2021—2022 学年九年级学业水平模拟考试（二）数学答案

一、选择题（本大题共 10 小题，满分 30 分，每小题 3 分.）

1. -3 的绝对值等于（　　）

A. -3　　B. 3　　C. ±3　　D. $\sqrt{3}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据绝对值的性质解答即可.

【详解】解：$|-3|=3$.

故选 B.

【点睛】此题考查了绝对值的性质：一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0.

2. 下列计算正确的是（　　）

A. $a+a^2=a^3$　　B. $a^2\cdot a^3=a^6$　　C. $\left(a^2\right)^3=a^5$　　D. $a^8\div a^5=a^3$

【答案】D

【解析】

【分析】根据合并同类项，可判断 A，根据同底数幂的乘法底数不变指数相加，可判断 B，根据幂的乘方底数不变指数相乘，可判断 C，根据同底数幂的除法底数不变指数相减，可判断 D.

【详解】解：A、a 与 a^2 不是同类项不能合并，故 A 错误；

B、$a^2\cdot a^3=a^{2+3}=a^5$，故 B 错误；

C、$\left(a^2\right)^3=a^{2\times3}=a^6$，故 C 错误；

D、$a^8\div a^5=a^3$，故 D 正确.

故选：D.

【点睛】本题主要考查了同底数幂的乘除运算以及幂的乘方运算、合并同类项，正确掌握运算法则是解题关键.

3. 下列是轴对称图形但不是中心对称图形的是（　　）

A. 平行四边形　　B. 正方形　　C. 等边三角形　　D. 菱形

【答案】C

【解析】

【分析】根据轴对称图形和中心对称图形的定义逐项识别即可，在平面内，一个图形经过中心对称能与原来的图形重合，这个图形叫做中心对称图形；一个图形的一部分，以某条直线为对称轴，经过轴对称能与图形的另一部分重合，这样的图形叫做轴对称图形．

【详解】解：A、平行四边形不是轴对称图形，是中心对称图形，故本选项不符合题意；

B、正方形是轴对称图形，也是中心对称图形，故本选项不符合题意；

C、等边三角形是轴对称图形，但不是中心对称图形，故本选项符合题意；

D、菱形是轴对称图形，也是中心对称图形，故本选项不符合题意．

故选：C．

【点睛】本题考查了轴对称图形和中心对称图形的识别，熟练掌握轴对称图形和中心对称图形的定义是解答本题的关键．

4. 一组数据：2，－1，0，3，－3，2.则这组数据的中位数和众数分别是（　　）

A. 0，2　　B. 1.5，2　　C. 1，2　　D. 1，3

【答案】C

【解析】

【分析】把这组数据按照从小到大的顺序排列，第 3、4 个数的平均数是中位数，在这组数据中出现次数最多的是 1，得到这组数据的众数．

【详解】解：把这组数据按照从小到大的顺序排列-3，$-1,0,2,2,3$，

第 3、4 个两个数的平均数是$(0+2)\div 2=1$，

所以中位数是 1；

在这组数据中出现次数最多的是 2，

即众数是 2，

故选：C．

【点睛】本题考查一组数据的中位数和众数，在求中位数时，首先要把这列数字按照从小到大或从的大到小排列，找出中间一个数字或中间两个数字的平均数即为所求．

5. 函数$y=\dfrac{1}{x-2}$中自变量x的取值范围是（　　）

A. $x>2$　　B. $x\geq 2$　　C. $x\neq 2$　　D. $x\leq 2$

【答案】C

【解析】

【分析】根据分母不等于 0 列式计算即可得解．

【详解】解：根据题意得，

$x-2\neq 0$，

解得 $x\neq 2$.

故选：C.

【点睛】本题考查函数自变量的取值范围的知识点：分式有意义，分母不为 0.

6. 若圆锥的底面半径为 3，母线长为 5，则这个圆锥的侧面积为（　　）

A. 15　　B. 12π　　C. 15π　　D. 30π

【答案】C

【解析】

【分析】求出底面周长，即为侧面展开图的弧长，利用扇形面积公式 $S=\frac{1}{2}lr$ 即可求解.

【详解】解：圆锥侧面积为 $\frac{1}{2}\times 2\pi\times 3\times 5=15\pi$ ，

故选：C.

【点睛】本题考查求圆锥侧面积，掌握扇形面积公式 $S=\frac{1}{2}lr$ 是解题的关键.

7. 下列命题是真命题的是（　　）

A. 对角线相等且互相平分的四边形是矩形　　B. 对角线相等的四边形是矩形

C. 平行四边形的对角线互相垂直　　D. 对角线互相垂直的四边形是菱形

【答案】A

【解析】

【分析】根据菱形的判定方法，矩形的判定方法以及平行四边形的性质对各选项分析判断即可得解.

【详解】解：A、对角线相等且互相平分的四边形是矩形，故本项是真命题；

B、对角线相等的平行四边形是矩形，故本项是假命题；

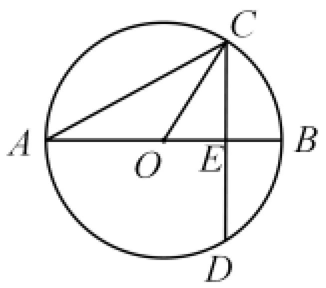
C、平行四边形的对角线互相平分，故本项是假命题；

D、对角线互相垂直的平行四边形是菱形，故本项是假命题；

故选：A.

【点睛】本题主要考查命题的真假判断，正确的命题叫真命题，错误的命题叫做假命题，熟练掌握菱形，矩形以及平行四边形的判定和性质是解题的关键.

8. 如图，⊙O 的直径 AB 垂直于弦 CD，垂足为 E，$\angle A=30°$，半径为 2，则弦 CD 的长为(　　)



A. 2　　　　B. -1　　　　C. $2\sqrt{3}$　　　　D. 4

【答案】C

【解析】

【分析】根据垂径定理得 $CE=DE=\frac{1}{2}CD$，$\angle CEO=90°$，根据圆周角定理得到 $\angle COE=60°$，根据三角函数定义得到 $CE=\frac{\sqrt{3}}{2}OC=\sqrt{3}$，最后由垂径定理得出结论 $CD=2\sqrt{3}$．

【详解】解：∵⊙O 的直径 AB 垂直于弦 CD，

∴ $CE=DE, \angle CEO=90°$，

∵ $\angle A=30°$，

∴ $\angle COE=60°$，

在 $Rt\triangle COE$ 中，$OC=2, \angle COB=60°$，

∵ $\sin\angle COB=\frac{CE}{OC}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

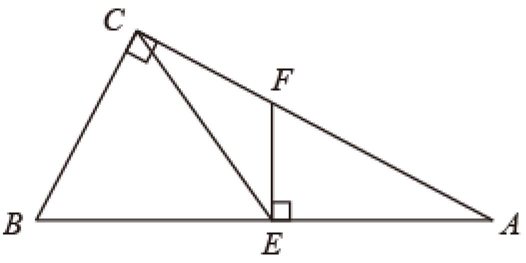
∴ $CE=\frac{\sqrt{3}}{2}OC=\sqrt{3}$，

∴ $CD=2CE=2\sqrt{3}$，

故选：C．

【点睛】本题是圆的计算题，考查了垂径定理，圆周角定理和三角函数的运用，熟练掌握垂径定理是解题的关键；在圆中的计算问题中，经常有直角三角形存在，经常利用三角函数求线段的长．

9. 如图，在Rt□ABC中，$\angle ACB=90°, CE$ 是斜边 AB 上的中线，过点 E 作 $EF\perp AB$ 交 AC 于点 F．若 $BC=4, \triangle AEF$ 的面积为 5，则 $\sin\angle CEF$ 的值为（　　）



A. $\frac{3}{5}$　　B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C. $\frac{4}{5}$　　D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

