$，

∵$\angle ABE=\angle AMF=90°$，$\angle BAE=\angle MAF$，

∴$\triangle AMF\backsim\triangle ABE$，

∴$\frac{AM}{AB}=\frac{MF}{BE}$，

即$\frac{AM}{MF}=\frac{AB}{BE}=\frac{10}{5}=2$，

设$MF=x$，则$AM=2x$，

∴$BM=10-2x$，

∵$BM^2+MF^2=BF^2$，

∴$(10-2x)^2+x^2=5^2$，

解得$x=3$，

即$MF=3$，

∵AE平分$\angle ABD$，$AD\perp BC$，

∴$DF=MF=3$．

26．（10分）某体育用品店计划购进篮球、排球共200个进行销售，所用资金不超过5000元．已知篮球、排球的进价分别为每个30元、24元，每只篮球售价是每只排球售价的1.5倍．某学校在该店用1800元购买的篮球数比用1500元购买的排球数少10个．

（1）求篮球、排球的售价分别为每个多少元？

（2）该店为了让利于消费者，决定篮球的售价每个降价 3 元，排球的售价每个降价 2 元，问该店应如何进货才能获得最大利润？（购进的篮球、排球全部销售完.）

【答案】（1）篮球的售价为每个 45 元，排球的售价为每个 30 元；

（2）该商店购进篮球 33 个，排球 167 个时获得利润最大.

【分析】（1）设排球的售价为每个 x 元，则篮球的售价为每个 $1.5x$ 元，根据"某学校在该店用 1800 元购买的篮球数比用 1500 元购买的排球数少 10 个"列出方程，解方程即可；

（2）设该商店购进篮球 a 个，则购进排球（$200-a$）个，售完总利润为 w 元，根据总利润＝篮球处的利润+排球的利润列出函数解析式，并根据函数的性质求最值，同时得出进货方案.

【解答】解：（1）设排球的售价为每个 x 元，则篮球的售价为每个 $1.5x$ 元，

由题意得：$\frac{1500}{x}-\frac{1800}{1.5x}=10$，

解得 $x=30$，

经检验，$x=30$ 是原方程的解，也符合题意，

此时，$1.5x=1.5\times 30=45$.

答：篮球的售价为每个 45 元，排球的售价为每个 30 元；

（2）设该商店购进篮球 a 个，则购进排球（$200-a$）个，售完总利润为 w 元，

则 $w=（45-30-3）a+（30-24-2）（200-a）=8a+800$，

$\because 30a+24（200-a）\leqslant 5000$，

解得 $a\leqslant\frac{100}{3}$，

$\because 8>0$，

$\therefore w$ 随 a 的增大而增大，

$\therefore$ 当 $a=33$ 时，w 最大，

此时 $200-33=167$，

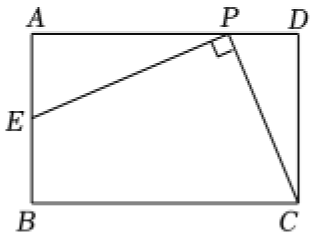
答：该商店购进篮球 33 个，排球 167 个时获得利润最大.

27.（10 分）如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=6$，$BC=9$，P 是线段 AD 边上的任意一点（不含端点 A、D），连接 PC，过点 P 作 $PE\perp PC$ 交 AB 于 E.

（1）若 $DP=2$，则 $AE=$ __$\frac{7}{3}$__；

（2）当点 P 在 AD 上运动时，对应的点 E 也随之在 AB 上运动，求 BE 的取值范围；

（3）在线段 AD 上是否存在不同于 P 的点 Q，使得 $QC\perp QE$？若存在，求线段 AP 与 AQ 之间的数量关系；若不存在，请说明理由．



【答案】（1）$\frac{7}{3}$；

（2）$\frac{21}{8}\leqslant BE<6$；

（3）当 P 是 AD 的中点时，满足条件的 Q 点不存在，故当 P 不是 AD 的中点时，总存在这样的点 Q 满足条件，此时 $AP+AQ=9$．

【分析】（1）根据矩形的性质，可得∠A 与∠D 的关系，根据等角的余角相等，可得∠AEP=∠DPC，根据相似三角形的判定和性质，可得答案；

（2）根据相似三角形的性质，可得比例，根据比例的性质，可得函数解析式，根据函数的性质，可得最小值，根据点 E 在 E 在 AB 上运动，可得最大值；

（3）根据相似三角形的性质，可得 $AP\cdot DP=AE\cdot DC$，根据相似三角形的判定，可得△QAE∽△CDQ，根据相似三角形的性质，可得 $AQ\cdot DQ=AE\cdot DC$，根据等量代换，可得 $AQ\cdot(9-AQ)=AP\cdot(9-AP)$，根据解方程，可得答案．

【解答】解：（1）∵四边形 $ABCD$ 为矩形，

∴∠A=∠D=90°，$AB=CD=6$，$BC=AD=9$，

∴∠AEP+∠APE=90°，

∵$PE\perp PC$，

∴∠APE+∠CPD=90°，

∴∠AEP=∠DPC，

∴△PAE∽△CDP，

∴$\frac{AE}{PD}=\frac{PA}{CD}$，

$\therefore \frac{AE}{2}=\frac{7}{6}$,

$\therefore AE=\frac{7}{3}$.

