2023年江苏省无锡市梁溪区大桥中学中考数学二模试卷

一、选择题。（本大题共10小题，每小题3分，在每小题列出的四个选项中，只有一个

1.（3分）有理数﹣23的相反数是（　　）

A．23　　B．﹣23　　C．$\frac{1}{23}$　　D．$-\frac{1}{23}$

2.（3分）下列二次根式中，最简二次根式是（　　）

A．$\sqrt{20}$　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{\frac{1}{2}}$　　D．$\sqrt{0.2}$

3.（3分）下列图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（　　）

A．等边三角形　　B．矩形

C．正五边形　　D．平行四边形

4.（3分）要调查下列问题，适合采用全面调查（普查）的是（　　）

A．中央电视台《开学第一课》的收视率

B．某市中学生学习“四史”，做红色接班人活动情况统计

C．即将发射的气象卫星的零部件质量

D．某品牌新能源汽车的最大续航里程

5.（3分）下表是某校合唱团成员的年龄分布表：

年龄/岁	12	13	14	15
频数	5	15	x	$10-x$

对于不同的x，下列关于年龄的统计量不会发生改变的是（　　）

A．平均数、中位数　　B．众数、中位数

C．平均数、方差　　D．中位数、方差

6.（3分）若一个多边形的内角和等于其外角和的4倍，则这个多边形的边数为（　　）

A．7　　B．8　　C．9　　D．10

7.（3分）在菱形$ABCD$中，若它的周长为16，且$\angle A=60^\circ$，则这个菱形的两条对角线长分别为（　　）

A．2，$2\sqrt{3}$　　B．4，$4\sqrt{3}$　　C．4，4　　D．$4\sqrt{3}$，$4\sqrt{3}$

8.（3分）小明家的花洒的实景图及其侧面示意图分别如图1、图2所示，花洒

安装在离地面高度 160 厘米的 A 处，花洒 AD 的长度为 20 厘米．已知花洒与墙面所成的角 $\angle BAD=120°$，当花洒喷射出的水流 CD 与花洒 AD 成 $90°$ 的角时，水流喷射到地面的位置点 C 与墙面的距离为（　　）

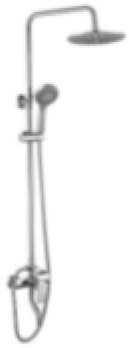


图1

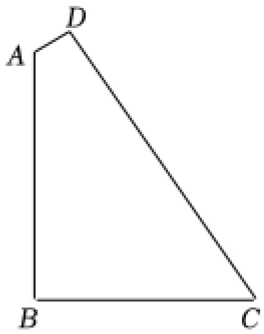


图2

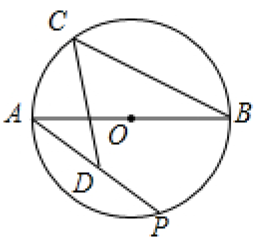
A．$\frac{200}{3}\sqrt{3}$厘米　B．200 厘米　C．$\frac{170}{3}\sqrt{3}$厘米　D．170 厘米

9．（3 分）两个不相等的正数满足 $a+b=2$，$ab=t-1$，设 $S=(a-b)^2$，则 S 关于 t 的函数图象是（　　）

A．射线（不含端点）　B．线段（不含端点）

C．直线　D．抛物线的一部分

10．（3 分）如图，AB 是⊙O 的直径，$AB=4$，C 为$\overset{\frown}{AB}$的三等分点（更靠近 A 点），点 P 是⊙O 上个动点，取弦 AP 的中点 D，则线段 CD 的最大值为（　　）



A．2　B．$\sqrt{7}$　C．$2\sqrt{3}$　D．$\sqrt{3}+1$

二、填空题。（本大题共 8 小题，每小题 3 分。请把下列各题的正确答案填写在答题卡相应的位置上）

11．（3 分）如果分式 $\frac{1}{3x-2}$ 有意义，那么实数 x 的取值范围是 ________．

12．（3 分）分解因式：$a^2b+4ab+4b=$ ________．

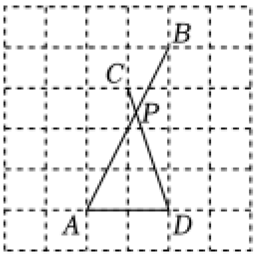
13．（3 分）古代为便于纪元，乃在无穷延伸的时间中，取天地循环终始为一巡，称为元，以元作为计算时间的最大单位，1 元＝129600 年，其中 129600 用科

学记数法表示为 ________.

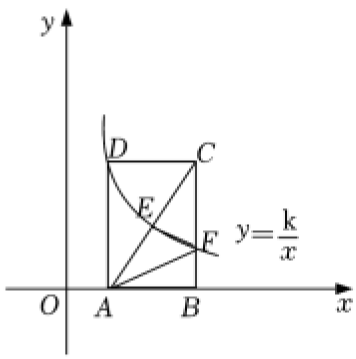
14.（3 分）已知函数 y 与 x 的图象关于原点对称，且经过点（1，2），那么该函数的关系式可以是 ________（写一个即可）

15.（3 分）圆锥底面半径长为 2，侧面展开扇形的圆心角为 120°，则圆锥的母线长是 ________.

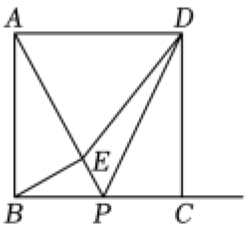
16.（3 分）如图，网格内每个小正方形的边长都是 1 个单位长度，A，B，C，D 都是格点，且 AB 与 CD 相交于点 P，则 $\sin\angle APD$ 的值为 ________.



17.（3 分）如图，在平面直角坐标系中，矩形 $ABCD$ 的顶点 A，B 在 x 轴的正半轴上，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$k>0$，$x>0$）的图象经过顶点 D，分别与对角线 AC，边 BC 交于点 E，F，连接 EF，AF．若点 E 为 AC 的中点，△AEF 的面积为 $\sqrt{3}$，则 k 的值为 ________.



18.（3 分）正方形 $ABCD$ 中，$AB=5$，点 P 为射线 BC 上一动点，$BE\perp AP$，垂足为 E，连接 DE、DP，当点 P 为 BC 中点时，$S_{\triangle ADE}=$ ________；在点 P 运动的过程中，$\frac{DP}{AP}$ 的最小值为 ________.



三、解答题。（本大题共 9 小题，共 96 分，请把不列各题的正确答案填写在答题卡相

19.（8 分）（1）计算：$(-2)^{-1}+|3-2|-\tan45°$；

（2）化简：$x(x+1)-(x+1)(x-2)$.

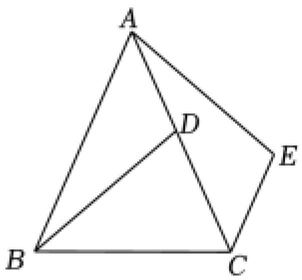
20.（8 分）（1）解方程：$\frac{x}{x-1}+\frac{2}{1-x}=2$；

（2）解不等式组：$\begin{cases}3x-3>x+1\\2(2x-1)\leqslant 5x-1\end{cases}$.

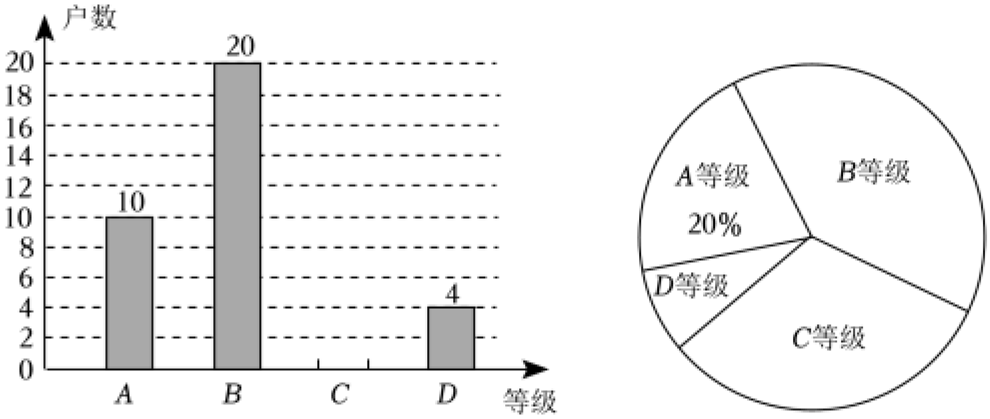
21.（10 分）如图，$AB=AC$，$CE\parallel AB$，D 是 AC 上的一点，且 $AD=CE$.

