2023年江苏省无锡市经开区中考数学二模试卷

一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分.在每小题所给出的四个选项中，只有一项是正确的，请用2B铅笔把答题卡上相应的选项标号涂黑）

1.（3分）5的倒数是（　　）

A. -5　　B. 5　　C. $\frac{1}{5}$　　D. $-\frac{1}{5}$

2.（3分）在函数 $y=\sqrt{x-2}$ 中，自变量 x 的取值范围是（　　）

A. $x\neq2$　　B. $x\geqslant2$　　C. $x>2$　　D. $x\leqslant-2$

3.（3分）一组数据：5、5、6、4，若添加一个数据5，则发生变化的统计量是（　　）

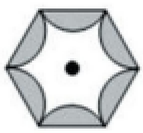
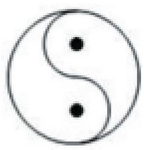
A. 平均数　　B. 中位数　　C. 众数　　D. 方差

4.（3分）下列运算正确的是（　　）

A. $(a-b)^2=a^2-b^2$　　B. $a^9\div a^3=a^3$

C. $(-3a^3)^2=9a^6$　　D. $a^2+a^3=a^5$

5.（3分）下列图案中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　　）

A. 　　B. 　　C. 　　D. 

6.（3分）若正多边形的一个外角是45°，则该正多边形的内角和为（　　）

A. 720°　　B. 900°　　C. 1080°　　D. 1260°

7.（3分）在联欢会上，甲、乙、丙3人分别站在不在同一直线上的三点 A、B、C 上，他们在玩抢凳子游戏，要在他们之间放一个木凳，谁先抢到凳子谁获胜，为使游戏公平，凳子应放在△ABC 的（　　）

A. 三条高的交点　　B. 内心

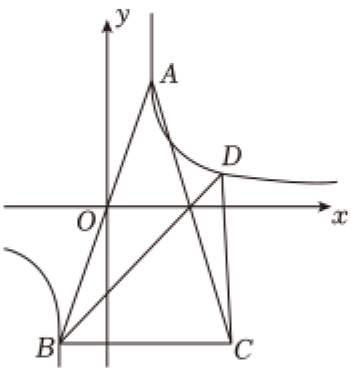
C. 外心　　D. 重心

8.（3分）已知直线 $y=kx+8$（$k>0$）与 x 轴所夹锐角的正弦值为 $\frac{4}{5}$，则 k 的值为（　　）

A. $\frac{4}{3}$　　B. $\frac{5}{4}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{4}{5}$

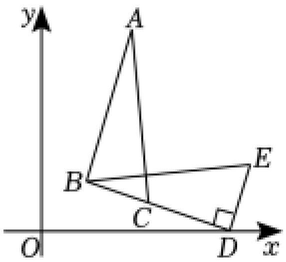
9.（3分）如图，在等腰三角形 ABC 中，AB 过原点 O，底边 $BC\parallel x$ 轴，双曲线

$y=\frac{k}{x}$过 A，B 两点，过点 C 作 $CD\parallel y$ 轴，交双曲线于点 D．若 $S_{\triangle BCD}=16$，则 k 的值为（　　）



A．3　　B．4　　C．5　　D．6

10.（3分）如图，在△BDE 中，∠BDE＝90°，BD=$4\sqrt{2}$，点 D 的坐标是（$4\sqrt{5}$，0），tan∠BDO＝$\frac{1}{3}$，将△BDE 旋转到△ABC 的位置，点 C 在 BD 上，则旋转中心的坐标为（　　）



A．（$2\sqrt{5}$，$\frac{12}{5}\sqrt{5}$）　　B．（$3\sqrt{5}$，$\frac{6}{5}\sqrt{5}$）

C．（$\frac{16}{5}\sqrt{5}$，$2\sqrt{5}$）　　D．（$\frac{16}{5}\sqrt{5}$，$\frac{8}{5}\sqrt{5}$）

二、填空题（本大题共8小题，每小题3分，共24分.第17、18题第一空1分，第二

11.（3分）化简：$\sqrt[3]{8}$＝________.

12.（3分）分解因式：$7a-7ab$＝________________.