【答案】A

【解析】

【分析】由题意易得$\triangle AEF\backsim\triangle ACB$，设$CE=BE=AE=x$，则有$AB=2x$，则有$AC=\sqrt{4x^2-16}$，$EF=\frac{10}{x}$，然后可得$\frac{4}{\frac{10}{x}}=\frac{\sqrt{4x^2-16}}{x}$，过点$C$作$CH\perp AB$于点$H$，进而根据三角函数及勾股定理可求解问题．

【详解】解：$\because EF\perp AB$，$\angle ACB=90°$，

$\therefore \angle AEF=\angle ACB=90°$，

$\therefore \triangle AEF\backsim\triangle ACB$，

$\because CE$是斜边AB上的中线，

$\therefore CE=BE=AE=\frac{1}{2}AB$，

设$CE=BE=AE=x$，则有$AB=2x$，

$\because BC=4$，

$\therefore$由勾股定理可得$AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{4x^2-16}$，

$\because \triangle AEF$的面积为5，

$\therefore EF=\frac{10}{x}$，

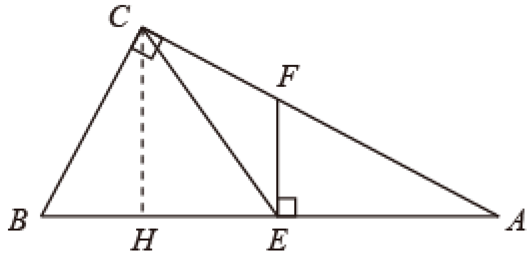
$\because \triangle AEF\backsim\triangle ACB$，

$\therefore \frac{BC}{EF}=\frac{AC}{AE}$，即$\frac{4}{\frac{10}{x}}=\frac{\sqrt{4x^2-16}}{x}$，化简得：$x^4-25x^2+100=0$，

解得：$x^2=5$或$x^2=20$，

当$x^2=5$时，则$AC=2$，与题意矛盾，舍去；

∴当$x^2=20$时，即$x=2\sqrt{5}$，过点C作$CH\perp AB$于点H，如图所示：



$\therefore AB=4\sqrt{5}, AC=8$，$CE=2\sqrt{5}$，$EF//CH$，

$\therefore \angle CEF=\angle ECH$，$\sin\angle B=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，

$\therefore CH=BC\cdot\sin\angle B=\dfrac{8\sqrt{5}}{5}$，

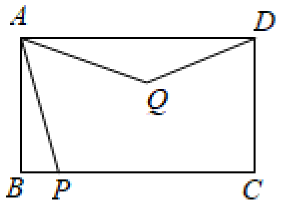
$\therefore HE=\sqrt{CE^2-CH^2}=\dfrac{6\sqrt{5}}{5}$，

$\therefore \sin\angle CEF=\sin\angle ECH=\dfrac{HE}{CE}=\dfrac{3}{5}$；

故选A．

【点睛】本题主要考查三角函数、相似三角形的性质与判定及勾股定理，熟练掌握三角函数、相似三角形的性质与判定及勾股定理是解题的关键．

10. 如图，在矩形$ABCD$中，$AB=5$，$BC=5\sqrt{3}$，点P在线段BC上运动（含B、C两点），连接AP，以点A为中心，将线段AP逆时针旋转60°到AQ，连接DQ，则线段DQ的最小值为（　　）



A. $\dfrac{5}{2}$　　　　B. $5\sqrt{2}$　　　　C. $\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$　　　　D. 3

【答案】A

【解析】

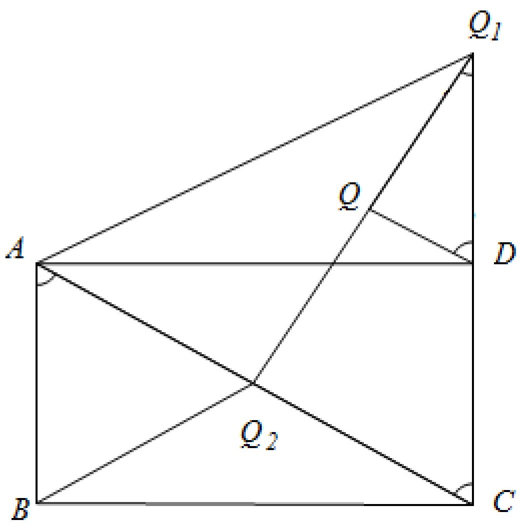
【分析】根据题中条件确定出点P的轨迹是线段，则线段DQ的最小值就转化为定点D到点P的轨迹线段的距离问题．

【详解】解：$\because AP$ 与 AQ 固定夹角是 $60°$，$AP:AQ=1$，点 P 的轨迹是线段，

$\therefore Q$ 的轨迹也是一条线段.

$\because$ 两点确定一条直线，取点 P 分别与 B,C 重合时，所对应两个点 Q，

来确定点 Q 的轨迹，得到如下标注信息后的图形：



求 DQ 的最小值，转化为点 D 到点 Q 的轨迹线段的距离问题，

$\because AB=5, BC=5\sqrt{3}$，

$\therefore$ 在 Rt□ABC 中，$\tan\angle BAC=\dfrac{5\sqrt{3}}{5}=\sqrt{3}, \therefore \angle BAC=60°$，

$\because AB//DC$，$\therefore \angle DCA=60°$，

将 AC 逆时针绕点 A 转动 $60°$ 后得到 AQ_1，

$\therefore$□ACQ_1 为等边三角形，$DC=DQ_1=5$，

Q_2 为 AC 的中点，根据三线合一知，

$\angle CQ_1Q_2=30°$，

过点 D 作 Q_1Q_2 的垂线交于点 Q，

在 Rt□Q_1QD 中，$30°$ 对应的边等于斜边的一半，

$\therefore DQ=\dfrac{1}{2}DQ_1=\dfrac{5}{2}$，

$\therefore DQ$ 的最小值为 $\frac{5}{2}$，

故选：A．

【点睛】本题考查了动点问题中，两点间距离的最小值问题，解题的关键是：需要确定动点的轨迹，才能方便找到解决问题的突破口．

二、填空题（本大题共 8 小题，满分 24 分，每小题 3 分，其中 16，18 题第一空 1 分，第 2 空 2 分.）

11. 分解因式：$5a^3-20a$=___________．

【答案】$5a(a+2)(a-2)$

【解析】

【分析】先提取公因式 5a，再根据平方差公式进行二次分解即可求得答案．

【详解】解：$5a^3-20a$==5a（a^2−4）$=5a(a+2)(a-2)$．

故答案为：$5a(a+2)(a-2)$．

【点睛】本题考查了提公因式法，公式法分解因式．注意先提取公因式，再利用公式法进行二次分解，注意分解要彻底．

12. 习近平主席在今年国际工程科技大会上强调，42000000 人的工程科技人才队伍是开创未来最可宝贵的资源，这个数据用科学记数法表示为______．

【答案】4.2×10^{7}

【解析】

【分析】用科学记数法表示较大的数时，一般形式为 $a\times10^{n}$，其中 $1\leq|a|<10$，n 为整数,且 n 比原来的整数位数少 1，据此即可求解．

【详解】解：$42000000=4.2\times10^{7}$，

故答案为：4.2×10^{7}．

【点睛】本题考查了科学记数法的表示方法，用科学记数法表示绝对值较大的数时，一般形式为 $a\times10^{n}$，其中 $1\leq|a|<10$，n 为整数，且 n 比原来的整数位数少 1，解题的关键是要正确确定 a 和 n 的值．

13. 命题“等腰三角形的两个底角相等”的逆命题是___________．

【答案】“两个角相等的三角形是等腰三角形”

