2020年江苏省无锡市中考数学试卷

一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，共计30分．在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请用2B铅笔把答题卷上相应的答案涂黑.）

1．（3分）－7的倒数是（　　）

A．7　　B．$\frac{1}{7}$　　C．－7　　D．$-\frac{1}{7}$

2．（3分）函数$y=2+\sqrt{3x-1}$中自变量x的取值范围是（　　）

A．$x\geqslant2$　　B．$x\geqslant\frac{1}{3}$　　C．$x\leqslant\frac{1}{3}$　　D．$x\neq\frac{1}{3}$

3．（3分）已知一组数据：21，23，25，25，26，这组数据的平均数和中位数分别是（　　）

A．24，25　　B．24，24　　C．25，24　　D．25，25

4．（3分）若$x+y=2$，$z-y=-3$，则$x+z$的值等于（　　）

A．5　　B．1　　C．－1　　D．－5

5．（3分）正十边形的每一个外角的度数为（　　）

A．36°　　B．30°　　C．144°　　D．150°

6．（3分）下列图形中，是轴对称图形但不是中心对称图形的是（　　）

A．圆　　B．等腰三角形

C．平行四边形　　D．菱形

7．（3分）下列选项错误的是（　　）

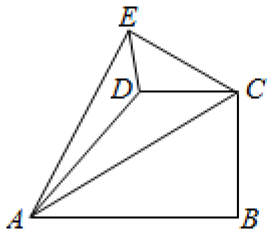
A．$\cos60°=\frac{1}{2}$　　B．$a^2\cdot a^3=a^5$

C．$\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$2(x-2y)=2x-2y$

8．（3分）反比例函数$y=\frac{k}{x}$与一次函数$y=\frac{8}{15}x+\frac{16}{15}$的图象有一个交点$B(\frac{1}{2},m)$，则$k$的值为（　　）

A．1　　B．2　　C．$\frac{2}{3}$　　D．$\frac{4}{3}$

9．（3分）如图，在四边形$ABCD$中（$AB>CD$），$\angle ABC=\angle BCD=90°$，$AB=3$，$BC=\sqrt{3}$，把Rt$\triangle ABC$沿着$AC$翻折得到Rt$\triangle AEC$，若$\tan\angle AED=\frac{\sqrt{3}}{2}$，则线段$DE$的长度（　　）



A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{7}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{2\sqrt{7}}{5}$

10.（3 分）如图，等边△ABC 的边长为 3，点 D 在边 AC 上，$AD=\frac{1}{2}$，线段 PQ 在边 BA 上运动，$PQ=\frac{1}{2}$，有下列结论：

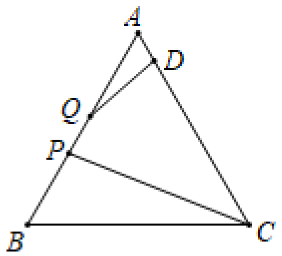
①CP 与 QD 可能相等；

②△AQD 与△BCP 可能相似；

③四边形 $PCDQ$ 面积的最大值为$\frac{31\sqrt{3}}{16}$；

④四边形 $PCDQ$ 周长的最小值为 $3+\frac{\sqrt{37}}{2}$.

其中，正确结论的序号为（　　）



A. ①④　　B. ②④　　C. ①③　　D. ②③

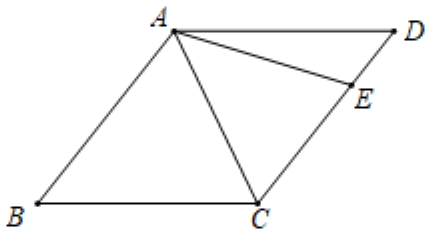
二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 2 分，共计 16 分．不需要写出解答过程，只需把答案直接填写在答题卷相应的位置）

11.（2 分）因式分解：$ab^2-2ab+a=$______________.

12.（2 分）2019 年我市地区生产总值逼近 12000 亿元，用科学记数法表示 12000 是______________.

13.（2 分）已知圆锥的底面半径为 1cm，高为$\sqrt{3}cm$，则它的侧面展开图的面积为＝_________cm^2.

14.（2 分）如图，在菱形 $ABCD$ 中，$\angle B=50°$，点 E 在 CD 上，若 $AE=AC$，则$\angle BAE=$__________°．

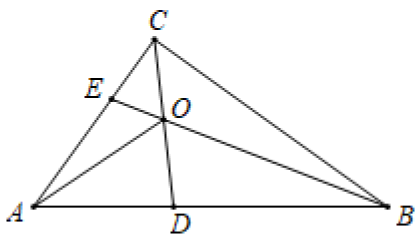


15.（2分）请写出一个函数表达式，使其图象的对称轴为 y 轴：____________.

16.（2分）我国古代问题：以绳测井，若将绳三折测之，绳多四尺，若将绳四折测之，绳多一尺，井深几何？这段话的意思是：用绳子量井深，把绳三折来量，井外余绳四尺，把绳四折来量，井外余绳一尺，井深几尺？则该问题的井深是_______尺.

17.（2分）二次函数 $y=ax^2-3ax+3$ 的图象过点 A（6，0），且与 y 轴交于点 B，点 M 在该抛物线的对称轴上，若△ABM 是以 AB 为直角边的直角三角形，则点 M 的坐标为______________________.

18.（2分）如图，在 Rt△ABC 中，∠ACB＝90°，AB＝4，点 D，E 分别在边 AB，AC 上，且 DB＝2AD，AE＝3EC，连接 BE，CD，相交于点 O，则△ABO 面积最大值为____________________.



三、解答题（本大题共10小题，共84分．请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

19.（8分）计算：

（1）$(-2)^2+|-5|-\sqrt{16}$；

（2）$\frac{a-1}{a-b}-\frac{1+b}{b-a}$.

20.（8分）解方程：

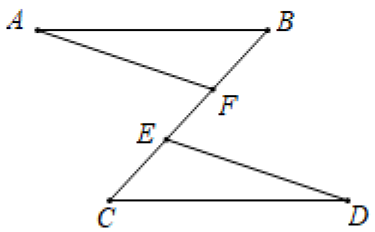
（1）$x^2+x-1=0$；

（2）$\begin{cases}-2x\leqslant 0\\ 4x+1<5\end{cases}$.

21.（8分）如图，已知 $AB\parallel CD$，AB＝CD，BE＝CF.

求证：（1）△ABF≌△DCE；

（2）$AF\parallel DE$.



22.（8 分）现有 4 张正面分别写有数字 1、2、3、4 的卡片，将 4 张卡片的背面朝上，洗匀.

（1）若从中任意抽取 1 张，抽的卡片上的数字恰好为 3 的概率是 ____________________；

（2）若先从中任意抽取 1 张（不放回），再从余下的 3 张中任意抽取 1 张，求抽得的 2 张卡片上的数字之和为 3 的倍数的概率.（请用“画树状图”或“列表”等方法写出分析过程）

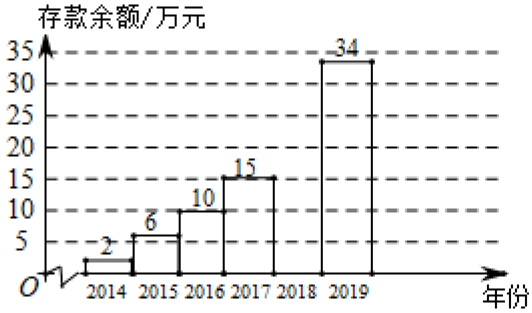
23.（6 分）小李 2014 年参加工作，每年年底都把本年度收入减去支出后的余额存入银行（存款利息记入收入），2014 年底到 2019 年底，小李的银行存款余额变化情况如下表所示：（单位：万元）

年份	2014 年	2015 年	2016 年	2017 年	2018 年	2019 年
收入	3	8	9	a	14	18
支出	1	4	5	6	c	6
存款余额	2	6	10	15	b	34

（1）表格中 $a=$__________；

（2）请把下面的条形统计图补充完整；（画图后标注相应的数据）

（3）请问小李在哪一年的支出最多？支出了多少万元？



24.（8 分）如图，已知△ABC 是锐角三角形（$AC<AB$）.