13.（3分）世界卫生组织2023年4月30日公布的最新数据显示，全球累计新冠确诊病例约为687000000例，数据“687000000”可用科学记数法表示为 ________________.

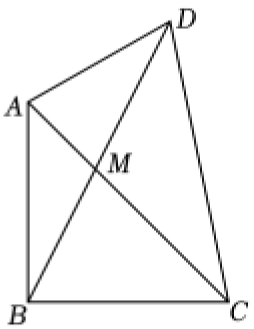
14.（3分）请写出一个函数表达式，使其图象的对称轴为 y 轴：__________.

15.（3分）命题："如果 $a>b$，那么 $a^2>b^2$" 是______（填"真"或"假"）命题.

16.（3分）若一个圆锥底面圆的半径为3，高为4，则这个圆锥的侧面积为__________.

17.（3分）已知抛物线 $y=x^2-4mx+4m^2+3m-1$（m 为常数）．若该抛物线与 x 轴只有一个交点，则 $m=$________________；若该抛物线与直线 $y=-x+1$ 有两个不同的交点，且这两个交点都在抛物线对称轴的同侧，则 m 的取值范围是________________.

18.（3分）如图，已知在四边形 $ABCD$ 中，$AB=BC$，$\angle ABC=90°$，对角线 AC 与 BD 交于点 M，且 $AM:MC=1:2$．若 $AB=3$，则 $BM=$______________；若 $BD=6$，则 $\triangle ACD$ 的面积最大值为________________.



三、解答题（本大题共10小题，共96分.请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

19.（8分）（1）计算：$(-1)^3+\sqrt{2}\tan45°-\sqrt{8}$；

（2）化简：$\frac{a^2-4}{a}\div(1-\frac{2}{a})$.

20.（8分）（1）解方程：$\frac{3}{x-2}=\frac{2}{x+3}$；

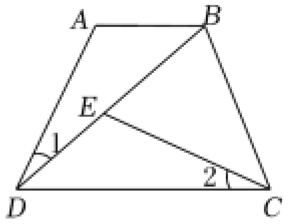
（2）解不等式组：$\begin{cases}7-4x<x+2\\ \frac{4+x}{2}\leqslant x\end{cases}$.

21.（10分）如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AB\parallel CD$，连接 BD，点 E 在 BD 上，连接 CE，若

$\angle1=\angle2$.

（1）求证：$\triangle ABD \backsim \triangle EDC$.

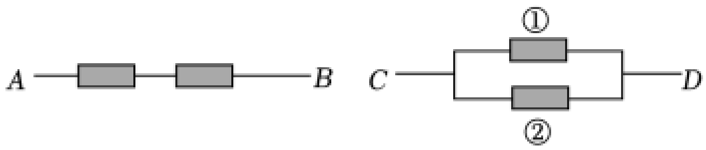
（2）若$\angle A=130°$，$BE=BC$，求$\angle DBC$的度数.



22.（10分）已知电流在一定时间段内正常通过电子元件的概率是$\frac{1}{2}$，（提示：在一次试验中，每个电子元件的状态有两种可能：通电、断开，并且这两种状态的可能性相等.）

（1）如图1，在一定时间段内，A、B之间电流能够正常通过的概率为 ______________.

（2）如图2，请用列表或画树状图的方法求在一定时间段内，C、D之间电流能够正常通过的概率.



（图1）　　（图2）

23.（10分）学校为了解学生课外阅读情况，抽样调查了20名学生每天用于课外阅读的时间，以下是部分数据和不完整的统计图表：

不完整的统计表：

读时间 x	$0\leqslant x<20$	$20\leqslant x<40$	$40\leqslant x<60$	$x\geqslant 60$
等级	D	C	B	A
人数	3	a	8	b

阅读时间在$40\leqslant x<60$范围内的数据：40，50，45，50，45，55，45，40

结合以上信息回答下列问题：

（1）统计表中的$a=$______.