【解析】

【分析】逆命题就是原命题的题设和结论互换，找到原命题的题设为等腰三角形，结论为两个角相等，互

换即可．

【详解】解：命题“等腰三角形的两个底角相等”的逆命题是“两个角相等的三角形是等腰三角形”，

故答案为：“两个角相等的三角形是等腰三角形”．

【点睛】本题考查逆命题的概念，解决本题的关键是熟练掌握逆命题的概念，知道题设和结论互换．

14. 写出一个函数表达式，经过(1，0)，且函数值随着自变量增大而增大的函数________．

【答案】$y=x-1$（答案不唯一）

【解析】

【分析】根据函数增减性可以得出一次函数 $k>0$，另外确定写出函数过定点(1，0)即可，写出函数不唯一，只要满足上述两点即可．

【详解】解：∵函数值随着自变量增大而增大，

∴一次函数的一次项系数 $k>0$，

∵令 $k=1$，设一次函数解析式为 $y=x+b$，代入(1，0)解得：

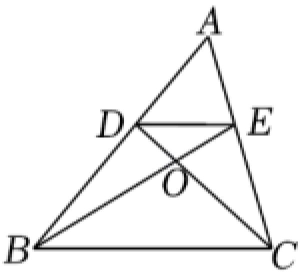
∴ $b=-1$

则的满足上述函数解析式为 $y=x-1$

故答案为：$y=x-1$．（且答案不唯一）

【点睛】本题考查一次函数定义，一次函数增减性，求一次函数解析式，理解并掌握一次函数的定义是解题的关键．

15. 如图，D、E 分别是□ABC 的边 AB 、 AC 上的点，且 $DE // BC$ ， BE 、 CD 相交于点 O，若 $S_{\triangle DOE}:S_{\triangle DOB}=1:3$ ，则 $\dfrac{DE}{BC}=$__________，当 $S_{\triangle ADE}=2$ 时，四边形 $DBCE$ 的面积是__________．



【答案】 ①. $\dfrac{1}{3}$ ②. 16

【解析】

【分析】由题意可得 $\dfrac{OE}{OB}=1:3$，可得 $\dfrac{DE}{BC}=1:3$，再由相似三角形的性质即可求解．

【详解】解：∵ $S_{\square DOE}:S_{\square DOB}=1:3$，

∴ $\dfrac{OE}{OB}=1:3$，

$\because DE \parallel BC$，

$\therefore \triangle ODE \backsim \triangle OCB$，

$\therefore \dfrac{DE}{BC}=\dfrac{OE}{OB}=\dfrac{1}{3}$，

$\because DE \parallel BC$，

$\therefore \triangle ADE \backsim \triangle ABC$，

$\therefore \dfrac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}=\left(\dfrac{DE}{BC}\right)^2=\left(\dfrac{1}{3}\right)^2=\dfrac{1}{9}$，

$\because S_{\triangle ADE}=2$，

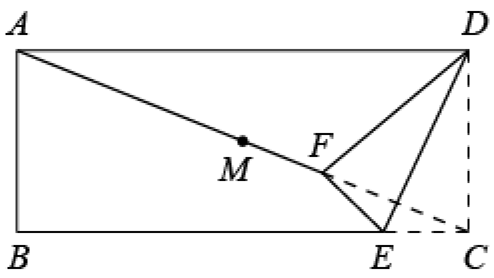
$\therefore S_{\triangle ABC}=18$ ，

∴四边形 $DBCE$ 的面积为 $S_{\triangle ABC}-S_{\triangle ADE}=18-2=16$，

故答案为：$\dfrac{1}{3}$，16．

【点睛】本题考查了相似三角形的判定与性质，解题关键是熟练掌握相似三角形的判定与性质．

16. 如图是一张矩形纸片 $ABCD$，点 M 是对角线 AC 的中点，点 E 在 BC 边上，把△DCE 沿直线 DE 折叠，使点 C 落在对角线 AC 上的点 F 处，连接 DF，EF．若 $MF=AB$，则∠DAF=____度．

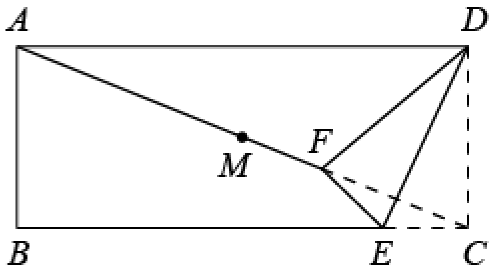


【答案】18

【解析】

【分析】连接 DM，如图，设∠DAF=x．根据矩形的性质，直角三角形斜边上的中线是斜边的一半，等边对等角，三角形外角的性质求出∠DMC=$2x$，根据轴对称的性质，等边对等角，三角形外角的性质和等价代换思想求出∠DCF=$4x$ 和∠MDC=$4x$，最后根据三角形内角和定理列出方程求解即可．

【详解】解：连接 DM，如图所示，设∠DAF=x．



∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$AB=CD$，$\angle ADC=90°$．

∵M是 AC 中点，

∴ $AM=CM=DM=\frac{1}{2}AC$ ．

∴$\angle ADM=\angle DAF=x$，$\angle DCF=\angle MDC$．

∴$\angle DMC=\angle DAF+\angle ADM=2x$．

∵△DCE 沿直线 DE 折叠，点 C落在对角线 AC 上的点 F 处，

∴$FD=CD$，$\angle DFC=\angle DCF$．

∴$FD=AB$．

∵$MF=AB$，

∴$FD=MF$．

∴$\angle FDM=\angle DMC=2x$．

∴$\angle DFC=\angle FDM+\angle DMC=4x$．

∴$\angle DCF=\angle DFC=4x$．

∴$\angle MDC=\angle DCF=4x$．

∵$\angle MDC+\angle DCF+\angle DMC=180°$，

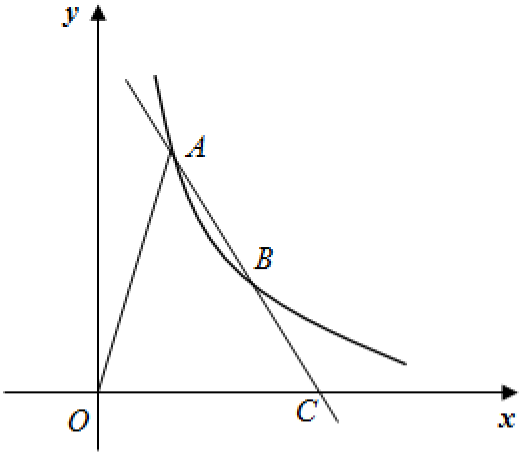
∴$4x+4x+2x=180$．

∴$x=18$．

故答案为：18．

【点睛】本题考查矩形的性质，直角三角形斜边上的中线是斜边的一半，等边对等角，三角形外角的性质，轴对称的性质，三角形内角和定理，综合应用这些知识点是解题关键．

17. 如图,直线 AB 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k>0,x>0)$ 的图象交于 A,B 两点,与 x 轴交于点 C,且 $AB=BC$，连接 OA．已知□OAC 的面积为 12，则 k 的值为____________．



【答案】8.

【解析】

【分析】过点 A 作 $AE\perp x$ 交 x 轴于 E，过点 B 作 $BF\perp x$ 交 x 轴于 F，根据 $AB=BC$，可以得到 $EF=FC$，再根据三角形面积公式即可求解.