（1）请在图 1 中用无刻度的直尺和圆规作图：作直线 l，使 l 上的各点到 B、

C 两点的距离相等；设直线 l 与 AB、BC 分别交于点 M、N，作一个圆，使得圆心 O 在线段 MN 上，且与边 AB、BC 相切；（不写作法，保留作图痕迹）

（2）在（1）的条件下，若 $BM=\frac{5}{3}$，$BC=2$，则⊙O 的半径为____________________.

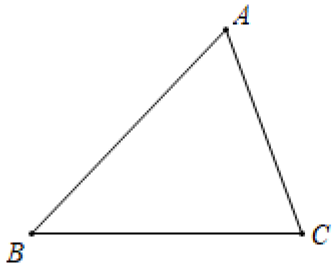


图1

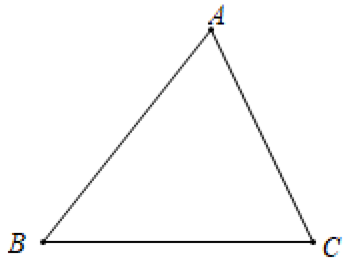
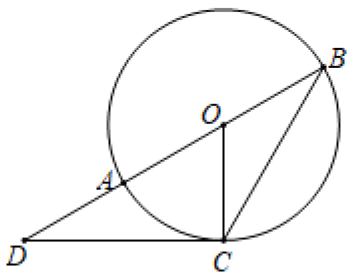


图2

25.（8 分）如图，DB 过⊙O 的圆心，交⊙O 于点 A、B，DC 是⊙O 的切线，点 C 是切点，已知∠$D=30°$，$DC=\sqrt{3}$.

（1）求证：$\triangle BOC\backsim\triangle BCD$；

（2）求$\triangle BCD$ 的周长.

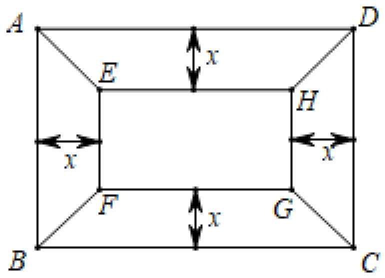


26.（10 分）有一块矩形地块 $ABCD$，$AB=20$ 米，$BC=30$ 米．为美观，拟种植不同的花卉，如图所示，将矩形 $ABCD$ 分割成四个等腰梯形及一个矩形，其中梯形的高相等，均为 x 米．现决定在等腰梯形 $AEHD$ 和 $BCGF$ 中种植甲种花卉；在等腰梯形 $ABFE$ 和 $CDHG$ 中种植乙种花卉；在矩形 $EFGH$ 中种植丙种花卉．甲、乙、丙三种花卉的种植成本分别为 20 元/米 ^{2}、60 元/米 ^{2}、40 元/米 ^{2}，设三种花卉的种植总成本为 y 元.

（1）当 $x=5$ 时，求种植总成本 y；

（2）求种植总成本 y 与 x 的函数表达式，并写出自变量 x 的取值范围；

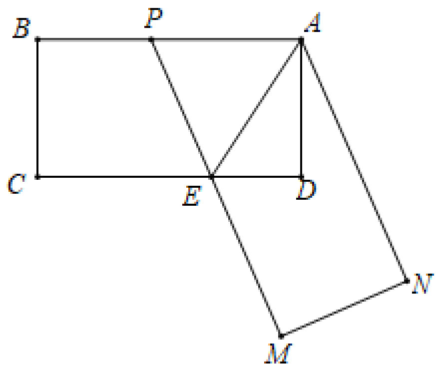
（3）若甲、乙两种花卉的种植面积之差不超过 120 平方米，求三种花卉的最低种植总成本.



27.（10分）如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=2$，$AD=1$，点 E 为边 CD 上的一点（与 C、D 不重合），四边形 $ABCE$ 关于直线 AE 的对称图形为四边形 $ANME$，延长 ME 交 AB 于点 P，记四边形 $PADE$ 的面积为 S.

（1）若 $DE=\frac{\sqrt{3}}{3}$，求 S 的值；

（2）设 $DE=x$，求 S 关于 x 的函数表达式.



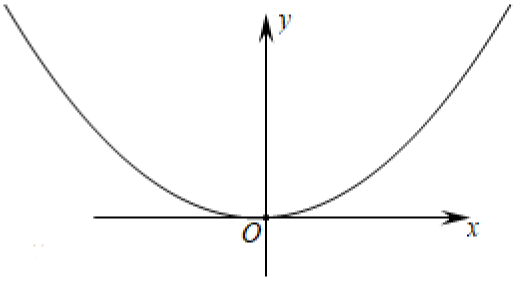
28.（10分）在平面直角坐标系中，O 为坐标原点，直线 OA 交二次函数 $y=\frac{1}{4}x^2$ 的图象于点 A，$\angle AOB=90°$，点 B 在该二次函数的图象上，设过点（0，m）（其中 $m>0$）且平行于 x 轴的直线交直线 OA 于点 M，交直线 OB 于点 N，以线段 OM、ON 为邻边作矩形 $OMPN$.

（1）若点 A 的横坐标为 8.

①用含 m 的代数式表示 M 的坐标；

②点 P 能否落在该二次函数的图象上？若能，求出 m 的值；若不能，请说明理由.

（2）当 $m=2$ 时，若点 P 恰好落在该二次函数的图象上，请直接写出此时满足条件的所有直线 OA 的函数表达式.


y
O
x

2020年江苏省无锡市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，共计30分．在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请用2B铅笔把答题卷上相应的答案涂黑．）

1．（3分）－7的倒数是（　　）

A．7　　B．$\frac{1}{7}$　　C．－7　　D．$-\frac{1}{7}$

【答案】D

【分析】根据乘积为1的两个数互为倒数，可得答案．

【解答】解：－7的倒数是$-\frac{1}{7}$，

故选：D．

2．（3分）函数$y=2+\sqrt{3x-1}$中自变量x的取值范围是（　　）

A．$x\geqslant2$　　B．$x\geqslant\frac{1}{3}$　　C．$x\leqslant\frac{1}{3}$　　D．$x\neq\frac{1}{3}$