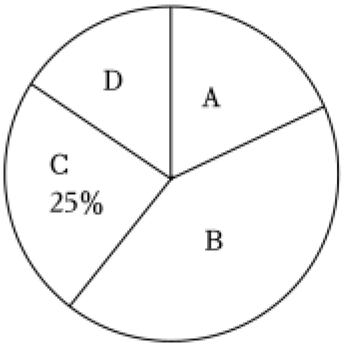
（2）统计图中B组对应扇形的圆心角为 ________°.

（3）阅读时间在$40\leqslant x<60$范围内的数据的众数是 ________，调查的20

名同学课外阅读时间的中位数是 ________.

（4）根据调查结果，请你估计全校 800 名同学课外阅读时间不少于 $40min$ 的人数.

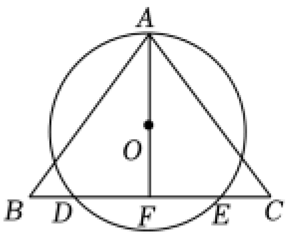
不完整的统计图



24.（10 分）如图，在△ABC 中，$AB=AC$，点 D、E 在 BC 上，$BD=CE$，过 A，D，E 三点作⊙O，连接 AO 并延长，交 BC 于点 F.

（1）求证：$AF\perp BC$；

（2）若 $AB=15$，$BC=18$，$BD=3$，求⊙O 的半径长.



25.（10 分）今年以来，我市接待的旅客人数逐月增加，据统计，游玩某景区的游客人数二月份为 4 万人，四月份为 5.76 万人.

（1）求三、四月份该景区游客人数的平均月增长率；

（2）若该景区仅有 A、B 两个景点，售票处的三种购票方式如下表所示：

购票方式	甲	乙	丙
可游玩景点	A	B	A 和 B
门票价格	100 元/人	80 元/人	160 元/人

据预测，六月份选择甲、乙、丙三种购票方式的人数分别为 2 万、3 万和 2 万，并且当甲、乙两种门票价格不变时，丙种门票价格每下降 1 元，将有 600 人原计划购买甲种门票的游客和 400 人原计划购买乙种门票的游客改为购买丙种门票.

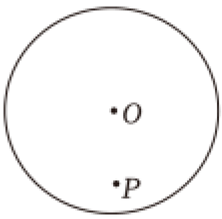
①若丙种门票价格下降 10 元，则景区六月份的门票总收入为 ________万元；

②问：将丙种门票价格下降多少元时，景区六月份的门票总收入有最大值？最大值是多少万元？

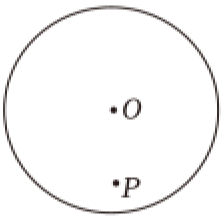
26.（10 分）（1）已知点 P 是⊙O 内一点，请在图①中用无刻度的直尺和圆规作一条弦 AB，使得 AB 经过点 P，且 $AP=BP$.（要求：保留作图痕迹，不写作法）

（2）已知点 P 是⊙O 内一点，请在图②中用无刻度的直尺和圆规作一条弦 CD，使得 CD 经过点 P，且 $CP=2DP$.（要求：保留作图痕迹，不写作法）

（3）在（2）的条件下，若 $OP\perp OC$ 且 $OP=2$，则⊙O 的半径 OC ＝________________.



图①



图②

27.（10 分）在平面直角坐标系中，已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 y 轴交于点 A（0，5），与 x 轴交于 B（1，0）和 C.

（1）求该抛物线的函数表达式；

（2）如图 1，如果一次函数 $y=kx+t$（$k\neq0$）过点 A，且与抛物线 $y=x^2+bx+c$ 交于另一点 $M(m，n)$，如果 $m\neq n$，且 $m^2-m+z=0$ 和 $n^2-n+z=0$，求 k 的值；

（3）如图 2，若点 P 在抛物线的对称轴上，使得∠APC=∠ABC，请直接写出所有满足条件的点 P 的坐标.