【详解】解：如图所示，过点 A 作 $AE\perp x$ 轴交 x 轴于 E，过点 B 作 $BF\perp x$ 轴交 x 轴于 F

$\because AE\perp x$ 轴，$BF\perp x$ 轴，$AB=BC$

$\therefore EF=FC$，$AE=2BF$（中位线定理）

设 A 点坐标为（a，$\frac{k}{a}$），则 B 点坐标为（$2a$，$\frac{k}{2a}$）

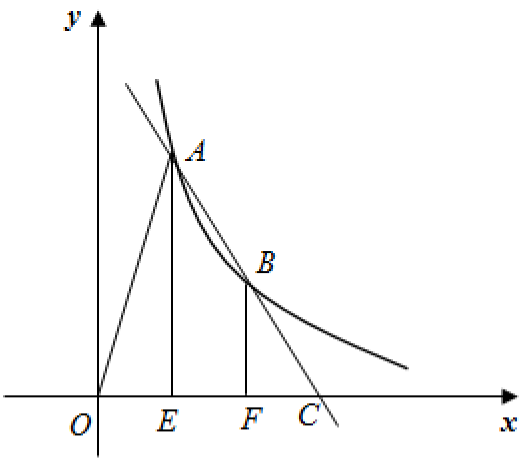
$\because OC=OE+EF+FC$

$\therefore OC=OE+EF+FC=3a$

$\therefore S_{\triangle OAC}=\frac{1}{2}OC\cdot AE=\frac{1}{2}\cdot 3a\cdot \frac{k}{a}=12$

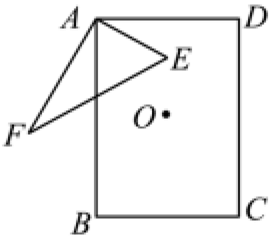
解得 $k=8$

故答案为：8.



【点睛】本题主要考查了中位线定理，反比例函数的性质和三角形面积公式，解题的关键在于能够熟练运用相关知识进行求解.

18. 已知在矩形 $ABCD$ 中，$AD=9$，$AB=12$，O 为矩形的中心；在 Rt△AEF 中，$\angle EAF=90°$，$AE=6$，$AF=8$．将△AEF 绕点 A 按顺时针方向旋转一周，则 EF 边上的高为______．连接 CE，取 CE 中点 M，连接 FM，写出 FM 的取值范围______．



【答案】 ①. 4.8 ②. $\frac{2\sqrt{73}-15}{2}\le FM\le\frac{15+2\sqrt{73}}{2}$

【解析】

【分析】利用面积即可求解；延长 EF 至 N，使 $FN=EF=10$，连接 NC，AN，作 $AH\perp EF$ 于 H，求出 AH，NH，AN 的长度，利用点 N 在以 A 为圆心，$2\sqrt{73}$ 为半径的圆上运动，表示出 CN 的最大值和最小值，根据 $FM=\frac{1}{2}CN$ 表示出 FM 的取值范围即可．

【详解】设 EF 边上的高为 h，

∵在 Rt△AEF 中，$\angle EAF=90°$，$AE=6$，$AF=8$，

$\therefore EF=\sqrt{AF^2+AE^2}=10$，

$\because S_{Rt\triangle AEF}=\frac{1}{2}\times AE\times AF=\frac{1}{2}\times EF\times h$，

$\therefore h=\frac{AE\times AF}{EF}=4.8$；

如图，延长 EF 至 N，使 $FN=EF=10$，连接 NC，AN，作 $AH\perp EF$ 于 H，

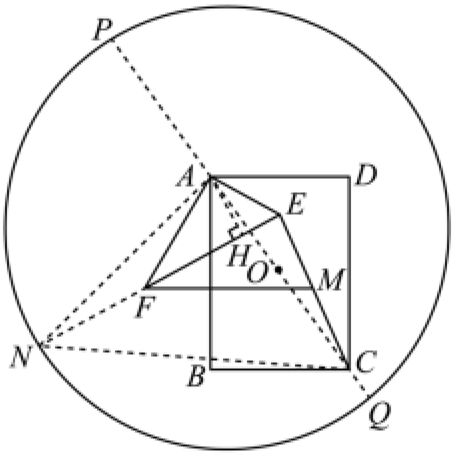


图3

$\because S_{\triangle AEF}=\frac{1}{2}\cdot AE\cdot AF=\frac{1}{2}\cdot EF\cdot AH=24$，

$\therefore AH=\frac{24}{5}$，即 $EG=\sqrt{AE^2-AH^2}=\sqrt{6^2-\left(\frac{24}{5}\right)^2}=\frac{18}{5}$，

$\therefore NH=EN-EH=20-\frac{18}{5}=\frac{82}{5}$，

在Rt$\triangle AHN$中，由勾股定理得，

$AN=\sqrt{AH^2+NH^2}=\sqrt{\left(\frac{24}{5}\right)^2+\left(\frac{82}{5}\right)^2}=2\sqrt{73}$，

$\therefore$点N在以A为圆心，$2\sqrt{73}$为半径的圆上运动，

$\therefore CN$的最大值$=CP=AC+AP=15+2\sqrt{73}$，CN的最小值$=CQ=AQ-AC=2\sqrt{73}-15$，

$\because M$是EQ的中点，

$\therefore FM=\frac{1}{2}CN$，

$\therefore \frac{2\sqrt{73}-15}{2}\le FM\le\frac{15+2\sqrt{73}}{2}$，

故答案为：4.8，$\frac{2\sqrt{73}-15}{2}\le FM\le\frac{15+2\sqrt{73}}{2}$．

【点睛】本题考查旋转的性质，相似三角形的判定和性质，勾股定理，掌握旋转的性质，通过添加辅助线构造相似三角形是解题关键．

三、解答题（本大题共10小题，共96分.）

19. （1）计算：$\left|\sqrt{3}-1\right|-\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}-2sin60°$；

（2）化简：$2(x+y)^2-(x+2y)(x-2y)$．

【答案】（1）-5；（2）$x^2+4xy+6y^2$．

【解析】

【分析】（1）原式第一项利用绝对值的代数意义进行化简，第二项利用负指数幂法则计算，第三项利用特殊角的三角函数值计算即可得到结果；

（2）分别运用完全平方公式和平方差公式将括号展开，再合并即可得到结果．

【详解】（1）$\left|\sqrt{3}-1\right|-\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}-2sin60°$

$=\sqrt{3}-1-4-2\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=-5$；

（2）$2(x+y)^2-(x+2y)(x-2y)$

$=2(x^2+2xy+y^2)-(x^2-4y^2)$.

$=2x^2+4xy+2y^2-x^2+4y^2$

$=x^2+4xy+6y^2$.

【点睛】此题考查了实数的运算以及整式的混合运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

20. 解方程和不等式组：

（1）$\frac{x-8}{x-7}-\frac{1}{7-x}=8$；

（2）$\begin{cases}x-4\le 3(x-2)\\ \frac{1+2x}{3}+1>x\end{cases}$

【答案】（1）无解　　（2）$1\le x<4$

【解析】

【分析】（1）方程两边同时乘以最简公分母$(x-7)$，化分为整，解整式方程，对解进行检验即可；

（2）分别求出不等式组中两不等式的解集，用“同大取大，同小取小，大小小大取中间，大大小小是无解”进行判断即可．

【小问1详解】

解：方程两边同时乘以$(x-7)$得：$x-8+1=8(x-7)$

解得：$x=7$．

经检验：$x=7$是原方程的增根，

∴原分式方程无解．

【小问2详解】

$\begin{cases}x-4\le 3(x-2)① \\ \frac{1+2x}{3}+1>x②\end{cases}$

由①得：$x\ge 1$，

由②得：$x<4$，

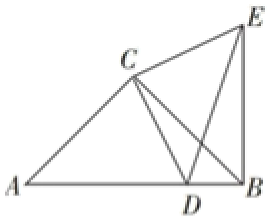
∴此不等式组的解集为$1\le x<4$.

【点睛】本题考查了分式方程的解法和解一元一次不等式组问题，熟练掌握分式方程的解法和判断解集的方法是解题的关键.

21. 如图，□ABC和□CDE均为等腰三角形，$AC=BC$，$CD=CE$，$\angle ACB=\angle DCE$，点D在线段AB上(与A，B不重合)，连接BE.

（1）证明：□$ACD\cong$□BCE.

（2）若$BD=2$，$BE=5$，求AB的长.



【答案】（1）证明见解析；（2）7.