（1）求证：$\triangle ABD\cong\triangle CAE$.

（2）若$\angle ABD=25°$，$\angle CBD=40°$，求$\angle BAE$ 的度数.



22.（10 分）某小区为了解业主对小区物业服务的满意度，从小区中随机抽取部分住户进行调查，调查结果分为：*A*. 非常满意；*B*. 满意；*C*. 基本满意；*D*. 不满意四个等级．请根据如图所示的两幅统计图中的信息回答下列问题：



（1）抽样调查共抽取了多少户？

（2）求本次调查中“基本满意”的有多少户？并补全条形统计图；

（3）若该小区共有 5000 户，请估计对该小区服务表示不满意的有多少户？

23.（10 分）在一个不透明的袋子里装有只有颜色不同的黑、白两种颜色的球共 4 个，某学习小组做摸球试验，将球搅匀后从中随机摸出一个球记下颜色，再

把它放回袋中，不断重复上述过程，下表是试验进行中的统计数据．

摸球的次数 n	10	100	200	500	1000
摸到黑球的次数 m	3	26	51	126	251
摸到黑球的频率 $\frac{m}{n}$	0.3	0.26	0.255	0.252	0.251

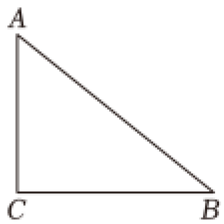
（1）当 n 很大时，摸到黑球的频率将会趋近 ＿＿＿＿＿＿（精确到 0.01），该袋子中的黑球有 ＿＿＿＿个；

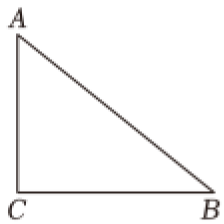
（2）该学习小组成员从该袋中随机摸出 2 个球，请你用列表或画树状图的方法求出随机摸出的 2 个球的颜色不同的概率．

24．（10 分）如图，在△ABC 中，∠ACB＝90°，AC＝3，BC＝4，点 D 为 BC 边上的任意一点，将∠C 沿过点 D 的直线折叠，使点 C 落在边 AB 上的点 E 处，探究：是否存在点 D，使得△BDE 为直角三角形？

（1）请仅用无刻度的直尺和圆规作出所有可能的 D 点，不同的折叠方式确定的 D 点请在不同的图中作出来（不写作法，保留作图痕迹）；

（2）直接写出对应的线段 CD 的长．

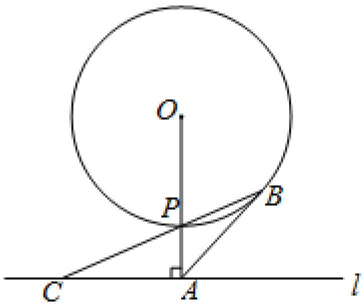




25．（10 分）如图，直线 l 与⊙O 相离，OA⊥l 于点 A，与⊙O 相交于点 P，OA＝5．C 是直线 l 上一点，连接 CP 并延长交⊙O 于另一点 B，且 AB＝AC．

（1）求证：AB 是⊙O 的切线；

（2）若⊙O 的半径为 3，求线段 BP 的长．



26.（10分）某商家出售一种商品的成本价为20元/千克，市场调查发现，该商品每天的销售量y（千克）与销售价x（元/千克）有如下关系：$y=-2x+80$. 设这种商品每天的销售利润为w元.

（1）求w与x之间的函数关系式；

（2）该商品销售价定为每千克多少元时，每天的销售利润最大？最大利润是多少元？

（3）如果物价部门规定这种商品的销售价不高于每千克28元，该商家想要每天获得150元的销售利润，销售价应定为每千克多少元？

27.（10分）如图，以矩形$OABC$的顶点O为坐标原点，OA所在直线为x轴，OC所在直线为y轴，建立平面直角坐标系，已知$OA=3$，$OC=4$，将矩形$OABC$绕点O逆时针方向旋转α（ $0<\alpha<180°$ ）得到矩形$ODEF$.

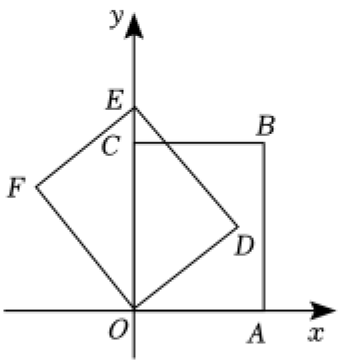
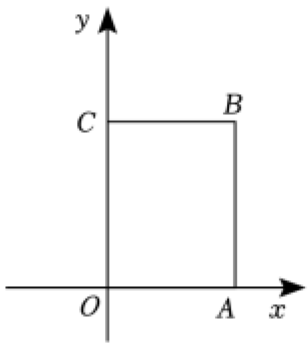
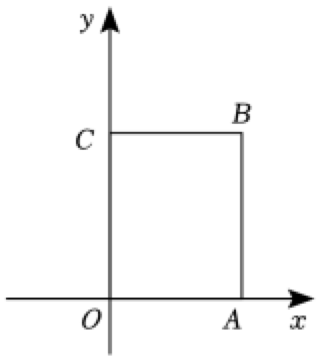


图1



备用图



备用图

（1）当点E恰好落在y轴上时，如图1，求点E的坐标；

（2）当点D恰好落在矩形$OABC$的对角线上时，求点E的坐标；

（3）在旋转过程中，点M是直线OD与直线BC的交点，点N是直线EF与直线BC的交点，若 $BM=\frac{1}{2}BN$，请直接写出点N的坐标.

2023 年江苏省无锡市梁溪区大桥中学中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题。（本大题共 10 小题，每小题 3 分，在每小题列出的四个选项中，只有一个

1.（3 分）有理数﹣23 的相反数是（　　）

A．23　　B．﹣23　　C．$\frac{1}{23}$　　D．$-\frac{1}{23}$

【答案】A

【分析】利用相反数的定义判断即可．

【解答】解：有理数﹣23 的相反数是 23．

故选：A．

2.（3 分）下列二次根式中，最简二次根式是（　　）

A．$\sqrt{20}$　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{\frac{1}{2}}$　　D．$\sqrt{0.2}$

【答案】B

【分析】根据最简二次根式的定义逐个判断即可．

【解答】解：A．$\sqrt{20}=2\sqrt{5}$，即被开方数中含有能开得尽方的因式，不是最简二次根式，故本选项不符合题意；

B．$\sqrt{2}$是最简二次根式，故本选项符合题意；

C．$\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}\sqrt{2}$，即被开方数中含有分母，不是最简二次根式，故本选项不符合题意；

D．$\sqrt{0.2}=\sqrt{\frac{1}{5}}$，即被开方数中含有分母，不是最简二次根式，故本选项不符合题意；

故选：B．

3.（3 分）下列图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（　　）

A．等边三角形　　B．矩形

C．正五边形　　D．平行四边形

【答案】B

【分析】判断轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后

可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与原图重合，找出既是轴对称图形又是中心对称图形的那个即可得出结论.

【解答】解：A、等边三角形是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项不符合题意；

B、矩形既是轴对称图形又是中心对称图形，故本选项符合题意；

C、正五边形是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项不符合题意；

D、平行四边形是中心对称图形，不是轴对称图形，故本选项不符合题意.

故选：B.

4.（3 分）要调查下列问题，适合采用全面调查（普查）的是（　　）

A. 中央电视台《开学第一课》的收视率

B. 某市中学生学习"四史"，做红色接班人活动情况统计

C. 即将发射的气象卫星的零部件质量

D. 某品牌新能源汽车的最大续航里程

【答案】C

【分析】根据全面调查与抽样调查的意义结合具体的问题情境综合进行判断即可.

【解答】解：A. 中央电视台《开学第一课》的收视率，适合采用抽样调查，因此选项 A 不符合题意；

B. 某市中学生学习"四史"，做红色接班人活动情况统计，适合采用抽样调查，因此选项 B 不符合题意；

C. 即将发射的气象卫星的零部件质量，适合采用全面调查，因此选项 C 符合题意；

D. 某品牌新能源汽车的最大续航里程，适合采用抽样调查，因此选项 D 不符合题意；

故选：C.