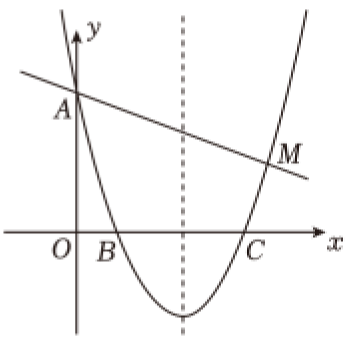


图1

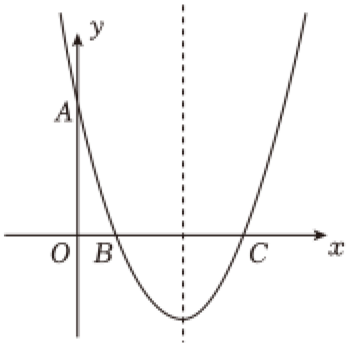


图2

28.（10分）已知在矩形$ABCD$中，$AD=9$，$AB=12$，O为矩形的中心；在Rt△AEF中，$\angle EAF=90°$，$AE=6$，$AF=8$．将△AEF绕点A按顺时针方向旋转一周．

（1）当直角边AE，AF分别在AD，AB边上时，连接OE，OF，求△OEF的面积；

（2）设斜边EF与矩形$ABCD$的交点为G，当O，E，F三点在一条直线时，求$\frac{OG}{AG}$的值；

（3）连接CE，取CE中点M，连接FM，求FM的取值范围．

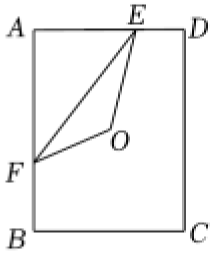


图1

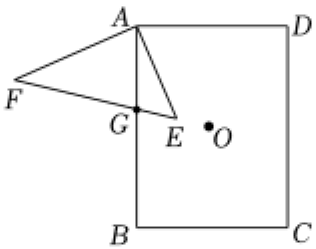
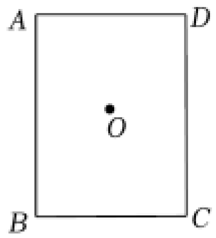
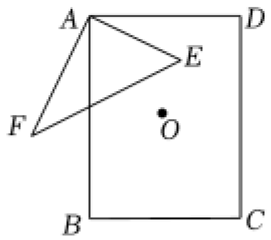


图2



备用图1



备用图2

2023年江苏省无锡市经开区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分.在每小题所给出的四个选项中，只有一项是正确的，请用2B铅笔把答题卡上相应的选项标号涂黑）

1．（3分）5的倒数是（　　）

A．-5　　B．5　　C．$\frac{1}{5}$　　D．$-\frac{1}{5}$

【答案】C

【分析】根据倒数的定义：若两个数的乘积是1，我们就称这两个数互为倒数．

【解答】解：$\because 5\times\frac{1}{5}=1$，

$\therefore$5的倒数是$\frac{1}{5}$．

故选：C．

2．（3分）在函数$y=\sqrt{x-2}$中，自变量x的取值范围是（　　）

A．$x\neq2$　　B．$x\geqslant2$　　C．$x>2$　　D．$x\leqslant-2$

【答案】B

【分析】根据二次根式的被开方数大于等于0，列式计算即可解答．

【解答】解：根据题意得，$x-2\geqslant0$，

解得$x\geqslant2$．

故选：B．

3．（3分）一组数据：5、5、6、4，若添加一个数据5，则发生变化的统计量是（　　）

A．平均数　　B．中位数　　C．众数　　D．方差

【答案】D

【分析】依据的定义和公式分别计算新旧两组数据的平均数、中位数、众数、方差求解即可．

【解答】解：原数据的5，5，6，4的平均数为$\frac{5+5+6+4}{4}=5$，

中位数为5，

众数为 5，

方差为$\frac{1}{4}\times[（4-5）^2+（5-5）^2\times2+（6-5）^2]=\frac{1}{2}$；

新数据 4，5，5，5，6 的平均数为 5，

中位数为 5，

众数为 5，

方差为$\frac{1}{5}\times[（4-5）^2+（5-5）^2\times3+（6-5）^2]=\frac{2}{5}$；

所以添加一个数据 5，方差发生变化，

故选：D．

4．（3 分）下列运算正确的是（　　）

A．$(a-b)^2=a^2-b^2$　　　　B．$a^9\div a^3=a^3$

C．$(-3a^3)^2=9a^6$　　　　D．$a^2+a^3=a^5$

【答案】C

【分析】根据完全平方公式，合并同类项，幂的乘方与积的乘方及同底数幂的除法进行解答．

【解答】解：A．$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$，故不符合题意．

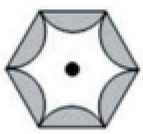
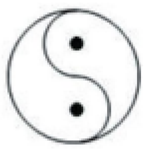
B．$a^9\div a^3=a^{9-3}=a^6$，故不符合题意．

