

2021—2022 学年九年级学业水平模拟考试（二）数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，满分 30 分，每小题 3 分.）

1. -3 的绝对值等于（ ）

- A. -3 B. 3 C. ± 3 D. $\sqrt{3}$

2. 下列计算正确的是（ ）

- A. $a + a^2 = a^3$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ C. $(a^2)^3 = a^5$ D. $a^8 \div a^5 = a^3$

3. 下列是轴对称图形但不是中心对称图形的是（ ）

- A. 平行四边形 B. 正方形 C. 等边三角形 D. 菱形

4. 一组数据：2，-1，0，3，-3，2. 则这组数据的中位数和众数分别是（ ）

- A. 0, 2 B. 1.5, 2 C. 1, 2 D. 1, 3

5. 函数 $y = \frac{1}{x-2}$ 中自变量 x 的取值范围是（ ）

- A. $x > 2$ B. $x \geq 2$ C. $x \neq 2$ D. $x \leq 2$

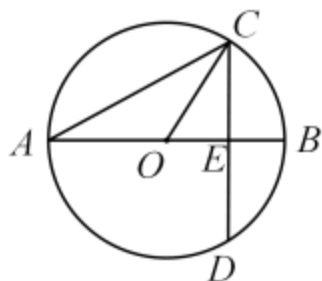
6. 若圆锥的底面半径为 3，母线长为 5，则这个圆锥的侧面积为（ ）

- A. 15 B. 12π C. 15π D. 30π

7. 下列命题是真命题的是（ ）

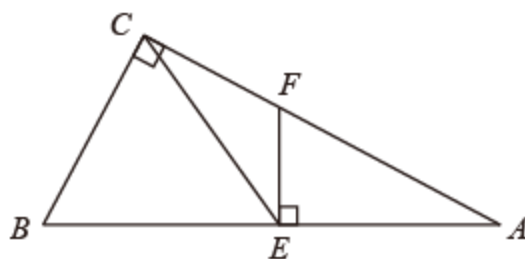
- A. 对角线相等且互相平分的四边形是矩形 B. 对角线相等的四边形是矩形
C. 平行四边形的对角线互相垂直 D. 对角线互相垂直的四边形是菱形

8. 如图， $\odot O$ 的直径 AB 垂直于弦 CD ，垂足为 E ， $\angle A = 30^\circ$ ，半径为 2，则弦 CD 的长为（ ）



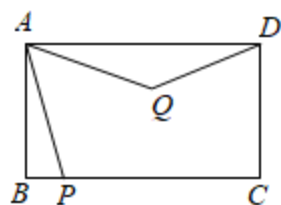
- A. 2 B. $\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{3}$ D. 4

9. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， CE 是斜边 AB 上的中线，过点 E 作 $EF \perp AB$ 交 AC 于点 F 。若 $BC = 4$ ， $\triangle AEF$ 的面积为 5，则 $\sin \angle CEF$ 的值为（ ）



- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

10. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 5$ ， $BC = 5\sqrt{3}$ ，点 P 在线段 BC 上运动（含 B 、 C 两点），连接 AP ，以点 A 为中心，将线段 AP 逆时针旋转 60° 到 AQ ，连接 DQ ，则线段 DQ 的最小值为（ ）



- A. $\frac{5}{2}$ B. $5\sqrt{2}$ C. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ D. 3

二、填空题（本大题共 8 小题，满分 24 分，每小题 3 分，其中 16，18 题第一空 1 分，第 2 空 2 分.）

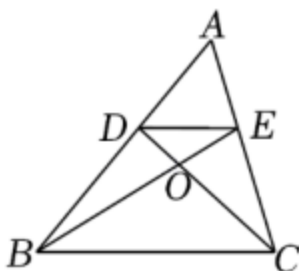
11. 分解因式： $5a^3 - 20a =$ _____.

12. 习近平主席在今年国际工程科技大会上强调，42000000 人的工程科技人才队伍是开创未来最可宝贵的资源，这个数据用科学记数法表示为_____.

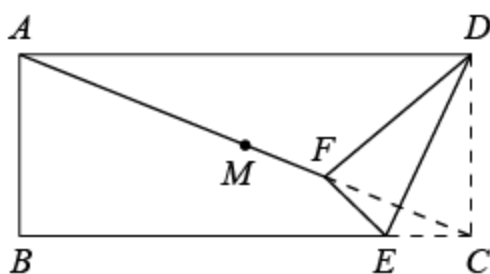
13. 命题“等腰三角形的两个底角相等”的逆命题是_____.

14. 写出一个函数表达式，经过 $(1, 0)$ ，且函数值随着自变量增大而增大的函数_____.