【解析】

【分析】（1）由∠ACB＝∠DCE，得出∠ACD＝∠BCE，由SAS证得△ACD≌△BCE；

（2）由（1）知：△ACD≌△BCE，得出AD＝BE＝5，则AB＝AD＋BD＝7.

【详解】（1）∵$\angle ACB=\angle DCE$，

∴$\angle ACB-\angle DCB=\angle DCE-\angle DCB$，

即$\angle ACD=\angle BCE$，

在ΔACD和ΔBCE中，$AC=BC$，$\angle ACD=\angle BCE$，$CD=CE$，

所以$\Delta ACD\cong\Delta BCE$；

（2）∵$\Delta ACD\cong\Delta BCE$，

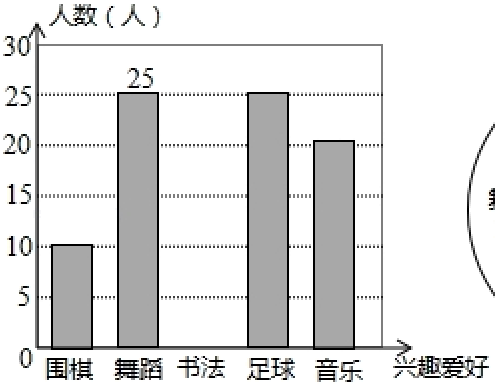
∴$AD=BE$，

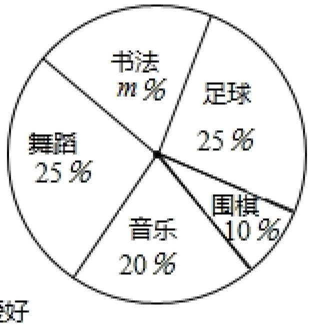
∵$AB=AD+BD$，$BD=2$，$BE=5$，

∴$AB=BE+BD=5+2=7$.

【点睛】本题考查了全等三角形的判定与性质，熟练掌握全等三角形的判定是解题的关键.

22. 某中学计划根据学生的兴趣爱好组建课外兴趣小组，并随机抽取了部分同学的兴趣爱好进行调查，将收集的数据整理并绘制成下列两幅统计图，请根据图中的信息，完成下列问题：





(1)学校这次调查共抽取了____________名学生；

(2)求 m 的值并补全条形统计图；

(3)在扇形统计图中，“围棋”所在扇形的圆心角度数为_________________；

(4)设该校共有学生1000名，请你估计该校有多少名学生喜欢足球．

【答案】（1）100；（2）m=20，补图见解析；（3）36°；（4）250．

【解析】

【分析】（1）用“围棋”的人数除以其所占百分比可得；

（2）用总人数乘以“书法”人数所占百分比求得其人数，据此即可补全图形；

（3）用360°乘以“围棋”人数所占百分比即可得；

（4）用总人数乘以样本中“舞蹈”人数所占百分比可得．

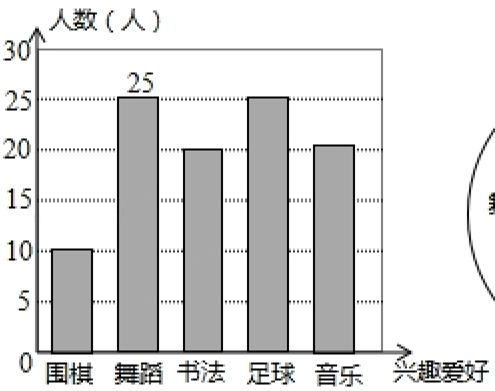
【详解】（1）学校本次调查的学生人数为 10÷10%=100(名)．

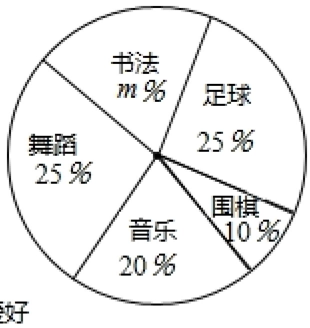
故答案为：100；

（2）m=100－25－25－20－10=20，

∴“书法”的人数为 100×20%=20 人，

补全图形如下：





（3）在扇形统计图中，“书法”所在扇形的圆心角度数为 360°×10%=36°．

故答案为：36°；

（4）估计该校喜欢舞蹈的学生人数为 1000×25%=250 人．

【点睛】本题考查了条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小．也考查了用样本估计总体的思想．

23. 2020 春开学为防控冠状病毒，学生进校园必须戴口罩，测体温，江阴初级中学开通了三条人工测体温的通道，每周一分别由王老师、张老师、李老师三位老师给进校园的学生测体温(每个通道一位老师)，周一有小卫和小孙两学生进校园，在 3 个人工测体温通道中，可随机选择其中的一个通过．

(1) 求小孙进校园时，由王老师测体温的概率；

(2)求两学生进校园时，都是王老师测体温的概率．

【答案】(1)$\frac{1}{3}$ ；(2)$\frac{1}{9}$

【解析】

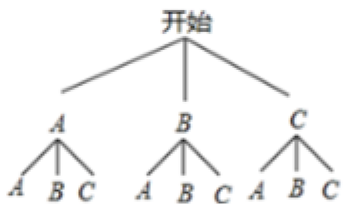
【分析】（1）根据概率公式计算即可；

（2）先画出树状图求出所有等情况数，再找出符合条件的情况数，最后用概率公式求解即可．

【详解】解：（1）由于共有三个老师测体温，则小孙由王老师测体温的概率是：$\frac{1}{3}$；

故答案为$\frac{1}{3}$；

（2）设王老师、张老师、李老师分别用 A、B，C 表示，画树状图如下：

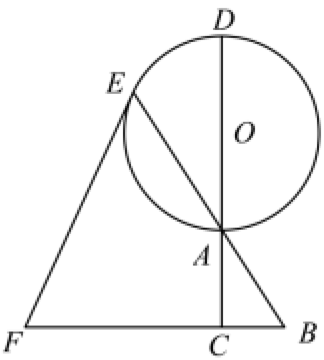


可发现共有 9 种情况数，其中都是王老师测体温的只有 1 种情况，则都是王老师测体温的概率是 $\frac{1}{9}$．

故答案为 $\frac{1}{9}$．

【点睛】本题考查了用树状图法求概率，在画树状图时，做到不重不漏是解答本题的关键．

24. 如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，延长 CA 到点 D，以 AD 为直径作⊙O，交 BA 的延长线于点 E，延长 BC 到点 F，使 $BF=EF$．



（1）求证：EF是⊙O的切线；

（2）若⊙O的半径为5，$AC=4$，$AE=8$，求BF的长．

【答案】（1）见详解　　（2）$BF=\frac{65}{6}$

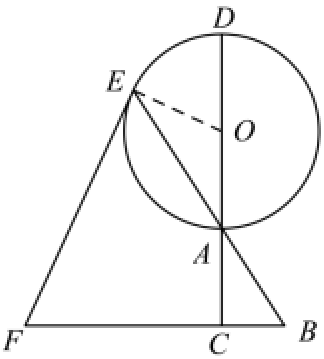
【解析】

【分析】（1）连接OE，根据$BF=EF$，$OE=OA$，可得$\angle BEF=\angle EBF$，$\angle OEA=\angle OAE$，再根据$\angle EBF+\angle CAB=90^\circ$，$\angle CAB=\angle OAE$，可得$\angle BEF+\angle OEA=90^\circ$，即有半径$OE\perp EF$，问题得证；

（2）连接OF，过O点作$ON\perp AE$于点E，利用垂径定理可得$NE=NA=\frac{1}{2}AE=4=AC$，$OC=OA+AC=9$，即：$NO=\sqrt{AO^2-AN^2}=3$，再证明$\triangle OAN\cong\triangle BAC$，即有$BC=NO=3$，设$BF=EF=x$，即$FC=BF-BC=x-3$，在Rt△$OEF$和Rt△$OCF$中，有$OF^2=OE^2+EF^2$，$OF^2=OC^2+CF^2$，即$5^2+x^2=9^2+(x-3)^2$，解方程即可求解．