C．$(-3a^3)^2=(-3)^2\times(a^3)^2=9a^6$，故符合题意．

D．a^2 与 a^3 不是同类项，不能合并，故不符合题意．

故选：C．

5．（3 分）下列图案中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　　）

A．　B．　C．　D．

【答案】B

【分析】根据轴对称图形和中心对称图形的定义，逐项判断即可求解．

【解答】解：A、该图形是轴对称图形，但不是中心对称图形，故本选项不符合题意；

B、该图形既是轴对称图形又是中心对称图形，故本选项符合题意；

C、该图形是轴对称图形，但不是中心对称图形，故本选项不符合题意；

D、该图形是中心对称图形，但不是轴对称图形，故本选项不符合题意.

故选：B.

6.（3 分）若正多边形的一个外角是 45°，则该正多边形的内角和为（　　）

A．720°　　B．900°　　C．1080°　　D．1260°

【答案】C

【分析】先根据多边形的外角和定理求出多边形的边数，再根据多边形的内角和公式求出这个正多边形的内角和.

【解答】解：正多边形的边数为：360°÷45°＝8，

则这个多边形是正八边形，

所以该正多边形的内角和为（8－2）×180°＝1080°.

故选：C.

7.（3 分）在联欢会上，甲、乙、丙 3 人分别站在不在同一直线上的三点 A、B、C 上，他们在玩抢凳子游戏，要在他们之间放一个木凳，谁先抢到凳子谁获胜，为使游戏公平，凳子应放在△ABC 的（　　）

A．三条高的交点　　B．内心

C．外心　　D．重心

【答案】C

【分析】为使游戏公平，要使凳子到三个人的距离相等，于是利用线段垂直平分线上的点到线段两端的距离相等可知，要放在三边中垂线的交点上.

【解答】解：∵三角形的三条垂直平分线的交点到三个顶点的距离相等，

∴凳子应放在△ABC 的三条垂直平分线的交点最适当.

即凳子应放在△ABC 的外心上.

故选：C.

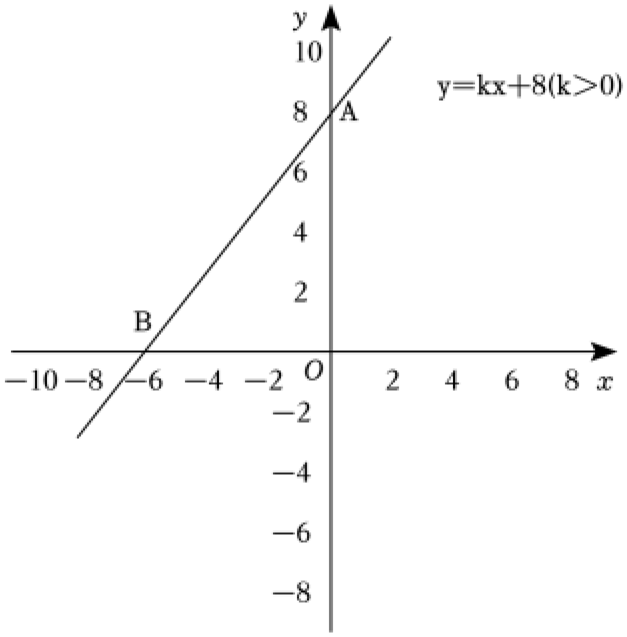
8.（3 分）已知直线 $y=kx+8$（$k>0$）与 x 轴所夹锐角的正弦值为$\frac{4}{5}$，则 k 的值为（　　）

A．$\frac{4}{3}$　　B．$\frac{5}{4}$　　C．$\frac{3}{4}$　　D．$\frac{4}{5}$

【答案】A

【分析】根据直线 $y=kx+8$（$k>0$）与 x 轴所夹锐角的正弦值为$\frac{4}{5}$，可以求出

点 A 和点 B 的坐标，从而可以求出 k 的值.