【答案】B

【分析】根据二次根式的被开方数大于等于0列不等式求解即可．

【解答】解：由题意得，$3x-1\geqslant0$，

解得，$x\geqslant\frac{1}{3}$．

故选：B．

3．（3分）已知一组数据：21，23，25，25，26，这组数据的平均数和中位数分别是（　　）

A．24，25　　B．24，24　　C．25，24　　D．25，25

【答案】A

【分析】根据平均数的计算公式和中位数的定义分别进行解答即可．

【解答】解：这组数据的平均数是：（21+23+25+25+26）÷5＝24；

把这组数据从小到大排列为：21，23，25，25，26，最中间的数是25，

则中位数是25；

故选：A．

4.（3分）若 $x+y=2$，$z-y=-3$，则 $x+z$ 的值等于（　　）

A．5　　B．1　　C．-1　　D．-5

【答案】C

【分析】已知两等式左右两边相加即可求出所求．

【解答】解：$\because x+y=2$，$z-y=-3$，

$\therefore (x+y)+(z-y)=2+(-3)$，

整理得：$x+y+z-y=2-3$，即 $x+z=-1$，

则 $x+z$ 的值为 -1．

故选：C．

5.（3分）正十边形的每一个外角的度数为（　　）

A．36°　　B．30°　　C．144°　　D．150°

【答案】A

【分析】根据多边形的外角和为 360°，再由正十边形的每一个外角都相等，进而求出每一个外角的度数．

【解答】解：正十边形的每一个外角都相等，

因此每一个外角为：$360^\circ\div10=36^\circ$，

故选：A．

6.（3分）下列图形中，是轴对称图形但不是中心对称图形的是（　　）

A．圆　　B．等腰三角形

C．平行四边形　　D．菱形

【答案】B

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解．

【解答】解：A、圆既是中心对称图形，也是轴对称图形，故此选项不合题意；

B、等腰三角形是轴对称图形但不是中心对称图形，故本选项符合题意；

C、平行四边形是中心对称图形但不是轴对称图形，故此选项不合题意；

D、菱形既是中心对称图形又是轴对称图形，故此选项不合题意．

故选：B．

7.（3分）下列选项错误的是（　　）

A．$\cos60^\circ=\frac{1}{2}$　　B．$a^2\cdot a^3=a^5$

C. $\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$　　　　D. $2(x-2y)=2x-2y$

【答案】D

【分析】分别根据特殊角的三角函数值，同底数幂的乘法法则，二次根式的除法法则以及去括号法则逐一判断即可.

【解答】解：A．$\cos60^\circ=\frac{1}{2}$，故本选项不合题意；

B．$a^2\cdot a^3=a^5$，故本选项不合题意；

$C.\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，故本选项不合题意；

$D.2(x-2y)=2x-4y$，故本选项符合题意.

故选：D.

8.（3分）反比例函数 $y=\frac{k}{x}$与一次函数 $y=\frac{8}{15}x+\frac{16}{15}$的图象有一个交点 $B(\frac{1}{2},m)$，则 k 的值为（　　）

A. 1　　B. 2　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{4}{3}$

【答案】C

【分析】将点 B 坐标代入一次函数解析式可求点 B 坐标，再代入反比例函数解析式，可求解.

【解答】解：∵一次函数 $y=\frac{8}{15}x+\frac{16}{15}$的图象过点 B（$\frac{1}{2}$，m），

$\therefore m=\frac{8}{15}\times\frac{1}{2}+\frac{16}{15}=\frac{4}{3}$，

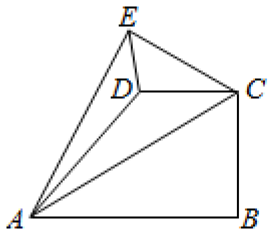
∴点 B（$\frac{1}{2}$，$\frac{4}{3}$），

∵反比例函数 $y=\frac{k}{x}$过点 B，

$\therefore k=\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}=\frac{2}{3}$，

故选：C.

9.（3分）如图，在四边形 $ABCD$ 中（$AB>CD$），$\angle ABC=\angle BCD=90^\circ$，$AB=3$，$BC=\sqrt{3}$，把 Rt△$ABC$ 沿着 AC 翻折得到 Rt△AEC，若 $\tan\angle AED=\frac{\sqrt{3}}{2}$，则线段 DE 的长度（　　）

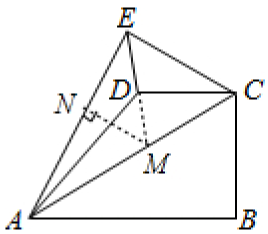


A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{7}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{2\sqrt{7}}{5}$

【答案】B

【分析】方法一，延长 ED 交 AC 于点 M，过点 M 作 $MN\perp AE$ 于点 N，设 $MN=\sqrt{3}x$，根据已知条件和翻折的性质可求 m 的值，再证明 CD 是$\angle ECM$的角平分线，可得$\frac{S_{\triangle CED}}{S_{\triangle CMD}}=\frac{ED}{MD}=\frac{CE}{CM}$，进而可得 ED 的长．方法二，过点 D 作 $DM\perp CE$，首先得到$\angle ACB=60$ 度，$\angle ECD=30$ 度，再根据折叠可得到$\angle AED=\angle EDM$，设 $EM=\sqrt{3}m$，由折叠性质可知，$EC=CB$，在直角三角形 EDM 中，根据勾股定理即可得 DE 的长．

【解答】解：方法一：如图，延长 ED 交 AC 于点 M，过点 M 作 $MN\perp AE$ 于点 N，



设 $MN=\sqrt{3}x$，

$\because \tan\angle AED=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore \frac{MN}{NE}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore NE=2x$，

$\because \angle ABC=90°$，$AB=3$，$BC=\sqrt{3}$，

$\therefore \angle CAB=30°$，

$\therefore AC=2\sqrt{3}$，

由翻折可知：

$\angle EAC=30°$，

∴$AM=2MN=2\sqrt{3}x$,

∴$AN=\sqrt{3}MN=3x$,

∵$AE=AB=3$,

∴$5x=3$,

∴$x=\frac{3}{5}$,

∴$AN=\frac{9}{5}$，$MN=\frac{3\sqrt{3}}{5}$，$AM=\frac{6\sqrt{3}}{5}$,

∵$AC=2\sqrt{3}$,

∴$CM=AC-AM=\frac{4\sqrt{3}}{5}$,

∵$MN=\frac{3\sqrt{3}}{5}$，$NE=2x=\frac{6}{5}$,

∴$EM=\sqrt{MN^2+EN^2}=\frac{3\sqrt{7}}{5}$,

∵$\angle ABC=\angle BCD=90^\circ$，

∴$CD\parallel AB$,

∴$\angle DCA=30^\circ$，

由翻折可知：$\angle ECA=\angle BCA=60^\circ$，

∴$\angle ECD=30^\circ$，

∴CD是$\angle ECM$的角平分线,

∴$\frac{S_{\triangle CED}}{S_{\triangle CMD}}=\frac{ED}{MD}=\frac{CE}{CM}$,

∴$\frac{\sqrt{3}}{\frac{4\sqrt{3}}{5}}=\frac{ED}{\frac{3\sqrt{7}}{5}-ED}$,

解得，$ED=\frac{\sqrt{7}}{3}$.

方法二：

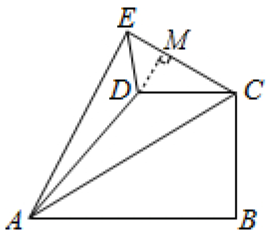
如图，过点 D 作 $DM\perp CE$,

由折叠可知：$\angle AEC=\angle B=90^\circ$，

∴$AE\parallel DM$,

∴$\angle AED=\angle EDM$,

∴$\tan\angle AED=\tan\angle EDM=\frac{\sqrt{3}}{2}$,



∵$\angle ACB=60°$，$\angle ECD=30°$，

设 $EM=\sqrt{3}m$，由折叠性质可知，$EC=CB=\sqrt{3}$，

∴$CM=\sqrt{3}-\sqrt{3}m$，

由翻折可知：$\angle ECA=\angle BCA=60°$，

∴$\angle ECD=30°$，

∴$\tan\angle ECD=\frac{DM}{CM}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

∴$DM=(\sqrt{3}-\sqrt{3}m)\times\frac{\sqrt{3}}{3}=1-m$，

∴$\tan\angle EDM=\frac{EM}{DM}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

即$\frac{\sqrt{3}m}{1-m}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

解得，$m=\frac{1}{3}$，

∴$DM=\frac{2}{3}$，$EM=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

在直角三角形 EDM 中，$DE^2=DM^2+EM^2$，

解得，$DE=\frac{\sqrt{7}}{3}$.