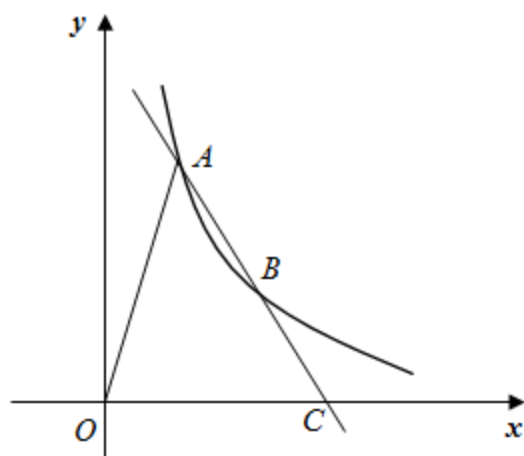
15. 如图， D 、 E 分别是 $\square ABC$ 的边 AB 、 AC 上的点，且 $DE \parallel BC$ ， BE 、 CD 相交于点 O ，若 $S_{\triangle DOE} : S_{\triangle DOB} = 1:3$ ，则 $\frac{DE}{BC} =$ _____，当 $S_{\triangle ADE} = 2$ 时，四边形 $DBCE$ 的面积是_____.



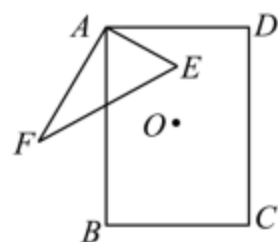
16. 如图是一张矩形纸片 $ABCD$ ，点 M 是对角线 AC 的中点，点 E 在 BC 边上，把 $\triangle DCE$ 沿直线 DE 折叠，使点 C 落在对角线 AC 上的点 F 处，连接 DF ， EF 。若 $MF = AB$ ，则 $\angle DAF =$ _____度.



17. 如图, 直线 AB 与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0, x > 0)$ 的图象交于 A, B 两点, 与 x 轴交于点 C , 且 $AB = BC$, 连接 OA . 已知 $\triangle OAC$ 的面积为 12, 则 k 的值为_____.



18. 已知在矩形 $ABCD$ 中, $AD = 9$, $AB = 12$, O 为矩形的中心; 在 $\text{Rt}\triangle AEF$ 中, $\angle EAF = 90^\circ$, $AE = 6$, $AF = 8$. 将 $\triangle AEF$ 绕点 A 按顺时针方向旋转一周, 则 EF 边上的高为_____. 连接 CE , 取 CE 中点 M , 连接 FM , 写出 FM 的取值范围_____.



三、解答题（本大题共 10 小题，共 96 分.）

19. (1) 计算: $|\sqrt{3}-1| - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - 2\sin 60^\circ$;

(2) 化简: $2(x+y)^2 - (x+2y)(x-2y)$.

20. 解方程和不等式组:

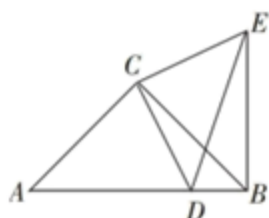
(1) $\frac{x-8}{x-7} - \frac{1}{7-x} = 8$;

$$(2) \begin{cases} x-4 \leq 3(x-2) \\ \frac{1+2x}{3} + 1 > x \end{cases}$$

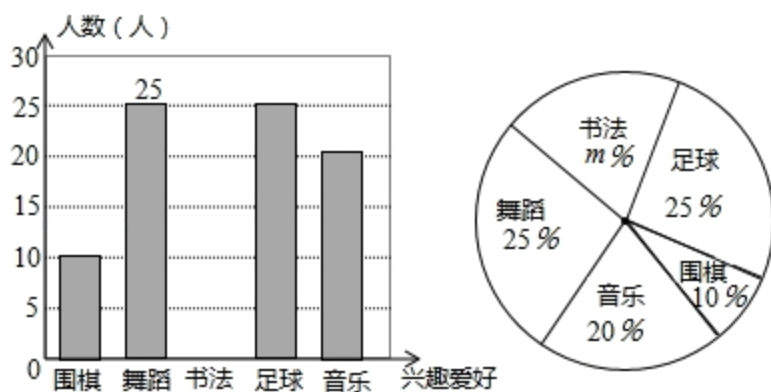
21. 如图， $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 均为等腰三角形， $AC=BC$ ， $CD=CE$ ， $\angle ACB=\angle DCE$ ，点 D 在线段 AB 上(与 A ， B 不重合)，连接 BE 。

(1) 证明： $\triangle ACD \cong \triangle BCE$ 。

(2) 若 $BD=2$ ， $BE=5$ ，求 AB 的长。



22. 某中学计划根据学生的兴趣爱好组建课外兴趣小组，并随机抽取了部分同学的兴趣爱好进行调查，将收集的数据整理并绘制成下列两幅统计图，请根据图中的信息，完成下列问题：