故答案为：$\frac{7}{3}$;

（2）$\because AP=x$，$BE=y$,

$\therefore DP=9-x$，$AE=6-y$.

$\because \triangle PAE\backsim\triangle CDP$,

$\therefore \frac{AE}{DP}=\frac{AP}{CD}$,

即$\frac{6-y}{9-x}=\frac{x}{6}$,

$\therefore y=\frac{1}{6}x^2-\frac{3}{2}x+6$.

$\because y=\frac{1}{6}\left(x-\frac{9}{2}\right)^2+\frac{21}{8}$,

$\therefore$当 $x=\frac{9}{2}$时，y 有最小值，y 的最小值为$\frac{21}{8}$,

又$\because$点 E 在 AB 上运动（显然点 E 与点 A 不重合），且 $AB=6$,

$\therefore y<6$.

综上所述，BE 的取值范围是$\frac{21}{8}\leqslant BE<6$;

（3）存在，理由如下：

如图，假设存在这样的点 Q，使得 $QC\perp QE$,

由（1）得：$\triangle PAE\backsim\triangle CDP$,

$\therefore \frac{AE}{DP}=\frac{AP}{CD}$,

$\therefore AP\cdot DP=AE\cdot DC$,

$\because QC\perp QE$，$\angle D=90°$,

$\therefore \angle AQE+\angle DQC=90°$ ，$\angle DQC+\angle DCQ=90°$,

$\therefore \angle AQE=\angle DCQ$.

又$\because \angle A=\angle D=90°$,

$\therefore \triangle QAE\backsim\triangle CDQ$,

$\therefore \frac{AQ}{DC}=\frac{AE}{DQ}$,

$\therefore AQ\cdot DQ=AE\cdot DC$,

$\therefore AQ\cdot DQ=AP\cdot DP$，

即 $AQ\cdot(9-AQ)=AP\cdot(9-AP)$，

$\therefore 9AQ-AQ^2=9AP-AP^2$，

$\therefore AP^2-AQ^2=9AP-9AQ$，

$\therefore (AP+AQ)(AP-AQ)=9(AP-AQ)$.

$\because AP\neq AQ$，

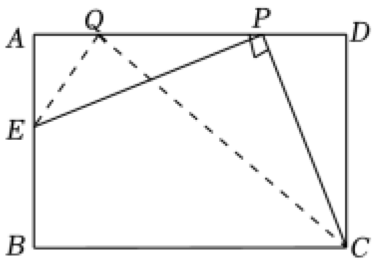
$\therefore AP+AQ=9$.

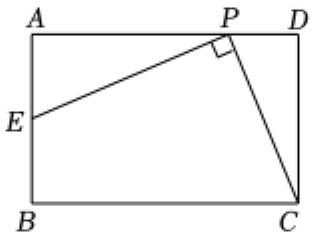
又$\because AP\neq AQ$，

$\therefore AP\neq\frac{9}{2}$，

即 P 不能是 AD 的中点，

$\therefore$当 P 是 AD 的中点时，满足条件的 Q 点不存在，故当 P 不是 AD 的中点时，总存在这样的点 Q 满足条件，此时 $AP+AQ=9$.





28.（10分）抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴交于 $A(-1，0)$，B 两点（点 A 在点 B 的左侧），交 y 轴正半轴于点 C，且 $OB=OC$.

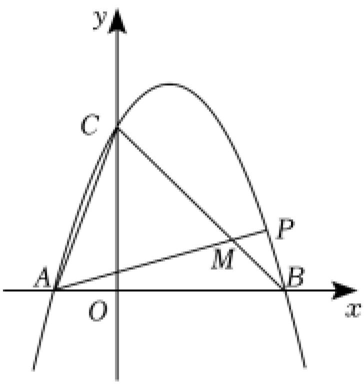


图1

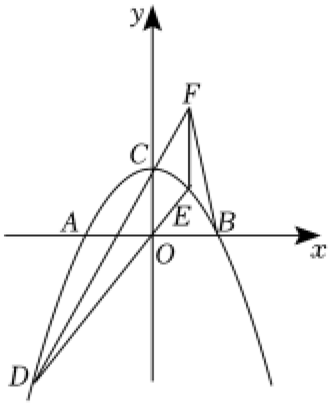


图2

（1）如图1，已知 C（0，3），①请直接写出 a，b，c 的值；②连接 AC、BC，P 为 BC 上方抛物线上的一点，连接 AP 交 BC 于点 M，若 $AC=AM$，求点 P 的坐标；