【解答】

解：∵直线 $y=kx+8$（$k>0$）与 x 轴所夹锐角的正弦值为 $\frac{4}{5}$,

∴当 $x=0$ 时，$y=8$,

即点 A 的坐标为（0，8），

∴ $\sin\angle ABO=\frac{AO}{AB}=\frac{8}{AB}=\frac{4}{5}$,

∴ $AB=10$,

∵ $AO^2+BO^2=AB^2$,

∴ $BO=6$,

∴ B（－6，0），

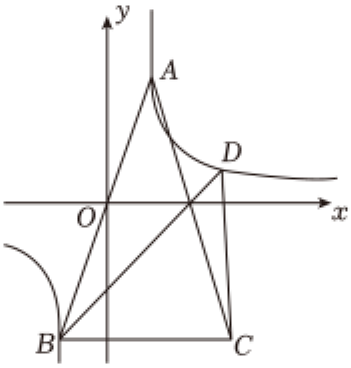
将 B（－6，0）代入 $y=kx+8$（$k>0$）中，

$0=-6k+8$,

$k=\frac{4}{3}$.

故选：A.

9.（3 分）如图，在等腰三角形 ABC 中，AB 过原点 O，底边 $BC\parallel x$ 轴，双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 过 A，B 两点，过点 C 作 $CD\parallel y$ 轴，交双曲线于点 D. 若 $S_{\triangle BCD}=16$，则 k 的值为（　　）



A．3　　B．4　　C．5　　D．6

【答案】D

【分析】设点 A 横坐标为（m，$\frac{k}{m}$），根据等腰三角形的“三线合一”定理表示出线段 EF、EC、FC，再表示出点 D 坐标（$3m$，$\frac{k}{3m}$），再由 $S_{\triangle BCD}=6$ 列出方程求出 k 即可．

【解答】解：如图，作 $AE\perp BC$ 于 E，设 BC 交 y 轴于 F，

设点 A 横坐标为（m，$\frac{k}{m}$），

$\therefore EF=m$，

$\because$ 点 A、点 B 关于原点对称，

$\therefore$ 点 B 横坐标为（$-m$，$-\frac{k}{m}$），

$\therefore BF=m$，$OF=\frac{k}{m}$，

$\because AB=AC$，

$\therefore BE=CE=2m$，

$\therefore CF=3m$，

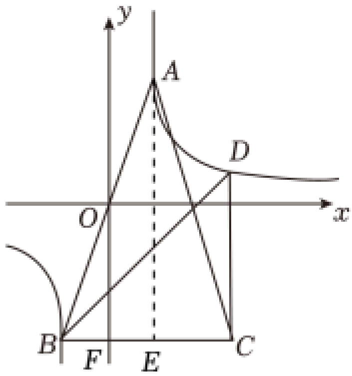
$\therefore$ 点 D 坐标（$3m$，$\frac{k}{3m}$），

$\therefore CD=\left(\frac{k}{m}+\frac{k}{3m}\right)$，

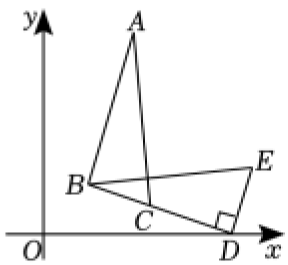
$\because S_{\triangle BCD}=6$，即 $\frac{1}{2}\cdot 4m\cdot\left(\frac{k}{m}+\frac{k}{3m}\right)=16$，

$\therefore k=6$．

故选：D．



10.（3 分）如图，在△BDE 中，$\angle BDE=90°$，BD=$4\sqrt{2}$，点 D 的坐标是（$4\sqrt{5}$，0），$\tan\angle BDO=\frac{1}{3}$，将△$BDE$ 旋转到△ABC 的位置，点 C 在 BD 上，则旋转中心的坐标为（　　）