5.（3 分）下表是某校合唱团成员的年龄分布表：

年龄/岁	12	13	14	15
频数	5	15	x	$10-x$

对于不同的 x，下列关于年龄的统计量不会发生改变的是（　　）

A．平均数、中位数　　B．众数、中位数

C．平均数、方差　　D．中位数、方差

【答案】B

【分析】由频数分布表可知后两组的频数和为 10，即可得知总人数，结合前两组的频数知出现次数最多的数据及第 14、15 个数据的平均数，可得答案．

【解答】解：由表可知，年龄为 14 岁与年龄为 15 岁的频数和为 $x+10-x=10$，

则总人数为：$5+15+10=30$，

故该组数据的众数为 13 岁，中位数为：$\frac{13+13}{2}=13$岁，

即对于不同的 x，关于年龄的统计量不会发生改变的是众数和中位数，

故选：B．

6．（3 分）若一个多边形的内角和等于其外角和的 4 倍，则这个多边形的边数为（　　）

A．7　　B．8　　C．9　　D．10

【答案】D

【分析】多边形内角和定理：$(n-2)\cdot180°$　（$n\geqslant3$ 且 n 为整数），外角和是 360°，由此即可计算．

【解答】解：设这个多边形的边数是 n，

由题意得：$(n-2)\cdot180°=4\times360°$，

$\therefore n=10$，

∴这个多边形的数是 10．

故选：D．

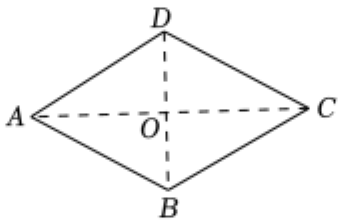
7．（3 分）在菱形 $ABCD$ 中，若它的周长为 16，且$\angle A=60°$，则这个菱形的两条对角线长分别为（　　）

A．2，$2\sqrt{3}$　　B．4，$4\sqrt{3}$　　C．4，4　　D．$4\sqrt{3}$，$4\sqrt{3}$

【答案】B

【分析】连接 AC、BD，AC、BD 交于点 O，判定$\triangle ABD$ 是等边三角形，即可得到 $AB=AD=BD=4$，再根据等边三角形的性质得到 BD，求出 DO，根据勾股定理即可得到 AC 的长．

【解答】解：如图所示，$\angle BAD=60°$，连接 AC、BD，AC、BD 交于点 O，



∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴$AB=BC=CD=AD$，$AC\perp BD$，$AC=2OA$，$BD=2DO$，

又∵菱形的周长为 16，

∴$AB=BC=CD=AD=4$，

又∵$\angle BAD=60°$，

∴$\triangle BAD$ 是等边三角形，

∴$AB=AD=BD=4$，

∴$DO=2$，

在 Rt$\triangle AOD$ 中，

$AO=\sqrt{AD^2-DO^2}=2\sqrt{3}$，

∴$AC=4\sqrt{3}$.

故选：B.

8.（3 分）小明家的花洒的实景图及其侧面示意图分别如图 1、图 2 所示，花洒安装在离地面高度 160 厘米的 A 处，花洒 AD 的长度为 20 厘米．已知花洒与墙面所成的角 $\angle BAD=120°$，当花洒喷射出的水流 CD 与花洒 AD 成 90° 的角时，水流喷射到地面的位置点 C 与墙面的距离为（　　）

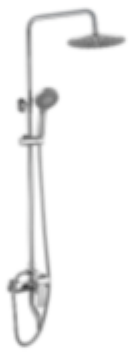


图1

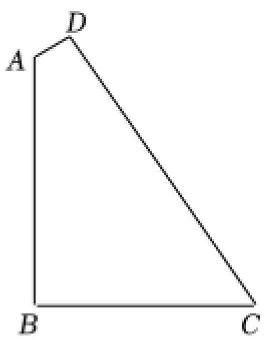


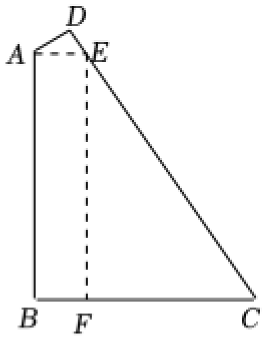
图2

A. $\frac{200}{3}\sqrt{3}$厘米　B. 200 厘米　C. $\frac{170}{3}\sqrt{3}$厘米　D. 170 厘米

【答案】A

【分析】过点 A 作 $AE\perp AB$ 交 CD 于点 E，过点 E 作 $EF\perp BC$ 于点 F，先证四边形 $ABFE$ 为矩形，再求出$\angle DAE=30°$，$\angle CEF=30°$，然后在 Rt△ADE 中求出 AE，在 Rt△EFC 中求出 CF，进而可得 BC 的长．

【解答】解：过点 A 作 $AE\perp AB$ 交 CD 于点 E，过点 E 作 $EF\perp BC$ 于点 F，



依题意得：$\angle BAD=120°$，$\angle D=90°$，$AB\perp BC$，$AB=160$ 厘米，$AD=20$ 厘米，

$\because AE\perp AB$，$EF\perp BC$，$AB\perp BC$，

$\therefore$四边形 $ABFE$ 为矩形，

$\therefore AE=BF$，$AB=EF=160$ 厘米，$\angle BAE=\angle AEF=90°$，

$\therefore \angle DAE=\angle BAD-\angle BAE=30°$，

$\therefore \angle AED=180°-\angle DAE-\angle D=60°$，

$\therefore \angle CEF=180°-\angle AED-\angle AEF=30°$，

在 Rt△ADE 中，$AD=20$ 厘米，$\angle DAE=30°$，$\cos\angle DAE=\dfrac{AD}{AE}$，

$\therefore AE=\dfrac{AD}{\cos\angle DAE}/=\dfrac{20}{\cos30°}=\dfrac{40\sqrt{3}}{3}$（厘米），

$\therefore BF=AE=\dfrac{40\sqrt{3}}{3}$，

在 Rt△EFC 中，$\angle CEF=30°$，$EF=160$ 厘米，$\tan\angle CEF=\dfrac{CF}{EF}$，

$\therefore CF=EF\cdot\tan\angle CEF=160\cdot\tan30°=\dfrac{160\sqrt{3}}{3}$（厘米），

$\therefore BC=BF+CF=\dfrac{200\sqrt{3}}{3}$（厘米）．

$\therefore$水流喷射到地面的位置点 C 与墙面的距离为$\dfrac{200\sqrt{3}}{3}$厘米．

故选：A．

9．（3 分）两个不相等的正数满足 $a+b=2$，$ab=t-1$，设 $S=(a-b)^2$，则 S 关于 t 的函数图象是（　　）

A．射线（不含端点） B．线段（不含端点）

C．直线 D．抛物线的一部分

【答案】B

【分析】要能根据函数图象的性质和图象上的数据分析得出函数的类型和所需要的条件，结合实际意义得到正确的结论．

【解答】解：首先根据题意，消去字母 a 和 b，得到 S 和 t 的关系式．

$S=(a-b)^2=(a+b)^2-4ab=2^2-4(t-1)=8-4t$．

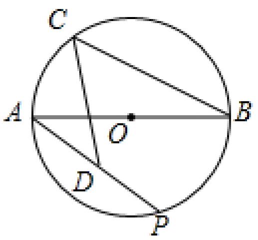
然后根据题意，因为 $ab=t-1$，所以 $t=ab+1$，又因为 $ab>0$，故 $t>1$；

①又因为 $S=(a-b)^2>0$，所以 $8-4t>0$，所以 $t<2$．

②由①②得 $1<t<2$，故 S 关于 t 的函数图象是一条不含端点的线段．

故选：B．

10．（3 分）如图，AB 是⊙O 的直径，$AB=4$，C 为 $\overset{\frown}{AB}$ 的三等分点（更靠近 A 点），点 P 是⊙O 上个动点，取弦 AP 的中点 D，则线段 CD 的最大值为（　　）

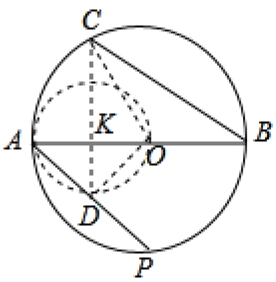


A．2 B．$\sqrt{7}$ C．$2\sqrt{3}$ D．$\sqrt{3}+1$

【答案】D

【分析】如图，连接 OD，OC，首先证明点 D 的运动轨迹为以 AO 为直径的⊙K，连接 CK，当点 D 在 CK 的延长线上时，CD 的值最大，利用勾股定理求出 CK 即可解决问题．

【解答】解：如图，连接 OD，OC，



$\because AD=DP$，

∴$OD\perp PA$，

∴$\angle ADO=90°$，

∴点 D 的运动轨迹为以 AO 为直径的⊙K，连接 CK，AC，

当点 D 在 CK 的延长线上时，CD 的值最大，

∵C 为$\overset{\frown}{AB}$的三等分点，

∴$\angle AOC=60°$，

∴$\triangle AOC$ 是等边三角形，

∴$CK\perp OA$，

在 Rt$\triangle OCK$ 中，∵$\angle COA=60°$，$OC=2$，$OK=1$，

∴$CK=\sqrt{OC^2-OK^2}=\sqrt{3}$，

∵$DK=\frac{1}{2}OA=1$，

∴$CD=\sqrt{3}+1$，

∴CD 的最大值为$\sqrt{3}+1$，

故选：D.