【小问1详解】

连接OE，如图，



$\because BF=EF$，$OE=OA$，

$\therefore\angle BEF=\angle EBF$，$\angle OEA=\angle OAE$，

$\because\angle ACB=90^\circ$，

$\therefore\angle EBF+\angle CAB=90^\circ$，

$\because \angle CAB=\angle OAE$，$\angle OEA=\angle OAE$，$\angle BEF=\angle EBF$，

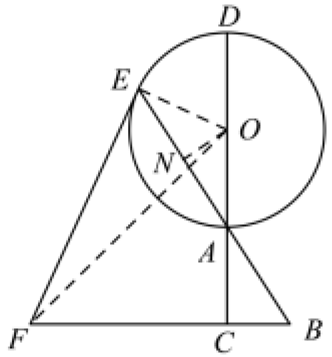
$\therefore \angle BEF+\angle OEA=90^{\circ}$，

$\therefore$半径$OE\perp EF$，

$\therefore EF$是$\odot O$的切线；

【小问2详解】

连接OF，过O点作$ON\perp AE$于点E，如图，



$\because AE=8$，$ON\perp AE$，$AC=4$，$\odot O$的半径为5，

$\therefore NE=NA=\dfrac{1}{2}AE=4=AC$，$OC=OA+AC=9$，

即：$NO=\sqrt{AO^2-AN^2}=3$，

$\because \angle ACB=\angle ONA=90^{\circ}$，$\angle OAE=\angle CAB$，$NA=AC$，

$\therefore \triangle OAN\cong\angle BAC$，

$\therefore BC=NO=3$，

设$BF=EF=x$，即$FC=BF-BC=x-3$，

$\because OE\perp EF$，$\angle ACB=\angle ACF=90^{\circ}$，

$\therefore$在$\mathrm{Rt}\triangle OEF$中，有$OF^2=OE^2+EF^2$；在$\mathrm{Rt}\triangle OCF$中，有$OF^2=OC^2+CF^2$

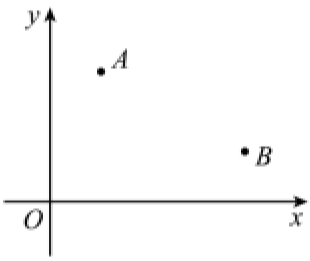
$\therefore 5^2+x^2=9^2+(x-3)^2$，

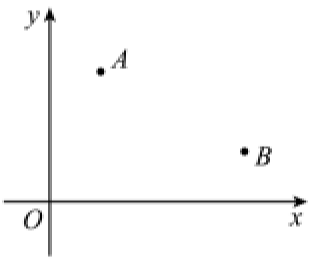
解得：$x=\dfrac{65}{6}$，

$\therefore BF=\dfrac{65}{6}$．

【点睛】本题考查了切线的判定与性质，等边对等角，全等三角形的判定与性质以及勾股定理等知识，掌握切线的判定与性质是解答本题的关键．

25. 如图，在平面直角坐标系中有A、B两点，请在x轴上找一点C，将$\triangle ABC$沿AC翻折，使点B的对应点D恰好落在x轴上．





(备用图)

（1）利用无刻度的直尺和圆规在图中找出所有符合条件的点 C；（不写作法，保留作图痕迹）

（2）若点 A 的坐标为 $(1,4)$，点 B 的坐标为 $(5,2)$，请直接写出点 C 的坐标．

【答案】（1）详见解析

（2）$(5,0)$ 或 $(\frac{7}{3},0)$

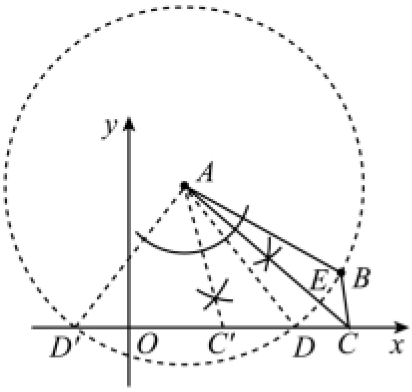
【解析】

【分析】(1)以 A 为圆心，AB 为半径画圆交 x 轴于 D，D'，作 $\angle BAD$，$\angle BAD'$ 的平分线交 x 轴于 C，C'，点 C，C' 即为所求；

（2）求出直线 BD 的解析式，根据 $AC\perp BD$，再求出直线 AC 的解析式即可解决问题．

【小问 1 详解】

如图，以 A 为圆心，AB 为半径画圆交 x 轴于 D，D'，作 $\angle BAD$，$\angle BAD'$ 的平分线交 x 轴于 C，C'，点 C，C' 即为所求．



【小问 2 详解】

设满足条件的点 D 坐标为 $(m,0)$，

$\because AB=AD$，

$\therefore 4^2+2^2=(m-1)^2+4^2$，

$\therefore m=3$ 或 -1，

$\therefore D(3,0)$，$D'(-1,0)$，

设直线 BD 的解析式为 $y=kx+c$，

则有 $\begin{cases}5k+c=2\\3k+c=0\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=1\\c=-3\end{cases}$，

∴直线 BD 的解析式为 $y=x-3$，

∵连接 BD，设其中点为 E，

∴ $E(4,1)$，

设直线 AC 的解析式为 $y=nx+b$，

则有 $\begin{cases}n+b=4\\4n+b=1\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}n=-1\\b=5\end{cases}$，

∴直线 AC 的解析式为 $y=-x+5$，

∴ $C(5,0)$，同法可得 $C'(\frac{7}{3},0)$，

综上所述，满足条件的点 C 坐标为 $(5,0)$ 或 $(\frac{7}{3},0)$.

【点睛】本题考查作图-轴对称变换，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，学会构建一次函数解决问题，属于中考常考题型．

26. 某运动器械厂根据市场需求，计划生产 A、B 两种型号的按摩椅，其部分信息如下：A、B 两种型号的按摩椅共生产 40 台，现已知 A、B 两种按摩椅的生产成本和售价如表：

型号	成本（万元/台）	售价（万元/台）
A	2	2.4
B	2.5	3

根据以上信息，解答下列问题：

（1）若该公司销售完两种型号按摩椅恰好获利 18.8 万元，则该公司分别生产 A、B 种型号按摩椅各多少台？

（2）据市场调查，每台 A 型按摩椅的售价将会提高 a 万元（$a>0$），每台 B 型按摩椅售价不会改变，现受资金影响，该公司生产 A 型按摩椅不超过 20 台但是不少于 18 台，则该公司应如何生产才可以获得最大利润？

【答案】（1）生产 A 种型号按摩椅为 12 台，则生产 B 种型号按摩椅 28 台

（2）$a<0.1$，生产 A 型按摩椅 18 台，则生产 B 种型号按摩椅 22 台，才可以获得最大利润；$a=0.1$，三种方案获利相同，都为 20 万元；$a>0.1$，生产 A 型按摩椅 20 台，则生产 B 种型号按摩椅 20 台，才可以获得最大利润

【解析】

【分析】（1）设生产 A 种型号按摩椅为 m 台，则生产 B 种型号按摩椅 $(40-m)$ 台，根据获利 18.8 万元列一元一次方程解答；

（2）设生产 A 型按摩椅 x 台，则生产 B 种型号按摩椅 $(40-x)$ 台，生产利润为 y 元，列出 y 与 x 的函数关系式，且 $18\le x\le 20$，根据 a 的取值范围及函数的增减性解答即可．