故选：B.

10.（3 分）如图，等边△ABC 的边长为 3，点 D 在边 AC 上，$AD=\frac{1}{2}$，线段 PQ 在边 BA 上运动，$PQ=\frac{1}{2}$，有下列结论：

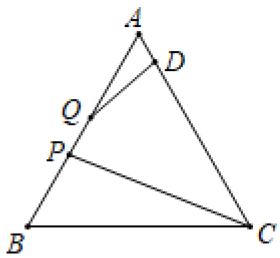
①CP 与 QD 可能相等；

②△AQD 与△BCP 可能相似；

③四边形 $PCDQ$ 面积的最大值为$\frac{31\sqrt{3}}{16}$；

④四边形 $PCDQ$ 周长的最小值为 $3+\frac{\sqrt{37}}{2}$.

其中，正确结论的序号为（　　）



A. ①④　　B. ②④　　C. ①③　　D. ②③

【答案】D

【分析】①利用图象法判断或求出 DQ 的最大值，PC 的最小值判定即可．

②设 $AQ=x$,则 $BP=AB-AQ-PQ=3-x-\frac{1}{2}=\frac{5}{2}-x$,因为$\angle A=\angle B=60^{\circ}$，

当$\frac{AD}{BP}=\frac{AQ}{CB}$时，$\triangle ADQ$与$\triangle BPC$相似，

即$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{2}-x}=\frac{x}{3}$，解得 $x=1$ 或$\frac{3}{2}$，推出当 $AQ=1$ 或$\frac{3}{2}$时，两三角形相似．

③设 $AQ=x$,则四边形 $PCDQ$ 的面积$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 3^2-\frac{1}{2}\times x\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\times 3\times(3-x-\frac{1}{2})\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{8}+\frac{5\sqrt{3}}{8}x$，当 x 取最大值时，可得结论．

④如图，作点 D 关于 AB 的对称点 D'，作 $D'F\parallel PQ$，使得 $D'F=PQ$，连接 CF 交 AB 于点 P'，在射线 $P'A$ 上取 $P'Q'=PQ$，此时四边形 $P'CDQ'$ 的周长最小．求出 CF 的长即可判断．

【解答】解：①利用图象法可知 $PC>DQ$，或通过计算可知 DQ 的最大值为$\frac{\sqrt{21}}{2}$，PC 的最小值为$\frac{3\sqrt{3}}{2}$，所以 $PC>DQ$，故①错误．

②设 $AQ=x$，则 $BP=AB-AQ-PQ=3-x-\frac{1}{2}=\frac{5}{2}-x$，

$\because\angle A=\angle B=60^{\circ}$，

$\therefore$当$\frac{AD}{BP}=\frac{AQ}{CB}$或$\frac{AD}{CB}=\frac{AQ}{BP}$时，$\triangle ADQ$与$\triangle BPC$相似，

即$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{2}-x}=\frac{x}{3}$或$\frac{\frac{1}{2}}{3}=\frac{x}{\frac{5}{2}-x}$，解得 $x=1$ 或$\frac{3}{2}$或$\frac{5}{14}$，

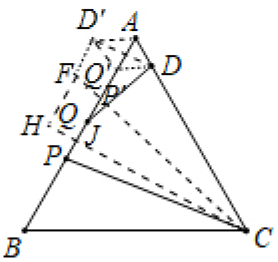
$\therefore$当 $AQ=1$ 或$\frac{3}{2}$或$\frac{5}{14}$时，两三角形相似，故②正确

③设 $AQ=x$，则四边形 $PCDQ$ 的面积 $=S_{\triangle ABC}-S_{\triangle ADQ}-S_{\triangle BCP}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 3^2-\frac{1}{2}\times x\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\times 3\times\left(3-x-\frac{1}{2}\right)\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{8}+\frac{5\sqrt{3}}{8}x$，

$\because x$ 的最大值为 $3-\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$，

$\therefore x=\frac{5}{2}$ 时，四边形 $PCDQ$ 的面积最大，最大值 $=\frac{31\sqrt{3}}{16}$，故③正确，

如图，作点 D 关于 AB 的对称点 D'，作 $D'F\parallel PQ$，使得 $D'F=PQ$，连接 CF 交 AB 于点 P'，在射线 $P'A$ 上取 $P'Q'=PQ$，此时四边形 $P'CDQ'$ 的周长最小．



过点 C 作 $CH\perp D'F$ 交 $D'F$ 的延长线于 H，交 AB 于 J．

由题意，$DD'=2AD\cdot\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$HJ=\frac{1}{2}DD'=\frac{\sqrt{3}}{4}$，$CJ=\frac{3\sqrt{3}}{2}$，$FH=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$，

$\therefore CH=CJ+HJ=\frac{7\sqrt{3}}{4}$，

$\therefore CF=\sqrt{FH^2+CH^2}=\sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2+\left(\frac{7\sqrt{3}}{4}\right)^2}=\frac{\sqrt{39}}{2}$，

$\therefore$ 四边形 $P'CDQ'$ 的周长的最小值 $=3+\frac{\sqrt{39}}{2}$，故④错误，

故选：D．

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 2 分，共计 16 分．不需要写出解答过程，只需把答案直接填写在答题卷相应的位置）

11．（2 分）因式分解：$ab^2-2ab+a=$ __$a(b-1)^2$__．

【答案】见试题解答内容

【分析】原式提取 a，再运用完全平方公式分解即可．

【解答】解：原式 $=a(b^2-2b+1)=a(b-1)^2$；

故答案为：$a(b-1)^2$．

12．（2 分）2019 年我市地区生产总值逼近 12000 亿元，用科学记数法表示 12000

是 $\underline{\quad 1.2\times10^4 \quad}$．

【答案】见试题解答内容

【分析】科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 $\geqslant10$ 时，n 是正数；当原数的绝对值 <1 时，n 是负数．

【解答】解：$12000=1.2\times10^4$．

故答案为：1.2×10^4．

13．（2 分）已知圆锥的底面半径为 $1cm$，高为 $\sqrt{3}cm$，则它的侧面展开图的面积为＝$\underline{\quad 2\pi \quad}$ cm^2．

【答案】见试题解答内容

【分析】先利用勾股定理求出圆锥的母线 l 的长，再利用圆锥的侧面积公式：$S_{侧}=\pi rl$ 计算即可．

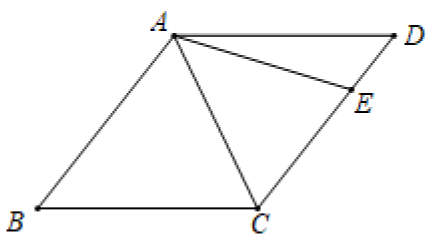
【解答】解：根据题意可知，圆锥的底面半径 $r=1cm$，高 $h=\sqrt{3}cm$，

∴圆锥的母线 $l=\sqrt{r^2+h^2}=2$（cm），

∴$S_{侧}=\pi rl=\pi\times1\times2=2\pi$（$cm^2$）．

故答案为：2π．

14．（2 分）如图，在菱形 $ABCD$ 中，$\angle B=50°$，点 E 在 CD 上，若 $AE=AC$，则 $\angle BAE=$$\underline{\quad 115 \quad}$°．