(1) 学校这次调查共抽取了_____名学生；

(2) 求 m 的值并补全条形统计图；

(3) 在扇形统计图中，“围棋”所在扇形的圆心角度数为_____；

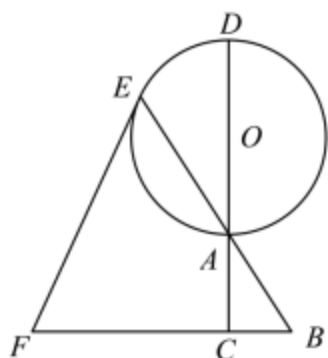
(4) 设该校共有学生1000名，请你估计该校有多少名学生喜欢足球。

23. 2020春开学为防控冠状病毒，学生进校园必须戴口罩，测体温，江阴初级中学开通了三条人工测体温的通道，每周分别由王老师、张老师、李老师三位老师给进校园的学生测体温(每个通道一位老师)，周一有小卫和小孙两学生进校园，在3个人工测体温通道中，可随机选择其中的一个通过。

(1) 求小孙进校园时，由王老师测体温的概率；

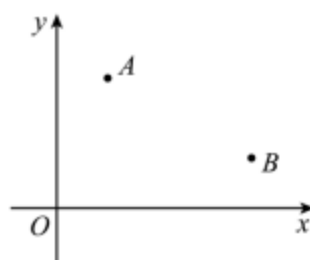
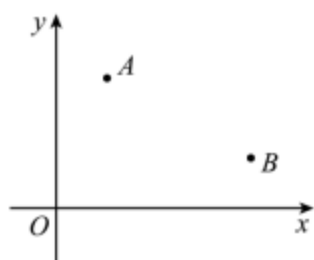
(2) 求两学生进校园时，都是王老师测体温的概率。

24. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，延长 CA 到点 D ，以 AD 为直径作 $\odot O$ ，交 BA 的延长线于点 E ，延长 BC 到点 F ，使 $BF = EF$ 。



- (1) 求证： EF 是 $\odot O$ 的切线；
 (2) 若 $\odot O$ 的半径为 5， $AC = 4$ ， $AE = 8$ ，求 BF 的长。

25. 如图，在平面直角坐标系中有 A, B 两点，请在 x 轴上找一点 C ，将 $\triangle ABC$ 沿 AC 翻折，使点 B 的对应点 D 恰好落在 x 轴上。



(备用图)

- (1) 利用无刻度的直尺和圆规在图中找出所有符合条件的点 C ；(不写作法，保留作图痕迹)
 (2) 若点 A 的坐标为 $(1, 4)$ ，点 B 的坐标为 $(5, 2)$ ，请直接写出点 C 的坐标。

26. 某运动器械厂根据市场需求，计划生产 A, B 两种型号的按摩椅，其部分信息如下： A, B 两种型号的按摩椅共生产 40 台，现已知 A, B 两种按摩椅的生产成本和售价如表：

型号	成本（万元/台）	售价（万元/台）
A	2	2.4
B	2.5	3

根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 若该公司销售完两种型号按摩椅恰好获利 18.8 万元，则该公司分别生产 A, B 种型号按摩椅各多少台？
 (2) 据市场调查，每台 A 型按摩椅的售价将会提高 a 万元 ($a > 0$)，每台 B 型按摩椅售价不会改变，现受资金影响，该公司生产 A 型按摩椅不超过 20 台但是不少于 18 台，则该公司应如何生产才可以获得最大利

润？

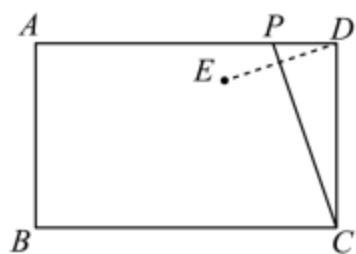
27. 已知抛物线 $y=mx^2-2mx+3(m<0)$ 与 x 轴交于 A, B 两点(点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴交于点 C , 且 $OB=3OA$.

(1) 求抛物线的解析式；

(2) 若 M, N 是第一象限的抛物线上不同的两点, 且 $\triangle BCN$ 的面积恒小于 $\triangle BCM$ 的面积, 求点 M 的坐标；

(3) 若 D 为抛物线的顶点, P 为第二象限的抛物线上的一点, 连接 BP, DP , 分别交 y 轴于 E, F , 若 $EF=\frac{1}{3}OC$, 求点 P 的坐标.

28. 如图, 已知矩形 $ABCD$ 中, $AB=4$, $AD=m$, 动点 P 从点 D 出发, 在边 DA 上以每秒 2 个单位的速度向点 A 运动, 连接 CP , 作点 D 关于直线 PC 的对称点 E , 设点 P 的运动时间为 $t(s)$.



(1) 若 $m=8$, 求当 P, E, B 三点在同一直线上时对应的 t 的值.

(2) 已知 m 满足: 在动点 P 从点 D 到点 A 的整个运动过程中, 试问: 当有且只有一个时刻 t , 使点 E 到直线 BC 的距离等于 2, 求所有这样的 m 的取值范围. 当有两个时刻 t , 使点 E 到直线 BC 的距离等于 2, 求所有这样的 m 的取值范围.