【小问 1 详解】

解：设生产 A 种型号按摩椅为 m 台，则生产 B 种型号按摩椅 $(40-m)$ 台，

$(2.4-2)m+(3-2.5)(40-m)=18.8$

解得 $a=12$，

$\therefore 40-m=28$，

答：生产 A 种型号按摩椅为 12 台，则生产 B 种型号按摩椅 28 台；

【小问 2 详解】

设生产 A 型按摩椅 x 台，则生产 B 种型号按摩椅 $(40-x)$ 台，生产利润为 y 元，

$y=(2.4+a-2)x+(3-2.5)(40-x)=(a-0.1)x+20$，

$\because 18\le x\le 20$，且 x 为正整数，

$\therefore$共有三种方案：

生产 A 种型号按摩椅为 18 台，则生产 B 种型号按摩椅 22 台，

生产 A 种型号按摩椅为 19 台，则生产 B 种型号按摩椅 21 台，

生产 A 种型号按摩椅为 20 台，则生产 B 种型号按摩椅 20 台，

当 $0<a<0.1$ 时，$a-0.1<0$，即 $a<0.1$，

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小，

$\therefore$当 $x=18$ 时，y 最大，

即生产 A 型按摩椅 18 台，则生产 B 种型号按摩椅 22 台，才可以获得最大利润；

当 $a=0.1$ 时，$y=20$，即三种方案获利相同，都为 20 万元；

当$a>0.1$时，$a-0.1>0$，即$a>0.1$，

∴y随x的增大而增大，

∴当$x=20$时，y最大，

即生产A型按摩椅20台，则生产B种型号按摩椅20台，才可以获得最大利润.

【点睛】此题考查了一元一次方程的应用，一次函数的应用，正确理解题意列得方程及函数解析式，掌握一次函数的性质是解题的关键.

27. 已知抛物线$y=mx^2-2mx+3(m<0)$与x轴交于A,B两点(点A在点B的左侧),与y轴交于点C,且$OB=3OA$.

（1）求抛物线的解析式：

（2）若M，N是第一象限的抛物线上不同的两点，且ΔBCN的面积恒小于$\triangle BCM$的面积，求点M的坐标；

（3)若D为抛物线的顶点,P为第二象限的抛物线上的一点,连接BP,DP,分别交y轴于E,F,若$EF=\frac{1}{3}OC$,求点P的坐标.

【答案】（1）$y=-x^2+2x+3$；（2）$M(\frac{3}{2},\frac{15}{4})$；（3）$P(-\frac{1}{2},\frac{7}{4})$

【解析】

【分析】（1）设$OA=a$，$OB=3a$，分两种情形讨论，求出m的值即可得到结论；

（2）设$M(t,-t^2+2t+3)$，求出$S_{\Delta BCM}=-\frac{3}{2}(t-\frac{3}{2})^2+\frac{27}{8}$，根据$\triangle BCM$的面积最大可求出$t$的值，从而可求出点$M$的坐标；

（3)过D作$DG//x$轴交y轴于点G,过P作$PH//x$轴交y轴于点H,证明$\Delta DGF \sim \Delta PHF$,$\Delta PHE \sim \Delta BOE$得$\frac{DG}{PH}=\frac{GF}{HF}$，$\frac{PH}{OB}=\frac{HE}{EO}$代入相关数据求解即可.

【详解】解：（1）∵$OB=3OA$，点A在点B的左侧

设$OA=a$，$OB=3a$

情形一：A（$-a$，0），B（$3a$，0）

令$y=0$，则有$mx^2-2mx+3=0$

$$\therefore -a+3a=-\frac{-2m}{m}=2$$

解得，$a=1$

$\therefore A(-1,0)$

将$A(-1,0)$代入$y=mx^2-2mx+3$得：$m+2m+3=0$，

解得，$m=-1$

∴函数解析式为：$y=-x^2+2x+3$；

情形二：A（a，0），B（$3a$，0）

令 y=0，则有 $mx^2-2mx+3=0$

$\therefore a+3a=-\dfrac{-2m}{m}=2$

解得，$a=\dfrac{1}{2}$

$\therefore A(\dfrac{1}{2},0)$

将 $A(\dfrac{1}{2},0)$ 代入 $y=mx^2-2mx+3$ 得：$\dfrac{1}{4}m-m+3=0$，

解得，$m=4$

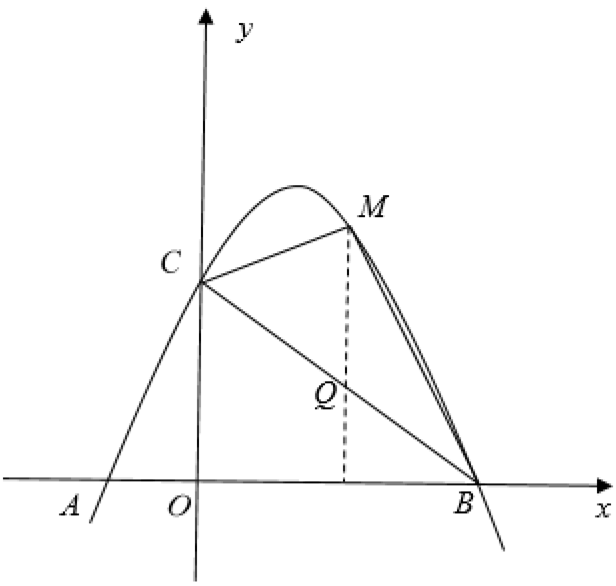
∵$m<0$

∴此情形不符合题意；

综上所述，函数解析式为：$y=-x^2+2x+3$；

（2）ΔBCN 的面积恒小于□BCM 的面积，

∴□BCM 的面积最大，



过 M 点作 $MQ\perp x$ 轴，交 BC 于点 Q，

设 $M(t,-t^2+2t+3)$

∵B（3，0），C（0，3）

∴设直线 BC 的解析式为 $y=kx+b$，则有 $\begin{cases}3k+b=0\\b=3\end{cases}$

解得，$\begin{cases} k=-1 \\ b=3 \end{cases}$

∴直线 BC 的解析式为 $y=-x+3$

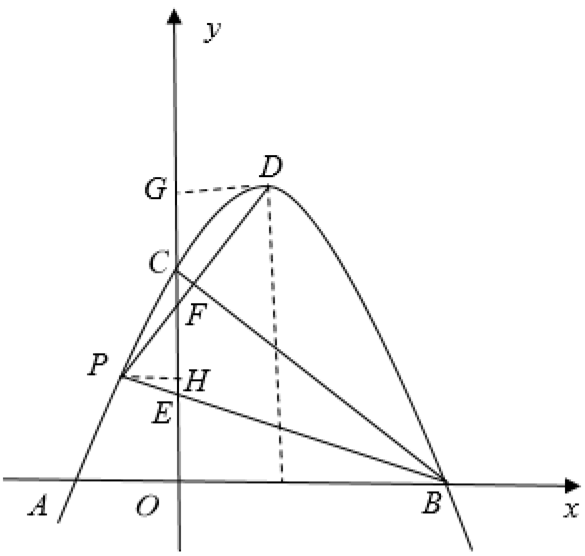
∴ $Q(t,-t+3)$

∴ $S_{\Delta BCM}=\frac{1}{2}\cdot MQ.|x_B-x_C|=\frac{1}{2}(-t^2+3t)\cdot 3=-\frac{3}{2}(t-\frac{3}{2})^2+\frac{27}{8}$

∴当 $t=\frac{3}{2}$ 时，$\triangle BCM$ 的面积最大，

∴ $M(\frac{3}{2},\frac{15}{4})$

（3）过 D 作 $DG//x$ 轴交 y 轴于点 G，过 P 作 $PH//x$ 轴交 y 轴于点 H



由题意知，$D(1,4)$

设 $P(t,-t^2+2t+3)$

∵ $DG//PH//x$ 轴

∴ $\Delta DGF \backsim \Delta PHF$, $\Delta PHE \backsim \Delta BOE$

∴ $\frac{DG}{PH}=\frac{GF}{HF}$，$\frac{PH}{OB}=\frac{HE}{EO}$

∴ $\begin{cases} \frac{1}{-t}=\frac{4-y_F}{y_F-(-t^2+2t+3)} \\ \frac{-t}{3}=\frac{(-t^2+2t+3)-y_E}{y_E-0} \end{cases}$