【答案】见试题解答内容

【分析】由菱形的性质得出 AC 平分 $\angle BCD$，$AB\parallel CD$，由平行线的性质得出 $\angle BAE+\angle AEC=180°$，$\angle B+\angle BCD=180°$，求出 $\angle BCD=130°$，则 $\angle ACE=\frac{1}{2}\angle BCD=65°$，由等腰三角形的性质得出 $\angle AEC=\angle ACE=65°$，即可得出答案．

【解答】解：∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴CA平分$\angle BCD$，$AB\parallel CD$，

∴$\angle BAE+\angle AEC=180°$，$\angle B+\angle BCD=180°$，

∴$\angle BCD=180°-\angle B=180°-50°=130°$，

∴$\angle ACE=\frac{1}{2}\angle BCD=65°$，

∵$AE=AC$，

∴$\angle AEC=\angle ACE=65°$，

∴$\angle BAE=180°-\angle AEC=115°$；

故答案为：115．

15．（2分）请写出一个函数表达式，使其图象的对称轴为y轴：$\underline{\quad y=x^2\quad}$．

【答案】见试题解答内容

【分析】根据形如$y=ax^2$或$y=ax^2+c$二次函数的性质直接写出即可．

【解答】解：∵图象的对称轴是y轴，

∴函数表达式$y=x^2$（答案不唯一），

故答案为：$y=x^2$（答案不唯一）．

16．（2分）我国古代问题：以绳测井，若将绳三折测之，绳多四尺，若将绳四折测之，绳多一尺，井深几何？这段话的意思是：用绳子量井深，把绳三折来量，井外余绳四尺，把绳四折来量，井外余绳一尺，井深几尺？则该问题的井深是$\underline{\quad 8\quad}$尺．

【答案】见试题解答内容

【分析】可设绳长为x尺，井深为y尺，根据等量关系：①绳长的$\frac{1}{3}$－井深＝4尺；②绳长的$\frac{1}{4}$－井深＝1尺；列出方程组求解即可．

【解答】解：设绳长是x尺，井深是y尺，依题意有

$$\begin{cases}\frac{1}{3}x-y=4\\ \frac{1}{4}x-y=1\end{cases},$$

解得，$\begin{cases}x=36\\ y=8\end{cases}$．

故井深是8尺．

故答案为：8．

17．（2 分）二次函数 $y=ax^2-3ax+3$ 的图象过点 A（6，0），且与 y 轴交于点 B，点 M 在该抛物线的对称轴上，若△ABM 是以 AB 为直角边的直角三角形，则点 M 的坐标为＿（$\frac{3}{2}$，-9）或（$\frac{3}{2}$，6）＿．

【答案】见试题解答内容

【分析】根据题意得到抛物线的对称轴为直线 $x=-\frac{\frac{1}{2}}{2\times(-\frac{1}{6})}=\frac{3}{2}$，设点 M 的坐标为：（$\frac{3}{2}$，m），当∠ABM＝90°，过 B 作 BD⊥对称轴 MM' 于 D，当∠$M'AB$＝90°，根据三角函数的定义即可得到结论．

【解答】解：∵抛物线的对称轴为直线 $x=-\frac{\frac{1}{2}}{2\times(-\frac{1}{6})}=\frac{3}{2}$，

设点 M 的坐标为：（$\frac{3}{2}$，m），

当∠ABM＝90°，

过 B 作 BD 垂直对称轴于 D，

则∠1＝∠2，

∴$\tan\angle 2=\tan\angle 1=\frac{6}{3}=2$，

∴$\frac{DM}{BD}=2$，

∴$DM=3$，

∴M（$\frac{3}{2}$，6），

当∠$M'AB$＝90°时，

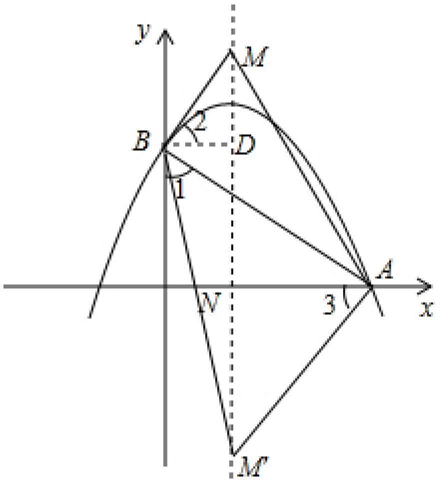
∴$\tan\angle 3=\frac{M'N}{AN}=\tan\angle 1=\frac{6}{3}=2$，

∴$M'N=9$，

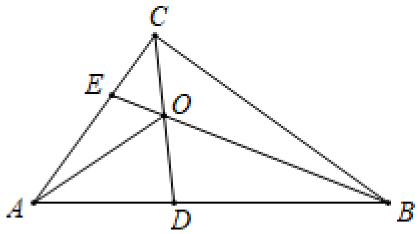
∴M'（$\frac{3}{2}$，-9），

综上所述，点 M 的坐标为（$\frac{3}{2}$，-9）或（$\frac{3}{2}$，6）．

故答案为：（$\frac{3}{2}$，-9）或（$\frac{3}{2}$，6）．



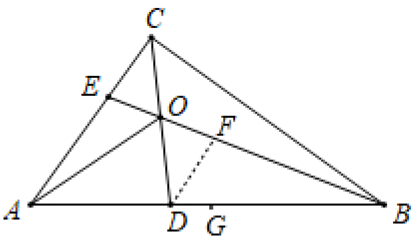
18.（2 分）如图，在 Rt△ABC 中，∠ACB＝90°，AB＝4，点 D，E 分别在边 AB，AC 上，且 DB＝2AD，AE＝3EC，连接 BE，CD，相交于点 O，则△ABO 面积最大值为__$\frac{8}{3}$__.



【答案】见试题解答内容

【分析】过点 D 作 DF∥AE，根据平行线分线段成比例定理可得则$\frac{DF}{AE}=\frac{BD}{BA}=\frac{2}{3}$，根据已知$\frac{EC}{AE}=\frac{1}{3}$，可得 DO＝2OC，C 在以 AB 为直径的圆上，设圆心为 G，当 CG⊥AB 时，△ABC 的面积最大为：$\frac{1}{2}\times4\times2=4$，即可求出此时△$ABO$ 的最大面积.

【解答】解：如图，过点 D 作 DF∥AE，



则$\frac{DF}{AE}=\frac{BD}{BA}=\frac{2}{3}$，

∵$\frac{EC}{AE}=\frac{1}{3}$，

$\therefore DF=2EC$，

$\therefore DO=2OC$，

$\therefore DO=\frac{2}{3}DC$，

$\therefore S_{\triangle ADO}=\frac{2}{3}S_{\triangle ADC}$，$S_{\triangle BDO}=\frac{2}{3}S_{\triangle BDC}$，

$\therefore S_{\triangle ABO}=\frac{2}{3}S_{\triangle ABC}$，

$\because \angle ACB=90°$，

$\therefore C$ 在以 AB 为直径的圆上，设圆心为 G，

当 $CG\perp AB$ 时，$\triangle ABC$ 的面积最大为：$\frac{1}{2}\times4\times2=4$，

此时$\triangle ABO$ 的面积最大为：$\frac{2}{3}\times4=\frac{8}{3}$.

故答案为：$\frac{8}{3}$.

三、解答题（本大题共 10 小题，共 84 分．请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

19.（8 分）计算：

（1）$(-2)^2+|-5|-\sqrt{16}$；

（2）$\frac{a-1}{a-b}-\frac{1+b}{b-a}$.