二、填空题。（本大题共 8 小题，每小题 3 分。请把下列各题的正确答案填写在答题卡相应的位置上）

11.（3 分）如果分式 $\frac{1}{3x-2}$ 有意义，那么实数 x 的取值范围是 $\underline{\quad x\neq\frac{2}{3}\quad}$.

【答案】$x\neq\frac{2}{3}$.

【分析】根据分式有意义的条件即可．

【解答】解：由题意得：$3x-2\neq0$，

解得：$x\neq\frac{2}{3}$，

故答案为：$x\neq\frac{2}{3}$.

12.（3 分）分解因式：$a^2b+4ab+4b=$ $\underline{\quad b(a+2)^2\quad}$.

【答案】见试题解答内容

【分析】原式提取 b，再利用完全平方公式分解即可．

【解答】解：原式$=b(a^2+4a+4)=b(a+2)^2$，

故答案为：$b(a+2)^2$

13.（3 分）古代为便于纪元，乃在无穷延伸的时间中，取天地循环终始为一巡，称为元，以元作为计算时间的最大单位，1 元＝129600 年，其中 129600 用科学记数法表示为 <u>1.296×10^5</u>．

【答案】1.296×10^5．

【分析】用科学记数法表示绝对值较大的数时，一般形式为 $a\times10^n$，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数．

【解答】解：129600 用科学记数法表示应为 1.296×10^5．

故答案为：1.296×10^5．

14.（3 分）已知函数 y 与 x 的图象关于原点对称，且经过点（1，2），那么该函数的关系式可以是 <u>$y=\frac{2}{x}$（答案不唯一）</u>（写一个即可）

【答案】$y=\frac{2}{x}$（答案不唯一）．

【分析】由函数 y 与 x 的图象关于原点对称，则函数可以是反比例函数，设此函数关系式是：$y=\frac{k}{x}$，根据已知条件确定 k 即可．

【解答】解：∵函数 y 与 x 的图象关于原点对称，

∴此函数可以是反比例函数，

设函数的解析式为 $y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$），

∵经过点（1，2），

∴$k=1\times2=2$，

∴该函数的关系式可以是 $y=\frac{2}{x}$（答案不唯一）．

故答案为：$y=\frac{2}{x}$（答案不唯一）．

15.（3 分）圆锥底面半径长为 2，侧面展开扇形的圆心角为 120°，则圆锥的母线长是 <u>6</u>．

【答案】6．

【分析】圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长，则利用弧长公式得到 $2\pi\times2=\frac{120\times\pi\times1}{180}$，然后解方程即可．

【解答】解：设圆锥的母线长为 l，

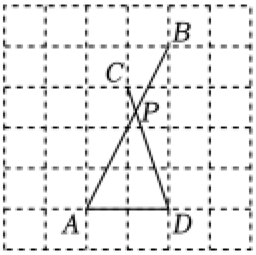
根据题意得 $2\pi\times 2=\frac{120\times\pi\times 1}{180}$，

解得 $l=6$，

即圆锥的母线长为 6．

故答案为：6．

16．（3 分）如图，网格内每个小正方形的边长都是 1 个单位长度，A，B，C，D 都是格点，且 AB 与 CD 相交于点 P，则 $\sin\angle APD$ 的值为 $\underline{\ \frac{\sqrt{2}}{2}\ }$．



【答案】$\frac{\sqrt{2}}{2}$．

【分析】构造直角三角形△BEF，根据勾股定理 $BF^2+EF^2=BF^2$，求出∠B=45°，则求出 $\sin\angle APD$．

【解答】解：如图，过点 B 作 $BF\parallel CD$，

∴∠B=∠APD，

∵AB 过格点 E，

连接 EF，

∵$BE=EF=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$，

∴$BE^2+EF^2=BF^2$，

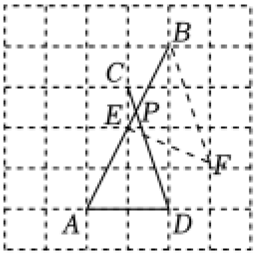
∴∠BEF=90°，

∴∠B=45°，

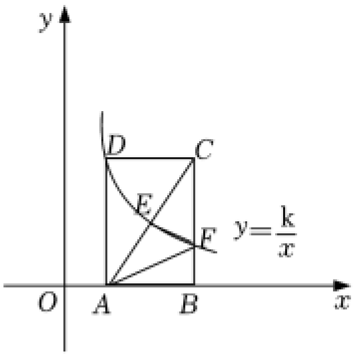
∴∠APD=45°，

∴$\sin\angle APD$ 的值为$\frac{\sqrt{2}}{2}$．

故答案为：$\frac{\sqrt{2}}{2}$．



17.（3 分）如图，在平面直角坐标系中，矩形 $ABCD$ 的顶点 A，B 在 x 轴的正半轴上，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$k>0$，$x>0$）的图象经过顶点 D，分别与对角线 AC，边 BC 交于点 E，F，连接 EF，AF．若点 E 为 AC 的中点，$\triangle AEF$ 的面积为$\sqrt{3}$，则 k 的值为 ＿$3\sqrt{3}$＿．



【答案】$3\sqrt{3}$．

【分析】设 D（m，$\frac{k}{m}$），根据已知条件表示出点 E，点 F 坐标，易得 $CF=\frac{2k}{3m}$，$AB=2m$，由$\triangle AEF$ 的面积为$\sqrt{3}$，得$\triangle ACF$ 的面积为 $2\sqrt{3}$，所以 $S_{\triangle ACF}=\frac{\frac{2k}{3m}\cdot 2m}{2}=2\sqrt{3}$，即可求出 k 的值．

【解答】解：设 D（m，$\frac{k}{m}$），

∵$ABCD$ 是矩形，且点 E 为 AC 的中点，

∴E 点纵坐标为$\frac{k}{2m}$，

代入反比例函数解析式得 $x=2m$，

∴E（$2m$，$\frac{k}{2m}$），

∴B 点横坐标为 $3m$，

∴F 点横坐标为 $3m$，代入反比例函数解析式，

得 $y=\frac{k}{3m}$，

∴F（$3m$，$\frac{k}{3m}$），

∴$CF=\frac{k}{m}-\frac{k}{3m}=\frac{2k}{3m}$，

∵△AEF的面积为$\sqrt{3}$，

∴△ACF的面积为 $2\sqrt{3}$，

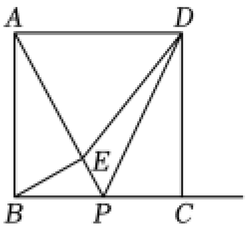
∵$AB=3m-m=2m$，

∴ $S_{\triangle ACF}=\frac{\frac{2k}{3m}\cdot 2m}{2}=2\sqrt{3}$，

解得 $k=3\sqrt{3}$．

故答案为：$3\sqrt{3}$．

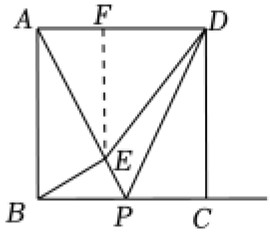
18．（3 分）正方形 $ABCD$ 中，$AB=5$，点 P 为射线 BC 上一动点，$BE\perp AP$，垂足为 E，连接 DE、DP，当点 P 为 BC 中点时，$S_{\triangle ADE}=$ __10__；在点 P 运动的过程中，$\frac{DP}{AP}$的最小值为 __$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$__．