解得，$y_F=t+3$，$y_E=3t+3$

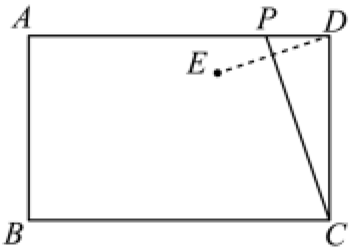
$\therefore EF=t+3-(3t+3)=-2t=1$

$\therefore t=-\dfrac{1}{2}$

$\therefore P(-\dfrac{1}{2},\dfrac{7}{4})$

【点睛】本题是二次函数的综合题型，其中涉及到的知识点有抛物线的顶点公式和三角形的面积求法．在求有关动点问题时要注意分析题意分情况讨论结果．

28. 如图，已知矩形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$AD=m$，动点 P 从点 D 出发，在边 DA 上以每秒 2 个单位的速度向点 A 运动，连接 CP，作点 D 关于直线 PC 的对称点 E，设点 P 的运动时间为 t（s）．



（1）若 $m=8$，求当 P，E，B 三点在同一直线上时对应的 t 的值．

（2）已知 m 满足：在动点 P 从点 D 到点 A 的整个运动过程中，试问：当有且只有一个时刻 t，使点 E 到直线 BC 的距离等于 2，求所有这样的 m 的取值范围．当有两个时刻 t，使点 E 到直线 BC 的距离等于 2，求所有这样的 m 的取值范围．

【答案】（1）$4-2\sqrt{3}$

（2）即当 $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\le m<4\sqrt{3}$ 时，有且只有一个时刻 t，使点 E 到直线 BC 的距离等于 2；即当 $m\ge 4\sqrt{3}$ 时，有两个时刻 t，使点 E 到直线 BC 的距离等于 2

【解析】

【分析】（1）如图 1 中，设 $PD=2t$．则 $PA=8-2t$．首先证明 $BP=BC=8$，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABP$ 中利用勾股定理即可解决问题；

（2）分两种情形求出 AD 的值即可解决问题：①如图 2 中，当点 P 与 A 重合时，点 E 在 BC 的下方，点 E 到 BC 的距离为 2．②如图 3 中，当点 P 与 A 重合时，点 E 在 BC 的上方，点 E 到 BC 的距离为 2，即问题得解；根据全运动过程的特点以及情况①中的特点即可求解．

【小问 1 详解】

解：如图 1 中，$AD=m=8$，设 $PD=2t$．则 $PA=8-2t$．

根据 $PA=8-2t>0$，可得 $t<4$．

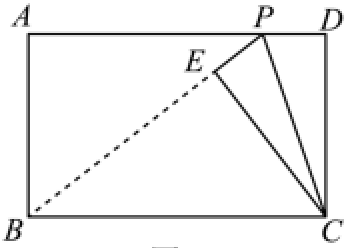


图1

∵ P,B,E共线，

∴$\angle BPC=\angle DPC$，

∵ $AD\parallel BC$，

∴$\angle DPC=\angle PCB$，

∴$\angle BCP=\angle BPC$，

∴$BP=BC=AD=8$，

在$\mathrm{Rt}\triangle ABP$中，

∵ $AB^2+AP^2=PB^2$，

∴$4^2+(8-2t)^2=8^2$，

∴$t=4-2\sqrt{3}$或$t=4+2\sqrt{3}$（根据$t<4$，将此根舍去），

∴$PD=8-4\sqrt{3}$

∴$t=\left(4-2\sqrt{3}\right)$s时，$B,E,P$共线.

【小问2详解】

如图2中，当点P与A重合时，点E在BC的下方，点E到BC的距离为2.

作$EQ\perp BC$于Q，$EM\perp DC$于M. 则$EQ=2$，$CE=DC=4$，

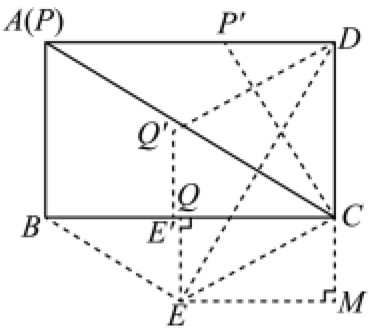


图2

∴$\angle EQC=\angle QCM=\angle M=90°$,

∴四边形$EMCQ$是矩形，

$\therefore CM=EQ=2$ ，

$\therefore EM=\sqrt{EC^2-CM^2}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$，

$\because D$,E 关于 AC 对称，

$\therefore DE\perp AC$ ，

$\therefore \angle EDM+\angle ADE=90°=\angle ADE+\angle DAC$ ，$\angle DAC=\angle EDM$， $\angle ADC=\angle M$，

$\therefore \triangle ADC\backsim\triangle DME$，

$\therefore \dfrac{AD}{DM}=\dfrac{DC}{EM}$，

$\therefore \dfrac{AD}{6}=\dfrac{4}{2\sqrt{3}}$，

$\therefore AD=4\sqrt{3}$，（当 $AD=4\sqrt{3}$ 时，直线 BC 上方还有一个点满足条件，见图2）

如图3中，当点 P 与 A 重合时，点 E 在 BC 的上方，点 E 到 BC 的距离为 2．

作 $EQ\perp BC$ 于 Q，延长 QE 交 AD 于 M．则 $EQ=2$ ，$CE=DC=4$，

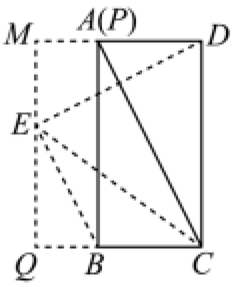


图3

在 $Rt\triangle ECQ$ 中，$QC=DM=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$，

同理可得：$\triangle DME\backsim\triangle CDA$，

$\therefore \dfrac{DM}{CD}=\dfrac{EM}{AD}$，

$\therefore \dfrac{2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{4-2}{AD}$，

$\therefore AD=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$，

即：在动点 P 从点 D 到点 A 的整个运动过程中，有且只有一个时刻 t，使点 E 到直线 BC 的距离等于 2，这样的 m 的取值范围 $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\le m<4\sqrt{3}$；

即当$0<m<\frac{4\sqrt{3}}{3}$时，若m越来越小，可知点A与点D相距越来越近，

此时点E与D点的距离越来越小，

则点E到直线BC的距离越来越大，接近CD的长度4，

此时可得：点E到直线BC的距离大于2，

$\therefore$不存在一个时刻t，使点E到直线BC的距离等于2；

当$m\geq 4\sqrt{3}$时，运动过程中，已求出当$\frac{4\sqrt{3}}{3}\leq PD<4\sqrt{3}$，有且只有一个时刻$t$，使点$E$到直线$BC$的距离等于$2$，

当$m=4\sqrt{3}$时，已求出有两个时刻，t，使点E到直线BC的距离等于2，

即当$m\geq 4\sqrt{3}$时，有两个时刻t，使点E到直线BC的距离等于2；

综上：在动点P从点D到点A的整个运动过程中，有且只有一个时刻t，使点E到直线BC的距离等于2，这样的m的取值范围$\frac{4\sqrt{3}}{3}\leq m<4\sqrt{3}$；即当$m\geq 4\sqrt{3}$时，有两个时刻$t$，使点$E$到直线$BC$的距离等于$2$.

【点睛】本题考查四边形综合题、矩形的性质、相似三角形的判定和性质、勾股定理等知识，解题的关键是学会利用特殊位置解决问题，学会用分类讨论的思想思考问题，属于中考压轴题．