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）根据乘方的定义，绝对值的定义以及算术平方根的定义计算即可；

（2）根据同分母分式的加减法法则计算即可．

【解答】解：（1）原式$=4+5-4$

$=5$；

（2）原式$=\frac{a-1}{a-b}+\frac{1+b}{a-b}$

$=\frac{a-1+1+b}{a-b}$

$=\frac{a+b}{a-b}$.

20.（8 分）解方程：

（1）$x^2+x-1=0$；

（2）$\begin{cases}-2x\leqslant 0\\4x+1<5\end{cases}$.

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）先计算判别式的值，然后利用求根公式求方程的解；

（2）分别解两个不等式得到 $x\geqslant 0$ 和 $x<1$，然后根据大小小大中间找确定不等式组的解集.

【解答】解：（1）∵$a=1$，$b=1$，$c=-1$，

∴$\triangle=1^2-4\times1\times(-1)=5>0$，

∴$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2\times1}$，

∴$x_1=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$，$x_2=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$；

（2）$\begin{cases}-2x\leqslant 0①\\4x+1<5②\end{cases}$，

解①得，$x\geqslant 0$，

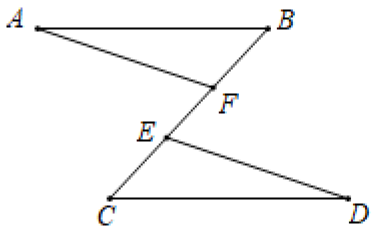
解②得，$x<1$，

所以不等式组的解集为 $0\leqslant x<1$.

21.（8 分）如图，已知 $AB\parallel CD$，$AB=CD$，$BE=CF$.

求证：（1）$\triangle ABF\cong\triangle DCE$；

（2）$AF\parallel DE$.



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）先由平行线的性质得$\angle B=\angle C$，从而利用 SAS 判定$\triangle ABF\cong\triangle DCE$；

（2）根据全等三角形的性质得$\angle AFB=\angle DEC$，由等角的补角相等可得$\angle AFE=\angle DEF$，再由平行线的判定可得结论.

【解答】证明：（1）∵$AB\parallel CD$，

∴$\angle B=\angle C$，

∵$BE=CF$,

∴$BE-EF=CF-EF$,

即 $BF=CE$,

在△ABF和△DCE中,

$$\begin{cases}AB=DC\\ \angle B=\angle C,\\ BF=CE\end{cases}$$

∴△ABF≌△DCE（SAS）;

（2）∵△ABF≌△DCE,

∴$\angle AFB=\angle DEC$,

∴$\angle AFE=\angle DEF$,

∴$AF\parallel DE$.

22.（8分）现有4张正面分别写有数字1、2、3、4的卡片，将4张卡片的背面朝上，洗匀.

（1）若从中任意抽取1张，抽的卡片上的数字恰好为3的概率是 __$\frac{1}{4}$__；

（2）若先从中任意抽取1张（不放回），再从余下的3张中任意抽取1张，求抽得的2张卡片上的数字之和为3的倍数的概率.（请用“画树状图”或“列表”等方法写出分析过程）

【答案】见试题解答内容

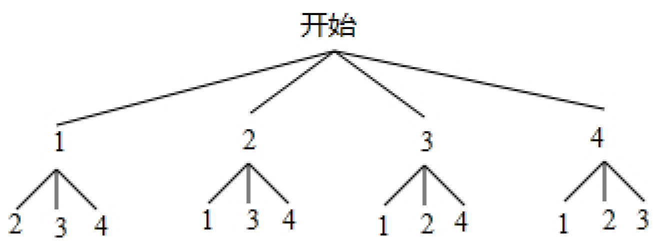
【分析】（1）根据概率公式计算；

（2）画树状图展示所有12种等可能的结果数，找出抽得的2张卡片上的数字之和为3的倍数的结果数，然后根据概率公式计算.

【解答】解：（1）从中任意抽取1张，抽的卡片上的数字恰好为3的概率$=\frac{1}{4}$；

故答案为：$\frac{1}{4}$；

（2）画树状图为：



共有 12 种等可能的结果数，其中抽得的 2 张卡片上的数字之和为 3 的倍数的结果数为 4，

所以抽得的 2 张卡片上的数字之和为 3 的倍数的概率＝$\frac{4}{12}$＝$\frac{1}{3}$.

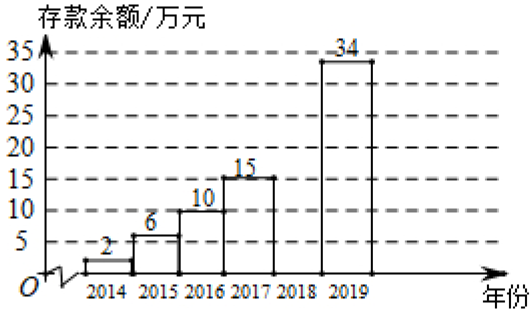
23.（6 分）小李 2014 年参加工作，每年年底都把本年度收入减去支出后的余额存入银行（存款利息记入收入），2014 年底到 2019 年底，小李的银行存款余额变化情况如下表所示：（单位：万元）

年份	2014 年	2015 年	2016 年	2017 年	2018 年	2019 年
收入	3	8	9	a	14	18
支出	1	4	5	6	c	6
存款余额	2	6	10	15	b	34

（1）表格中 a＝__11__；

（2）请把下面的条形统计图补充完整；（画图后标注相应的数据）

（3）请问小李在哪一年的支出最多？支出了多少万元？



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）本年度收入减去支出后的余额加上上一年存入银行的余额作为本年的余额，则可建立一元一次方程 $10+a-6=15$，然后解方程即可；

（2）根据题意得$\begin{cases}15+14-c=b\\b+18-6=34\end{cases}$，再解方程组得到 2018 年的存款余额，然后补全条形统计图；

（3）利用（2）中 c 的值进行判断.

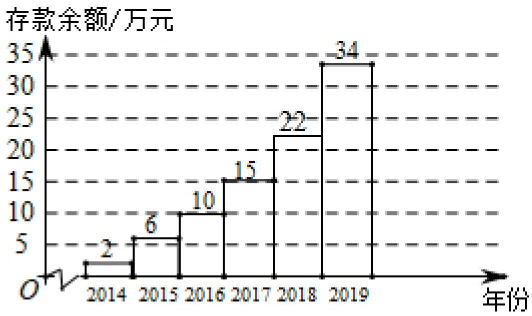
【解答】解：（1）$10+a-6=15$，解得，$a=11$，

故答案为：11；

（2）根据题意得$\begin{cases}15+14-c=b\\b+18-6=34\end{cases}$，解得，$\begin{cases}b=22\\c=7\end{cases}$，

即存款余额为 22 万元，

条形统计图补充为：



（3）小李在 2018 年的支出最多，支出了 7 万元．

24．（8 分）如图，已知△ABC是锐角三角形（$AC<AB$）．

（1）请在图 1 中用无刻度的直尺和圆规作图：作直线 l，使 l 上的各点到 B、C 两点的距离相等；设直线 l 与 AB、BC 分别交于点 M、N，作一个圆，使得圆心 O 在线段 MN 上，且与边 AB、BC 相切；（不写作法，保留作图痕迹）