【答案】10，$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$．

【分析】过点 E 作 $EF\perp AD$ 于 F，由 $\cos\angle BAP=\cos\angle AEF=\cos\angle BAE$ 以及 $AP=\sqrt{AB^2+BP^2}=\frac{5}{2}\sqrt{5}$，可得 $EF=4$，即可求得 $S_{\triangle ADE}$；把△APB绕点 A 逆时针旋转 90° 得到△ADG，取 AG 的中点 H，连接 HD、HP，由旋转的性质，得：$AG=AP$，$\angle 1=\angle 2$，$\angle ADG=\angle ABP=90°$，由勾股定理得 $HP=\frac{\sqrt{5}}{2}AP$，再由两点之间线段最短得 $HD+DP\geqslant HP$，即得$\frac{1}{2}AP+DP\geqslant\frac{\sqrt{5}}{2}AP$，从而可得$\frac{DP}{AP}$的最小值为$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$．

【解答】解：如图，过点 E 作 $EF\perp AD$ 于 F，



∵$\angle BAD=\angle EFD=90°$，

∴$EF\parallel AB$,

∴$\angle BAP=\angle AEF=\angle BAE$,

∴$\cos\angle BAP=\cos\angle AEF=\cos\angle BAE$,

∴$\frac{AB}{AP}=\frac{AE}{AB}=\frac{EF}{AE}$,

∵点 P 为 BC 中点,

∴$BP=\frac{1}{2}AB=\frac{5}{2}$,

∴$AP=\sqrt{AB^2+BP^2}=\frac{5}{2}\sqrt{5}$,

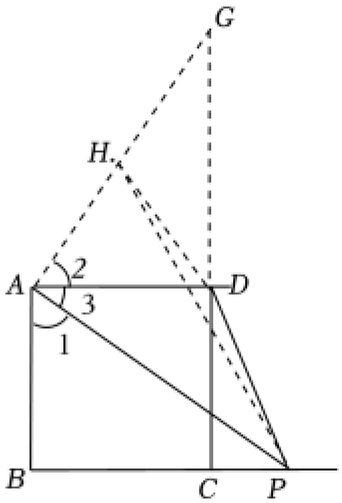
∴$\frac{AB}{AP}=\frac{AE}{AB}=\frac{EF}{AE}=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$,

∴$AE=2\sqrt{5}$,

∴$EF=4$,

∴$S_{\triangle ADE}=\frac{1}{2}AD\cdot EF=\frac{1}{2}\times5\times4=10$;

如图，把$\triangle APB$绕点 A 逆时针旋转 90°得到$\triangle ADG$，取 AG 的中点 H，连接 HD、HP，



由旋转的性质，得：$AG=AP$，$\angle1=\angle2$，$\angle ADG=\angle ABP=90°$，

∴$\angle 2+\angle 3=\angle 1+\angle 3=90^{\circ}$，$AH=HD=\frac{1}{2}AP$，

∵$AH^2+AP^2=HP^2$，

∴$HP=\frac{\sqrt{5}}{2}AP$，

∵$HD+DP\geqslant HP$，

∴$\frac{1}{2}AP+DP\geqslant\frac{\sqrt{5}}{2}AP$，

∴$DP\geqslant\frac{\sqrt{5}-1}{2}AP$，

∴$\frac{DP}{AP}$的最小值为$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

故答案为：4；　$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

三、解答题。（本大题共9小题，共96分，请把不列各题的正确答案填写在答题卡相

19.（8分）（1）计算：$(-2)^{-1}+|3-2|-\tan 45^{\circ}$；

（2）化简：$x(x+1)-(x+1)(x-2)$.

【答案】（1）$-\frac{1}{2}$；（2）$2x+2$.

【分析】（1）先分别化简负整数指数幂，绝对值以及三角函数值，然后进行加减运算即可；

（2）先提取公因式$x+1$，再根据单项式乘多项式的法则计算即可.

【解答】解：（1）$(-2)^{-1}+|3-2|-\tan 45^{\circ}$

$=-\frac{1}{2}+1-1$

$=-\frac{1}{2}$；

（2）$x(x+1)-(x+1)(x-2)$

$=(x+1)(x-x+2)$

$=2(x+1)$

$=2x+2$.

20.（8分）（1）解方程：$\frac{x}{x-1}+\frac{2}{1-x}=2$；

（2）解不等式组：$\begin{cases}3x-3>x+1\\2(2x-1)\leqslant 5x-1\end{cases}$.

【答案】（1）$x=0$；

（2）$x>2$.

【分析】（1）按照解分式方程的步骤，进行计算即可解答；

（2）按照解一元一次不等式组的步骤，进行计算即可解答.

【解答】解：（1）$\frac{x}{x-1}+\frac{2}{1-x}=2$，

$x-2=2(x-1)$，

解得：$x=0$，

检验：当 $x=0$ 时，$x-1\neq0$，

∴$x=0$ 是原方程的根；

（2）$\begin{cases}3x-3>x+1①\\2(2x-1)\leqslant5x-1②\end{cases}$，

解不等式①得：$x>2$，

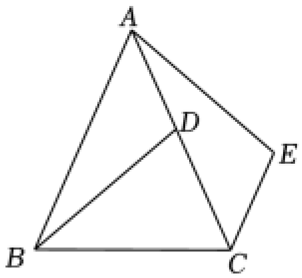
解不等式②得：$x\geqslant-1$，

∴原不等式组的解集为：$x>2$.

21.（10分）如图，$AB=AC$，$CE\parallel AB$，D 是 AC 上的一点，且 $AD=CE$.

（1）求证：$\triangle ABD\cong\triangle CAE$.

（2）若$\angle ABD=25°$，$\angle CBD=40°$，求$\angle BAE$ 的度数.



【答案】（1）证明见解答；

（2）$\angle BAE$ 的度数是 $75°$.

【分析】（1）由 $CE\parallel AB$，得$\angle BAD=\angle ACE$，而 $AB=CA$，$AD=CE$，即可根据全等三角形的判定定理"SAS"证明$\triangle ABD\cong\triangle CAE$；

（2）由$\angle ABD=\angle CAE=25°$，$\angle CBD=40°$，得$\angle ACB=\angle ABC=\angle ABD+\angle CBD=65°$，则$\angle BAC=50°$，所以$\angle BAE=\angle BAC+\angle CAE=75°$.

【解答】（1）证明：∵$CE\parallel AB$，

∴$\angle BAD=\angle ACE$，

在$\triangle ABD$ 和$\triangle CAE$ 中，

$\begin{cases} AB=CA \\ \angle BAD=\angle ACE, \\ AD=CE \end{cases}$

∴$\triangle ABD\cong\triangle CAE$（$SAS$）.

（2）解：∵$\triangle ABD\cong\triangle CAE$,

∴$\angle ABD=\angle CAE=25^\circ$，

∵$\angle CBD=40^\circ$，

∴$\angle ABC=\angle ABD+\angle CBD=25^\circ+40^\circ=65^\circ$，

∵$AB=AC$,

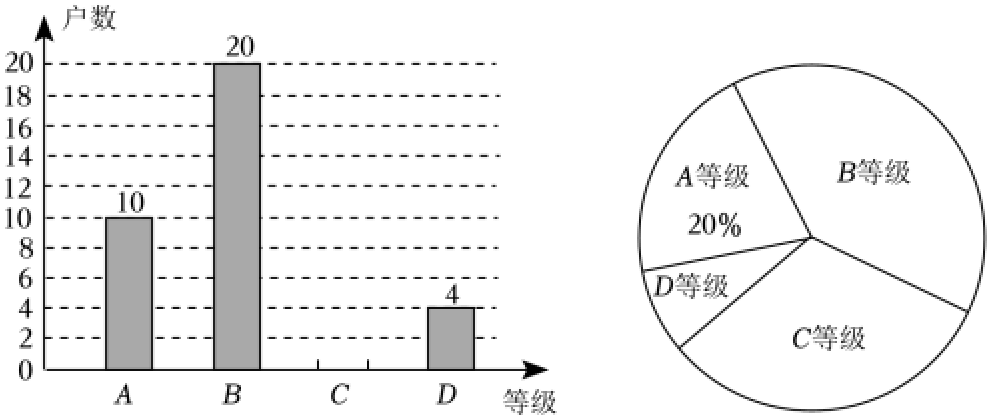
∴$\angle ABC=\angle ACB=65^\circ$，

∴$\angle BAC=180^\circ-2\times65^\circ=50^\circ$，

∴$\angle BAE=\angle BAC+\angle CAE=50^\circ+25^\circ=75^\circ$，

∴$\angle BAE$的度数是 75°．

22.（10 分）某小区为了解业主对小区物业服务的满意度，从小区中随机抽取部分住户进行调查，调查结果分为：A. 非常满意；B. 满意；C. 基本满意；D.不满意四个等级．请根据如图所示的两幅统计图中的信息回答下列问题：