A.（$2\sqrt{5}$，$\frac{12}{5}\sqrt{5}$）　　B.（$3\sqrt{5}$，$\frac{6}{5}\sqrt{5}$）

C.（$\frac{16}{5}\sqrt{5}$，$2\sqrt{5}$）　　D.（$\frac{16}{5}\sqrt{5}$，$\frac{8}{5}\sqrt{5}$）

【答案】D

【分析】根据旋转的性质可知 $BD=AB=4\sqrt{2}$，$\angle ABC=\angle BDE=90°$，$\angle BAC=\angle DBE$，由勾股定理求出 AD，取 AD 的中点 O'，由旋转的性质、直角三角形的边角关系以及全等三角形的性质可得点 O' 是旋转中心，再根据直角三角形的边角关系求出 BN，DN，由全等三角形的判定和性质得出 AM，BM，进而得出点 A 的坐标，由线段中点坐标计算公式可求出答案．

【解答】解：如图，连接 AD，取 AD 的中点 O'，连接 $O'B$，$O'C$，$O'E$，过点 B 作 x 轴的垂线交 x 轴于 N，与过点 A 作 y 轴的垂线相交于点 M，由旋转可知，$BD=AB=4\sqrt{2}$，$\angle ABC=\angle BDE=90°$，$\angle BAC=\angle DBE$，

$\therefore AD=\sqrt{AB^2+BD^2}=8$，

$\because$点 O' 是 AD 的中点，

$\therefore O'A=O'B=O'D=\frac{1}{2}AD=4$，

∴点 O' 是点 A、点 B 的旋转中心，点 O' 也是点 D、点 B 的旋转中心，

$\because \angle O'AC+\angle BAC=45°=\angle O'BE+\angle DBE$，

$\therefore \angle O'AC=\angle O'BE$，

又$\because O'A=O'B$，$AC=BE$，

$\therefore \triangle O'AC\cong\triangle O'BE$（$SAS$），

$\therefore O'C=O'E$，

∴点 O' 是点 E、点 C 的旋转中心，

因此点 O' 是$\triangle BDE$ 旋转到$\triangle ABC$ 的旋转中心，

$\because \angle DBN+\angle ABM=180°-90°=90°$，$\angle DBN+\angle BDN=90°$，

$\therefore \angle ABM=\angle BDN$，

$\because \angle BND=\angle AMB=90°$，$AB=DB$，

$\therefore \triangle ABM\cong\triangle BDN$（$AAS$），

$\therefore AM=BN$，$BM=DN$，

在 Rt$\triangle BDN$ 中，由于 $\tan\angle BDN=\frac{1}{3}=\frac{BN}{DN}$，

设 $BN=x$，则 $DN=3x$，由勾股定理得，

$BN^2+DN^2=BD^2$，

即 $x^2+(3x)^2=(4\sqrt{2})^2$，

解得 $x=\frac{4\sqrt{5}}{5}$（取正值），

即 $BN=AM=\frac{4\sqrt{5}}{5}$，

$\therefore DN=BM=3BN=\frac{12\sqrt{5}}{5}$，

$\therefore O'N=4\sqrt{5}-\frac{12\sqrt{5}}{5}=\frac{8\sqrt{5}}{5}$，

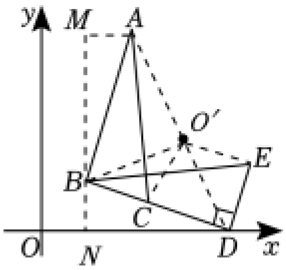
$\therefore MN=BN+MB=\frac{4\sqrt{5}}{5}+\frac{12\sqrt{5}}{5}=\frac{16\sqrt{5}}{5}$，

∴点 A（$\frac{12\sqrt{5}}{5}$，$\frac{16\sqrt{5}}{5}$）

∵点 D（$4\sqrt{5}$，0）

$\therefore AD$ 中点 O' 的坐标为（$\frac{16\sqrt{5}}{5}$，$\frac{8\sqrt{5}}{5}$），

故选：D．



二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.第 17、18 题第一空 1 分，第二

11．（3 分）化简：$\sqrt[3]{8}$＝__2__．

【答案】见试题解答内容

【分析】直接利用立方根的定义即可求解．

【解答】解：∵2^3＝8

∴$\sqrt[3]{8}$＝2．

故填 2．

12．（3 分）分解因式：$7a-7ab$＝__$7a(1-b)$__．

【答案】$7a(1-b)$．

【分析】直接提取公因式 $7a$，进而分解因式即可．

【解答】解：原式＝$7a(1-b)$．

故答案为：$7a(1-b)$．

13．（3 分）世界卫生组织 2023 年 4 月 30 日公布的最新数据显示，全球累计新冠确诊病例约为 687000000 例，数据“687000000”可用科学记数法表示为__6.87×10^8__．