（2）在（1）的条件下，若 $BM=\frac{5}{3}$，$BC=2$，则⊙O 的半径为__$\frac{1}{2}$__．

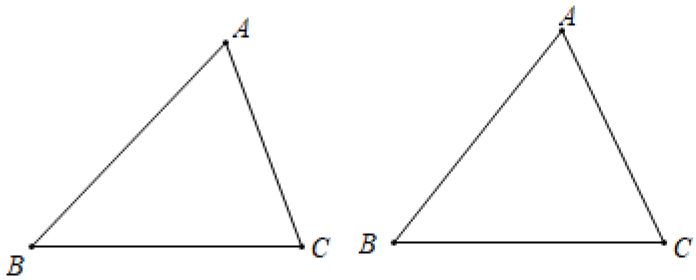


图1　　　　图2

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）作线段 BC 的垂直平分线交 AB 于 M，交 BC 于 N，作∠ABC 的角平分线交 MN 于点 O，以 O 为圆心，ON 为半径作⊙O 即可．

（2）过点 O 作 $OE\perp AB$ 于 E．设 $OE=ON=r$，利用面积法构建方程求解即可．

【解答】解：（1）如图直线 l，⊙O 即为所求．

（2）过点 O 作 $OE\perp AB$ 于 E．设 $OE=ON=r$，

$\because BM=\frac{5}{3}$，$BC=2$，MN 垂直平分线段 BC，

$\therefore BN=CN=1$，

$\therefore MN=\sqrt{BM^2-BN^2}=\sqrt{(\frac{5}{3})^2-1^2}=\frac{4}{3}$，

$\because s_{\triangle BNM}=S_{\triangle BNO}+S_{\triangle BOM}$，

$\therefore \frac{1}{2}\times 1\times \frac{4}{3}=\frac{1}{2}\times 1\times r+\frac{1}{2}\times \frac{5}{3}\times r$，

解得，$r=\frac{1}{2}$.

故答案为：$\frac{1}{2}$.

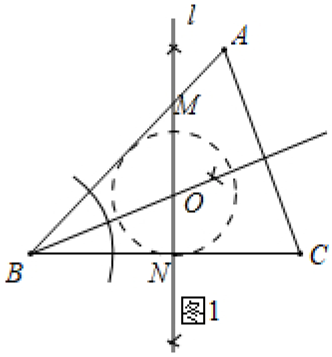


图1

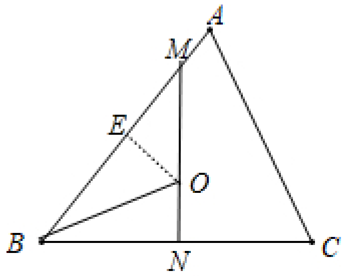
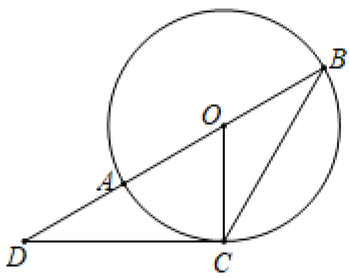


图2

25.（8 分）如图，DB 过⊙O 的圆心，交⊙O 于点 A、B，DC 是⊙O 的切线，点 C 是切点，已知$\angle D=30°$，$DC=\sqrt{3}$.

（1）求证：$\triangle BOC\backsim\triangle BCD$；

（2）求$\triangle BCD$ 的周长.



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）由切线的性质可得$\angle OCD=90°$，由外角的性质可得$\angle BOC=120°$，由等腰三角形的性质$\angle B=\angle OCB=30°$，可得$\angle B=\angle D=30°$，$\angle DCB=120°=\angle BOC$，可得结论；

（2）由直角三角形的性质可得 $OC=1=OB$，$DO=2$，即可求解.

【解答】证明：（1）$\because DC$ 是⊙O 的切线，

$\therefore \angle OCD=90°$，

$\because \angle D=30°$，

$\therefore \angle BOC=\angle D+\angle OCD=30°+90°=120°$，

$\because OB=OC$，

$\therefore \angle B=\angle OCB=30°$，

∴$\angle DCB=120°=\angle BOC$，

又∵$\angle B=\angle B=30°$，

∴$\triangle BOC\backsim\triangle BCD$；

（2）∵$\angle D=30°$，$DC=\sqrt{3}$，$\angle OCD=90°$，

∴$DC=\sqrt{3}OC=\sqrt{3}$，$DO=2OC$，

∴$OC=1=OB$，$DO=2$，

∵$\angle B=\angle D=30°$，

∴$DC=BC=\sqrt{3}$，

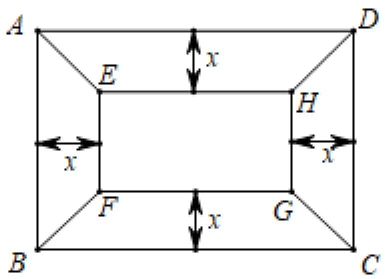
∴$\triangle BCD$的周长$=CD+BC+DB=\sqrt{3}+\sqrt{3}+2+1=3+2\sqrt{3}$.

26.（10分）有一块矩形地块$ABCD$，$AB=20$米，$BC=30$米．为美观，拟种植不同的花卉，如图所示，将矩形$ABCD$分割成四个等腰梯形及一个矩形，其中梯形的高相等，均为x米．现决定在等腰梯形$AEHD$和$BCGF$中种植甲种花卉；在等腰梯形$ABFE$和$CDHG$中种植乙种花卉；在矩形$EFGH$中种植丙种花卉．甲、乙、丙三种花卉的种植成本分别为20元/米^2、60元/米^2、40元/米^2，设三种花卉的种植总成本为y元．

（1）当$x=5$时，求种植总成本y；

（2）求种植总成本y与x的函数表达式，并写出自变量x的取值范围；

（3）若甲、乙两种花卉的种植面积之差不超过120平方米，求三种花卉的最低种植总成本．



【答案】见试题解答内容

【分析】(1)当$x=5$时，$EF=20-2x=10$，$EH=30-2x=20$，$y=2\times\frac{1}{2}(EH+AD)\times20x+2\times\frac{1}{2}(GH+CD)\times x\times60+EF\cdot EH\times40$，即可求解；

（2）参考（1），由题意得：$y=(30+30-2x)\cdot x\cdot20+(20+20-2x)\cdot x\cdot60+(30-2x)(20-2x)\cdot40$（$0<x<10$）；

（3）$S_{甲}=2\times\frac{1}{2}(EH+AD)\times x=(30-2x+30)x=-2x^2+60x$，$S_{乙}=-2x^2+40x$，则 $-2x^2+60x-(-2x^2+40x)\leqslant 120$，即可求解．

【解答】解：（1）当 $x=5$ 时，$EF=20-2x=10$，$EH=30-2x=20$，

$y=2\times\frac{1}{2}(EH+AD)\times 20x+2\times\frac{1}{2}(GH+CD)\times x\times 60+EF\cdot EH\times 40=(20+30)\times 5\times 20+(10+20)\times 5\times 60+20\times 10\times 40=22000$；

（2）$EF=(20-2x)$ 米，$EH=(30-2x)$ 米，

参考（1），由题意得：$y=(30+30-2x)\cdot x\cdot 20+(20+20-2x)\cdot x\cdot 60+(30-2x)(20-2x)\cdot 40=-400x+24000$（$0<x<10$）；