（1）抽样调查共抽取了多少户？

（2）求本次调查中“基本满意”的有多少户？并补全条形统计图；

（3）若该小区共有 5000 户，请估计对该小区服务表示不满意的有多少户？

【答案】（1）50 户；

（2）16 户，补全条形统计图见解答；

（3）400 户．

【分析】（1）根据 A 的户数除以占的百分比，得出调查总数即可；

（2）将总人数减去 A、B、D 的人数即可得 C 的户数，从而补全统计图；

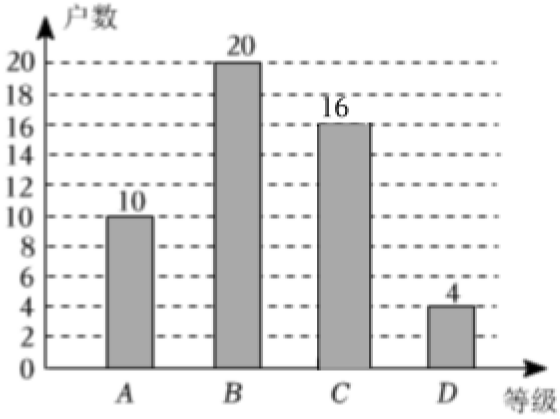
（3）用总户数乘以表示不满意的游客所占的百分比即可．

【解答】解：（1）10÷20%＝50（户）；

答：抽样调查共抽取了 50 户；

（2）“基本满意”的户数有：50﹣10﹣20﹣4＝16（户），

补全条形图如图：



（3）$5000\times\frac{4}{50}$＝400（户），

答：估计对该小区服务表示不满意的有 400 户．

23．（10 分）在一个不透明的袋子里装有只有颜色不同的黑、白两种颜色的球共 4 个，某学习小组做摸球试验，将球搅匀后从中随机摸出一个球记下颜色，再把它放回袋中，不断重复上述过程，下表是试验进行中的统计数据．

摸球的次数 n	10	100	200	500	1000
摸到黑球的次数 m	3	26	51	126	251
摸到黑球的频率$\frac{m}{n}$	0.3	0.26	0.255	0.252	0.251

（1）当 n 很大时，摸到黑球的频率将会趋近 <u>0.25</u>（精确到 0.01），该袋子中的黑球有 <u>1</u> 个；

（2）该学习小组成员从该袋中随机摸出 2 个球，请你用列表或画树状图的方法求出随机摸出的 2 个球的颜色不同的概率．

【答案】（1）0.25，1；

（2）$\frac{1}{2}$.

【分析】（1）根据频率的概念及表中频率稳定的数值求解即可，根据概率公式可求得黑球的个数；

（2）根据画树状图，得出所有等可能结果，从中找到符合条件的结果数，再根据概率公式求解即可．

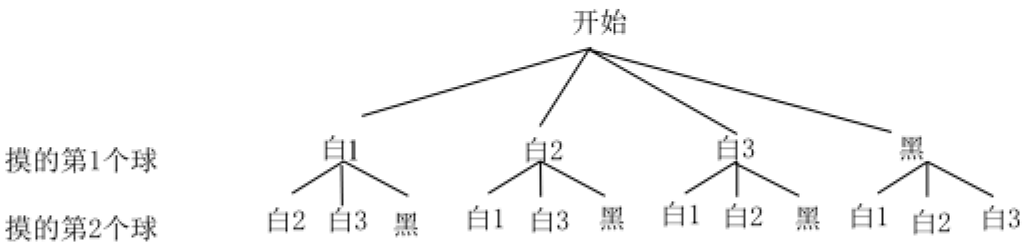
【解答】解：（1）当 n 很大时，摸到黑球的频率将会趋近 0.25，

估计摸到黑球的概率为 0.25，设黑球有 a 个，则$\frac{a}{4}$=0. 25，

解得：$a=1$，

故答案为：0.25，1；

（2）树状图如图；



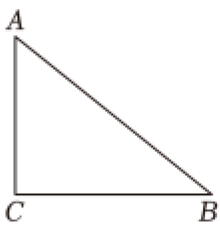
共有 12 种等可能的情况，其中摸出的 2 个球的颜色不同的情况有 6 种，

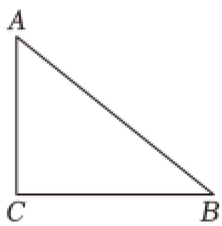
∴随机摸出的 2 个球的颜色不同的概率为$\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$.

24．（10 分）如图，在△ABC 中，∠ACB＝90°，AC＝3，BC＝4，点 D 为 BC 边上的任意一点，将∠C 沿过点 D 的直线折叠，使点 C 落在边 AB 上的点 E 处，探究：是否存在点 D，使得△BDE 为直角三角形？

（1）请仅用无刻度的直尺和圆规作出所有可能的 D 点，不同的折叠方式确定的 D 点请在不同的图中作出来（不写作法，保留作图痕迹）；

（2）直接写出对应的线段 CD 的长．





【答案】（1）见解答过程；（2）$\frac{3}{2}$或$\frac{12}{7}$.

【分析】（1）根据△BDE 为直角三角形，分两种情况进行讨论：①当∠DEB

＝90°时，通过作∠CAB的平分线交BC于点D，沿AD折叠即可；②当∠EDB＝90°时，通过作∠ACB的平分线交AB于点E，再作CE的垂直平分线交AC于点F，沿DF折叠即可；

（2）设CD＝x，则DB＝4﹣x，①先求出AB＝5，BE＝2，然后在Rt△BDE中利用勾股定理求出x即可；②由作图及折叠的性质可知∠CDE＝90°，再证△BDE和△BCA相似，然后利用相似三角形的性质求出x即可．

【解答】解：（1）存在点D，使得△BDE为直角三角形．

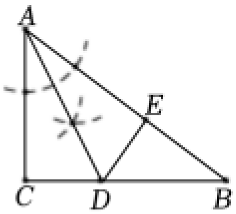
∵△BDE为直角三角形，

∴有以下两种情况：

①当∠DEB＝90°时，折叠方法如下：

作∠CAB的平分线交BC于点D，

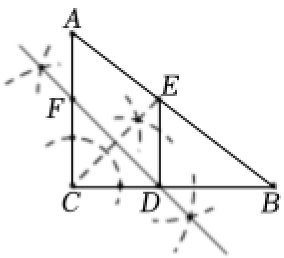
沿AD折叠，则△BDE为直角三角形；



②当∠EDB＝90°时，折叠方法如下：

作∠ACB的平分线交AB于点E，作CE的垂直平分线交AC于点F，

沿DF折叠，则△BDE为直角三角形．



（2）①$CD=\frac{3}{2}$；②$CD=\frac{12}{7}$．

理由如下：设CD＝x，则DB＝BC﹣CD＝4﹣x，

①在Rt△ABC中，AC＝3，BC＝4，

由勾股定理得：$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=5$，

由折叠的性质得：AE＝AC＝3，CD＝DE＝x，

∴BE＝AB﹣AE＝2，

在 Rt△BDE 中，由勾股定理得：$DE^2+BE^2=DB^2$，

即：$x^2+2^2=(4-x)^2$，

解得：$x=\frac{3}{2}$，

∴ $CD=\frac{3}{2}$；

②由作图可知：$\angle ECD=45°$，

由折叠的性质可知：$CD=DE=x$，$\angle ECD=\angle CED=45°$，

∴$\angle CDE=90°$，

∴$DE\parallel AC$，

∴△BDE∽△BCA，

∴$\frac{DE}{AC}=\frac{DB}{BC}$，

即：$\frac{x}{3}=\frac{4-x}{4}$，

解得：$x=\frac{12}{7}$，

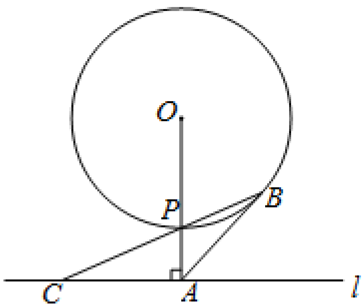
$CD=\frac{12}{7}$.

综上所述：CD 的长为$\frac{3}{2}$或$\frac{12}{7}$.