（2）如图2，已知 $OB=1$，D 为第三象限抛物线上一动点，直线 DO 交抛物线于另一点 E，$EF\parallel y$ 轴交直线 DC 于点 F，连接 BF，求出 $CF+BF$ 的最小值及此时点 D 的坐标．

【答案】（1）①$a=-1$，$b=2$，$c=3$；

②P（$\frac{8}{3}$，$\frac{11}{9}$）；

（2）$\sqrt{10}$；D（-3，-8）．

【分析】（1）①设抛物线为交点式，代入（0，3），从而求得 a，进一步得出结果；

②作 $MN\perp AB$ 于 N，可证得 $\angle MAB=\angle ACO$，进而证明 $\triangle ANM\cong\triangle COA$，进而得出点 M 坐标，从而求得 AM 的解析式，将其和二次函数的解析式联立成方程组，解方程组，进而求得结果；

（2）作 $FG\perp y$ 轴于点 G，作点 C 关于 FG 的对称点 H，连接 FH，设点 D（m，$-m^2+1$），E（n，$-n^2+1$），表示出 DE 和 DC 的解析式，根据点 F 和点 E 的横坐标相等可求得点 F 的纵坐标，进而求得点 H 的坐标，从而得出 BH 为定值，从而确定当 H、F、B 共线时，$CF+BF$ 最小，进一步得出结果．

【解答】解：（1）①由题意得，点 B（3，0），

设抛物线的解析式为：$y=a(x+1)(x-3)$，

$\therefore 3=a\cdot(-3)$，

$\therefore a=-1$，

∴$y=-(x+1)(x-3)=-x^2+2x+3$，

∴$a=-1$，$b=2$，$c=3$；

②如图 1，

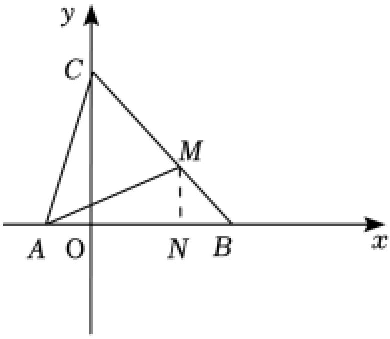


图1

作 $MN\perp AB$ 于 N，

∴$\angle ANM=90°$，

∵$\angle AOC=90°$，

∴$\angle AOC=\angle ANM$，

∵$OB=OC$，

∴$\angle OBC=\angle OCB=45°$，

∵$AC=AM$，

∴$\angle ACM=\angle AMC$，

∵$\angle ACM=\angle ACO+\angle OCB=\angle ACO+45°$，$\angle AMC=\angle MAB+\angle OBC=\angle MAB+45°$，

∴$\angle MAB=\angle ACO$，

∴$\triangle ANM\cong\triangle COA$（$AAS$），

∴$MN=OA=1$，$AN=OC=3$，

∴$ON=2$，

∴$M(2，1)$，

∴直线 AM 的解析式为：$y=\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$，

由$\begin{cases}y=\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}\\y=-x^2+2x+3\end{cases}$得，$\begin{cases}x_1=-1\\y_1=0\end{cases}$（舍去），$\begin{cases}x_2=\frac{8}{3}\\y_2=\frac{11}{9}\end{cases}$，

∴P（$\frac{8}{3}$，$\frac{11}{9}$）；

（2）如图 2，

∵A（﹣1，0），B（1，0），C（0，1），

∴抛物线的解析式为 $y=-x^2+1$，

作 $FG\perp y$ 轴于点 G，作点 C 关于 FG 的对称点 H，连接 FH，

设点 D（m，$-m^2+1$），E（n，$-n^2+1$），

∴直线 DE 的解析式为 $y=-(m+n)x+1+mn$，

同理可得，

直线 DC 的解析式为 $y=-mx+1$，

∵直线 DE 经过原点，

∴$1+mn=0$，

∴$-mn=1$，

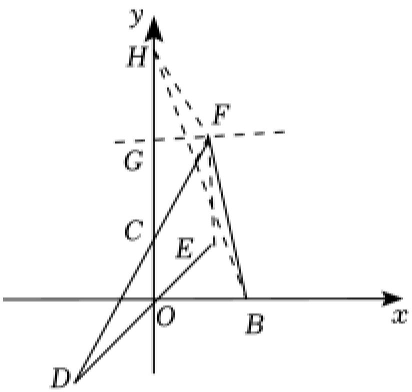


图2

∵$EF\parallel y$ 轴，

∴当 $x_F=x_E=n$ 时，$y_F=-mn+1=2$，

∴$y_G=y_F=2$，

∴$GH=CG=1$，

∵$CF+BF=FH+BF\geqslant BH$，

此时 $BH=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$．

∴当 $CF+BF$ 的值最小时，F 恰好在 BH 上，此时$\frac{FG}{OB}=\frac{GH}{OH}=\frac{1}{3}$，

∴$x_E=x_F=FG=\frac{1}{3}OB=\frac{1}{3}=n$，

$\therefore m=-\frac{1}{n}=-3$,

$\therefore D(-3,\ -8)$,