（3）$S_{甲}=2\times\frac{1}{2}(EH+AD)\times x=(30-2x+30)x=-2x^2+60x$，

同理 $S_{乙}=-2x^2+40x$，

∵甲、乙两种花卉的种植面积之差不超过 120 米 ²，

∴ $-2x^2+60x-(-2x^2+40x)\leqslant 120$，

解得：$x\leqslant 6$，

故 $0<x\leqslant 6$，

而 $y=-400x+24000$，

∵ $-400<0$，

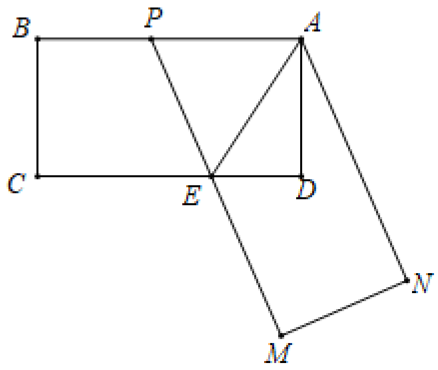
∴随 x 的增大而减小，故当 $x=6$ 时，y 的最小值为 21600，

即三种花卉的最低种植总成本为 21600 元．

27．（10 分）如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=2$，$AD=1$，点 E 为边 CD 上的一点（与 C、D 不重合），四边形 $ABCE$ 关于直线 AE 的对称图形为四边形 $ANME$，延长 ME 交 AB 于点 P，记四边形 $PADE$ 的面积为 S．

（1）若 $DE=\frac{\sqrt{3}}{3}$，求 S 的值；

（2）设 $DE=x$，求 S 关于 x 的函数表达式．



【答案】见试题解答内容

【分析】(1) 根据三角函数的定义得到∠AED＝60°，根据平行线的性质得到∠BAE＝60°，根据折叠的性质得到∠AEC＝∠AEM，推出△APE为等边三角形，于是得到结论；

（2）过E作$EF\perp AB$于F，由（1）可知，∠AEP＝∠AED＝∠PAE，求得AP＝PE，设AP＝PE＝a，AF＝ED＝x，则PF＝$a-x$，EF＝AD＝1，根据勾股定理列方程得到$a=\frac{x^2+1}{2x}$，于是得到结论．

【解答】解：(1) ∵在矩形$ABCD$中，∠D＝90°，AD＝1，$DE=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

∴$AE=\sqrt{AD^2+DE^2}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

∴$\tan\angle AED=\frac{AD}{DE}=\sqrt{3}$，

∴∠AED＝60°，

∵$AB\parallel CD$，

∴∠BAE＝60°，

∵四边形$ABCE$关于直线AE的对称图形为四边形$ANME$，

∴∠AEC＝∠AEM，

∵∠PEC＝∠DEM，

∴∠AEP＝∠AED＝60°，

∴△APE为等边三角形，

∴$S=\frac{1}{2}\times\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\times 1=\frac{\sqrt{3}}{2}$；

（2）过E作$EF\perp AB$于F，

由（1）可知，∠AEP＝∠AED＝∠PAE，

∴AP＝PE，

设 $AP=PE=a$，$AF=ED=x$，

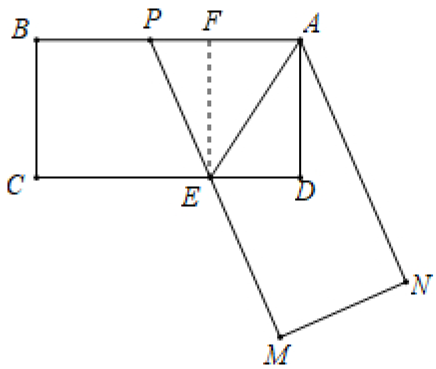
则 $PF=a-x$，$EF=AD=1$，

在 Rt△PEF 中，$(a-x)^2+1=a^2$，解得：$a=\frac{x^2+1}{2x}$，

$\therefore S=\frac{1}{2}\cdot x\times 1+\frac{1}{2}\times\frac{x^2+1}{2x}\times 1=\frac{1}{2}x+\frac{x^2+1}{4x}=\frac{3x^2+1}{4x}$，

同理可得当 $1<DE<2$ 时，$S=\frac{3x^2+1}{4x}$，

综上所述，S 关于 x 的函数表达式为 $S=\frac{3x^2+1}{4x}$.



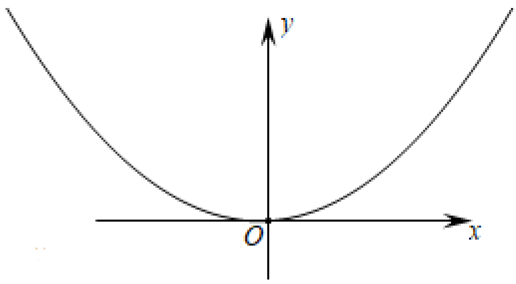
28.（10 分）在平面直角坐标系中，O 为坐标原点，直线 OA 交二次函数 $y=\frac{1}{4}x^2$ 的图象于点 A，$\angle AOB=90°$，点 B 在该二次函数的图象上，设过点（0，m）（其中 $m>0$）且平行于 x 轴的直线交直线 OA 于点 M，交直线 OB 于点 N，以线段 OM、ON 为邻边作矩形 $OMPN$.

（1）若点 A 的横坐标为 8.

①用含 m 的代数式表示 M 的坐标；

②点 P 能否落在该二次函数的图象上？若能，求出 m 的值；若不能，请说明理由.

（2）当 $m=2$ 时，若点 P 恰好落在该二次函数的图象上，请直接写出此时满足条件的所有直线 OA 的函数表达式.



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）①求出点 A 的坐标，直线直线 OA 的解析式即可解决问题．

②求出直线 OB 的解析式，求出点 N 的坐标，利用矩形的性质求出点 P 的坐标，再利用待定系数法求出 m 的值即可．

（2）分两种情形：①当点 A 在 y 轴的右侧时，设 A（a，$\frac{1}{4}a^2$），求出点 P 的坐标利用待定系数法构建方程求出 a 即可．

②当点 A 在 y 轴的左侧时，即为①中点 B 的位置，利用①中结论即可解决问题．

【解答】解：（1）①∵点 A 在 $y=\frac{1}{4}x^2$ 的图象上，横坐标为 8，

∴A（8，16），

∴直线 OA 的解析式为 $y=2x$，

∵点 M 的纵坐标为 m，

∴M（$\frac{1}{2}m$，m）．

②假设能在抛物线上，连接 OP．

∵$\angle AOB=90°$，

∴直线 OB 的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x$，

∵点 N 在直线 OB 上，纵坐标为 m，

∴N（$-2m$，m），

∴MN 的中点的坐标为（$-\frac{3}{4}m$，m），

∴P（$-\frac{3}{2}m$，$2m$），把点 P 坐标代入抛物线的解析式得到 $m=\frac{32}{9}$．

（2）①当点 A 在 y 轴的右侧时，设 A（a，$\frac{1}{4}a^2$），

∴直线 OA 的解析式为 $y=\frac{1}{4}ax$，

∴M（$\frac{8}{a}$，2），

∵$OB\perp OA$，

∴直线 OB 的解析式为 $y=-\frac{4}{a}x$，可得 N（$-\frac{a}{2}$，2），

∴P（$\frac{8}{a}-\frac{a}{2}$，4），代入抛物线的解析式得到，$\frac{8}{a}-\frac{a}{2}=\pm4$，

解得，$a=4\sqrt{2}\pm4$（负根已经舍去），

∴直线 OA 的解析式为 $y=$（$\sqrt{2}\pm1$）x.

②当点 A 在 y 轴的左侧时，即为①中点 B 的位置，

∴直线 OA 的解析式为 $y=-\frac{4}{a}x=-$（$\sqrt{2}\pm1$）x，

综上所述，满足条件的直线 OA 的解析式为 $y=$（$\sqrt{2}\pm1$）x 或 $y=-$（$\sqrt{2}\pm1$）x.