25.（10 分）如图，直线 l 与⊙O 相离，$OA\perp l$ 于点 A，与⊙O 相交于点 P，$OA=5$．C 是直线 l 上一点，连接 CP 并延长交⊙O 于另一点 B，且 $AB=AC$．

（1）求证：AB 是⊙O 的切线；

（2）若⊙O 的半径为 3，求线段 BP 的长．



【答案】见试题解答内容

【分析】(1) 连接 OB，由 $AB=AC$ 得$\angle ABC=\angle ACB$，由 $OP=OB$ 得$\angle OPB=\angle OBP$，由 $OA\perp l$ 得$\angle OAC=90°$，则$\angle ACB+\angle APC=90°$，而$\angle APC=\angle OPB=\angle OBP$，所以$\angle OBP+\angle ABC=90°$，即$\angle OBA=90°$，于是根据切

线的判定定理得到直线 AB 是⊙O 的切线；

（2）根据勾股定理求得 $AB=4$，$PC=2\sqrt{5}$，过 O 作 $OD\perp PB$ 于 D，则 $PD=DB$，通过证得△ODP∽△CAP，得到$\frac{PD}{PA}=\frac{OP}{CP}$，求得 PD，即可求得 PB.

【解答】（1）证明：如图，连接 OB，则 $OP=OB$，

∴$\angle OBP=\angle OPB=\angle CPA$，

$AB=AC$，

∴$\angle ACB=\angle ABC$，

而 $OA\perp l$，即$\angle OAC=90°$，

∴$\angle ACB+\angle CPA=90°$，

即$\angle ABP+\angle OBP=90°$，

∴$\angle ABO=90°$，

$OB\perp AB$，

故 AB 是⊙O 的切线；

（2）解：由（1）知：$\angle ABO=90°$，

而 $OA=5$，$OB=OP=3$，

由勾股定理，得：$AB=4$，

过 O 作 $OD\perp PB$ 于 D，则 $PD=DB$，

∵$\angle OPD=\angle CPA$，$\angle ODP=\angle CAP=90°$，

∴△ODP∽△CAP，

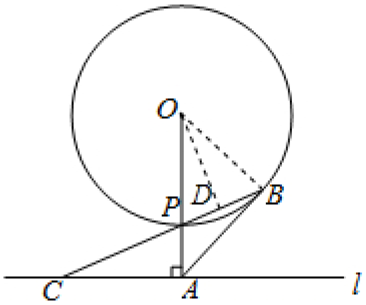
∴$\frac{PD}{PA}=\frac{OP}{CP}$，

又∵$AC=AB=4$，$AP=OA-OP=2$，

∴$PC=\sqrt{AC^2+AP^2}=2\sqrt{5}$，

∴$PD=\frac{OP\cdot PA}{CP}=\frac{3}{5}\sqrt{5}$，

∴$BP=2PD=\frac{6}{5}\sqrt{5}$.



26.（10分）某商家出售一种商品的成本价为20元/千克，市场调查发现，该商品每天的销售量 y（千克）与销售价 x（元/千克）有如下关系：$y=-2x+80$. 设这种商品每天的销售利润为 w 元.

（1）求 w 与 x 之间的函数关系式；

（2）该商品销售价定为每千克多少元时，每天的销售利润最大？最大利润是多少元？

（3）如果物价部门规定这种商品的销售价不高于每千克28元，该商家想要每天获得150元的销售利润，销售价应定为每千克多少元？

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）根据每天的利润等于每千克的利润乘以每天的销售量，可得 w 关于 x 的函数关系式；

（2）将 $w=-2x^2+120x-1600$ 配方，根据二次函数的性质，可得答案；

（3）当 $w=150$ 时，可得方程 $-2(x-30)^2+200=150$，求得 x 值，并根据问题的实际意义作出取舍即可.

【解答】解：（1）由题意得：

$w=(x-20)\cdot y$

$=(x-20)(-2x+80)$

$=-2x^2+120x-1600$；故 w 与 x 的函数关系式为：$w=-2x^2+120x-1600$；

（2）$w=-2x^2+120x-1600$

$=-2(x-30)^2+200$

$\because -2<0$，

$\therefore$ 当 $x=30$ 时，w 有最大值. w 最大值为200.

答：该产品销售价定为每千克30元时，每天销售利润最大，最大销售利润200元.

（3）当 $w=150$ 时，可得方程 $-2(x-30)^2+200=150$

解得 $x_1=25$，$x_2=35$

$\because 35>28$，

$\therefore x_2=35$ 不符合题意，应舍去.

答：该商家想要每天获得 150 元的销售利润，销售价应定为每千克 25 元.

27.（10 分）如图，以矩形 $OABC$ 的顶点 O 为坐标原点，OA 所在直线为 x 轴，OC 所在直线为 y 轴，建立平面直角坐标系，已知 $OA=3$，$OC=4$，将矩形 $OABC$ 绕点 O 逆时针方向旋转 α（ $0<\alpha<180°$ ）得到矩形 $ODEF$.

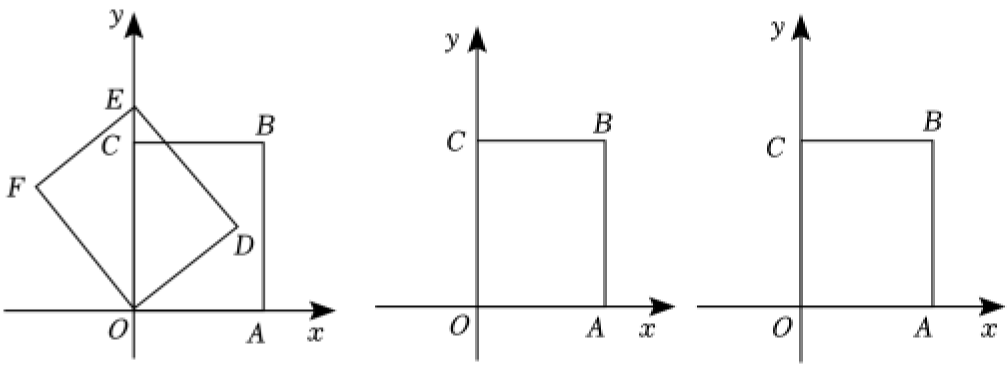


图1　　备用图　　备用图

（1）当点 E 恰好落在 y 轴上时，如图 1，求点 E 的坐标；

（2）当点 D 恰好落在矩形 $OABC$ 的对角线上时，求点 E 的坐标；

（3）在旋转过程中，点 M 是直线 OD 与直线 BC 的交点，点 N 是直线 EF 与直线 BC 的交点，若 $BM=\frac{1}{2}BN$，请直接写出点 N 的坐标.

【答案】（1）（0，5）；

（2）（-3，4）或（$-\frac{7}{5}$，$\frac{24}{5}$）；

（3）（$\frac{9-\sqrt{209}}{4}$，4）或（$-\frac{16}{3}$，4）.

【分析】（1）由旋转的性质可得 $OF=OC=4$，$EF=BC=3$，$\angle F=\angle OCB=90°$，再由勾股定理求出 OE 的长，即可得出结论；

（2）分两种情况，①当点 D 恰好落在矩形 $OABC$ 的对角线上时，设 DE 交 OC 于点 G，连接 BO 交 AC 于点 H，连接 OE，证 $\triangle ECD \cong \triangle ODC$（$SAS$），得 $EC=OD=OA=BC=3$，$\angle CED=\angle DOC$，再证点 E、C、B 三点共线，即可解决问题；

②当点 D 恰好落在矩形 $OABC$ 的对角线上 BO 上时，过点 F 作 $FP\perp x$ 轴于点

P，过点 E 作 $EQ\perp PF$ 于点 Q，证△FPO∽△EFO，求出 $PF=\frac{12}{5}$，$OP=\frac{16}{5}$，同理△EQF∽△EFO，求出 $EQ=\frac{9}{5}$，$FQ=\frac{12}{5}$，即可解决问题；

（3）分两种情况讨论，由面积法可求 $OM=MN$，再由勾股定理求出 x 的值，即可解决问题.

【解答】解：（1）∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$OA=BC=3$，$OC=AB=4$，$\angle OCB=90°$，

∵将矩形 $OABC$ 绕点 O 逆时针方向旋转α（$0<\alpha<180°$）得到矩形 $ODEF$，

∴$OF=OC=4$，$EF=BC=3$，$\angle F=\angle OCB=90°$，

∴$OE=\sqrt{OF^2+EF^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$，

∴点 E 的坐标（0，5）；

（2）分两种情况：

①如图 2，当点 D 恰好落在矩形 $OABC$ 的对角线上时，

设 DE 交 OC 于点 G，连接 BO 交 AC 于点 H，连接 OE，

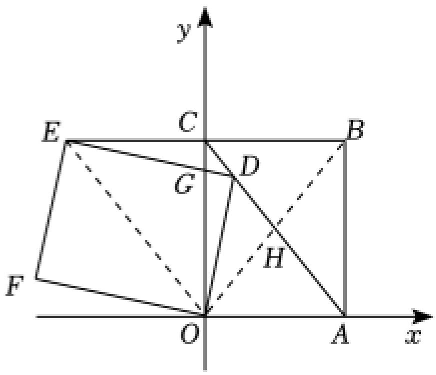


图2

∵四边形 $OABC$ 是矩形，

∴$AC=OB$，$AH=OH$，$\angle BCO=\angle BAO=\angle COA=90°$，

∴$\angle OAH=\angle AOH$，

∴$\angle ABO=\angle ACO$，

∵将矩形 $OABC$ 绕点 O 逆时针方向旋转α（$0<\alpha<180°$）得到矩形 $ODEF$，

∴$DE=AB=OC$，$OE=BO$，$OD=OA$，$\angle ABO=\angle DEO$，$\angle EDO=\angle BAO=90°$，$\angle BOA=\angle EOD$，

∴$\angle ACO=\angle DEO$，

∵$OA=OD$，$HA=HO$，

∴$\angle BOA=\angle DAO$，$\angle DAO=\angle ODA$，

∴$\angle BOA=\angle ODA=\angle EOD$，

∴$EO\parallel AC$，

∴$\angle CDE=\angle OED=\angle OCD$，

∵$DE=CO$，$CD=DC$，

∴$\triangle ECD\cong\triangle ODC$（$SAS$），

∴$EC=OD=OA=BC=3$，$\angle CED=\angle DOC$，

∵$\angle CGE=\angle DGO$，

∴$\angle ECO=\angle ODE=90^\circ$，

∴$\angle ECO+\angle BCO=180^\circ$，

∴点 E、C、B 三点共线，

∵$EC=BC$，$OC\perp BC$，

∴点 B、点 E 关于 OC 对称，

∵B（3，4），

∴点 E 的坐标为（－3，4）；

②如图 3，当点 D 恰好落在矩形 $OABC$ 的对角线上 BO 上时，过点 F 作 $FP\perp x$ 轴于点 P，过点 E 作 $EQ\perp PF$ 于点 Q，

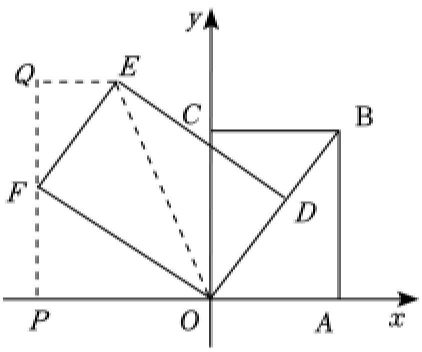


图3

则$\angle FPO=\angle EQF=90^\circ$，

∵将矩形 $OABC$ 绕点 O 逆时针方向旋转α（$0<\alpha<180^\circ$）得到矩形 $ODEF$，

∴$OF=OC=4$，$EF=BC=OA=3$，$\angle OFE=\angle DOF=\angle AOC=90^\circ$，$\angle EOF=\angle BOC$，

∵$\angle COP=90^\circ$，

∴$\angle FOP=\angle BOC=\angle EOF$，

∵$\angle FPO=\angle EFO=90°$，

∴$\triangle FPO\backsim\triangle EFO$，

∴$\frac{PF}{EF}=\frac{OP}{OF}=\frac{OF}{OE}$，

即$\frac{PF}{3}=\frac{OP}{4}=\frac{4}{5}$，

解得：$PF=\frac{12}{5}$，$OP=\frac{16}{5}$，

同理：$\triangle EQF\backsim\triangle EFO$，

∴$\frac{EQ}{EF}=\frac{FQ}{OF}=\frac{EF}{OE}$，

即$\frac{EQ}{3}=\frac{FQ}{4}=\frac{3}{5}$，

解得：$EQ=\frac{9}{5}$，$FQ=\frac{12}{5}$，

∴$PQ=PF+FQ=\frac{24}{5}$，$OP-EQ=\frac{16}{5}-\frac{9}{5}=\frac{7}{5}$，

∴点 E 的坐标为（$-\frac{7}{5}$，$\frac{24}{5}$）；

综上所述，点 E 的坐标为（-3，4）或（$-\frac{7}{5}$，$\frac{24}{5}$）；

（3）分两种情况：

①如图 4，当点 M 在点 B 右侧时，连接 ON，过点 N 作 $NG\perp OD$ 于点 G，

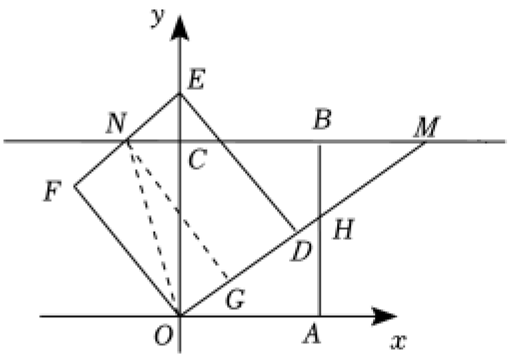


图4

∵$BM=\frac{1}{2}BN$，

设 $BM=x$，则 $BN=2x$，$MN=3x$，

∵$NG\perp OD$，$\angle FED=\angle EDO=90°$，

∴四边形 $NEDG$ 是矩形，

∴$NG=DE=10=AB=CO$，

∵$S_{\triangle OMN}=\frac{1}{2}MN\cdot OC=\frac{1}{2}OM\cdot NG$，

∴$OM=MN=3x$，

∵$OC^2+CM^2=OM^2$，

∴$4^2+(x+3)^2=(3x)^2$，

解得：$x=\frac{3+\sqrt{209}}{8}$（负值已舍去），

∴$BN=2x=\frac{3+\sqrt{209}}{4}$，

∴$NC=BN-BC=\frac{3+\sqrt{209}}{4}-3=\frac{\sqrt{209}-9}{4}$，

∴点 N 的坐标为（$\frac{9-\sqrt{209}}{4}$，4）；

②如图 5，当点 M 在点 B 左侧时，连接 ON，过点 N 作 $NG\perp OD$ 于点 G，

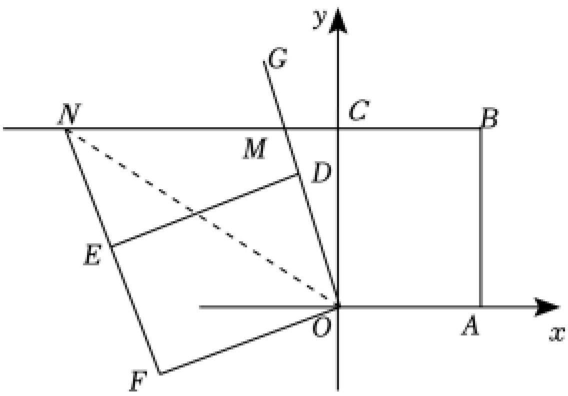


图5

∵$BM=\frac{1}{2}BN$，

∴设 $BM=x$，则 $BN=2x$，$MN=x$，

∵$NG\perp OD$，$\angle FED=\angle EDO=90°$，

∴四边形 $NEDG$ 是矩形，

∴$NG=DE=3=AB=CO$，

∵$S_{\triangle OMN}=\frac{1}{2}MN\cdot OC=\frac{1}{2}OM\cdot NG$，

∴$OM=MN=x$，

∵$OC^2+CM^2=OM^2$，

∴$4^2+(x-3)^2=x^2$，

解得：$x=\frac{25}{6}$，

$\therefore BN=2\times\frac{25}{6}=\frac{25}{3}$,

$\therefore NC=BN-BC=\frac{25}{3}-3=\frac{16}{3}$,

∴点 N 的坐标为（$-\frac{16}{3}$，4）；

综上所述，点 N 的坐标为（$\frac{9-\sqrt{209}}{4}$，4）或（$-\frac{16}{3}$，4）.