【答案】6.87×10^8．

【分析】科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值$\geqslant$10 时，n 是正整数；当原数的绝对值$<$1 时，n 是负整数．

【解答】解：687000000＝6.87×10^8．

故答案为：6.87×10^8．

14.（3 分）请写出一个函数表达式，使其图象的对称轴为 y 轴：__$y=x^2$__．

【答案】见试题解答内容

【分析】根据形如 $y=ax^2$ 或 $y=ax^2+c$ 二次函数的性质直接写出即可．

【解答】解：∵图象的对称轴是 y 轴，

∴函数表达式 $y=x^2$（答案不唯一），

故答案为：$y=x^2$（答案不唯一）．

15.（3 分）命题："如果 $a>b$，那么 $a^2>b^2$" 是__假__（填"真"或"假"）命题．

【答案】见试题解答内容

【分析】根据真假命题的定义即可得出答案．

【解答】解：∵当 $a=0$ 时，如果 $a>b$，那么 $a^2>b^2$，不成立，

故答案为假．

16.（3 分）若一个圆锥底面圆的半径为 3，高为 4，则这个圆锥的侧面积为__15π__．

【答案】见试题解答内容

【分析】首先根据底面半径和高利用勾股定理求得母线长，然后直接利用圆锥的侧面积公式代入求出即可．

【解答】解：∵圆锥的底面半径为 3，高为 4，

∴母线长为 5，

∴圆锥的侧面积为：$\pi rl=\pi\times3\times5=15\pi$，

故答案为：15π．

17.（3 分）已知抛物线 $y=x^2-4mx+4m^2+3m-1$（m 为常数）．若该抛物线与 x 轴只有一个交点，则 $m=$__$\frac{1}{3}$__；若该抛物线与直线 $y=-x+1$ 有两个不同的交点，且这两个交点都在抛物线对称轴的同侧，则 m 的取值范围是__$\frac{2}{5}<m\leq\frac{9}{20}$__．

【答案】见试题解答内容

【分析】根据二次函数 $y=(x-2m)^2+3m-1$（m 是常数）与直线 $y=-x+1$ 有两个交点，且这两个交点在抛物线对称轴的同侧，则 $3m-1>-2m+1$，结合根的判别式即可求出 m 的取值范围即可．

【解答】解：∵$y=x^2-4mx+4m^2+3m-1=(x-2m)^2+3m-1$（$m$为常数）.

若该抛物线与x轴只有一个交点，则$3m-1=0$，

解得$m=\frac{1}{3}$，

若该抛物线与直线$y=-x+1$有两个不同的交点，且这两个交点都在抛物线对称轴的同侧，则$3m-1>-2m+1$，

∴$m>\frac{2}{5}$，

若$y=x^2-4mx+4m^2+3m-1$（m是常数）与直线$y=-x+1$有两个交点，

则$x^2-4mx+4m^2+3m-1=-x+1$，

$x^2+(1-4m)x+4m^2+3m-2=0$，

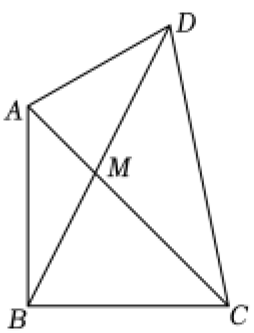
$\triangle=(4m-1)^2-4(4m^2+3m-2)>0$，

即$m<\frac{9}{20}$，

所以m的取值范围是$\frac{2}{5}<m<\frac{9}{20}$.

故答案为：$\frac{1}{3}$，$\frac{2}{5}<m<\frac{9}{20}$.

18.（3分）如图，已知在四边形$ABCD$中，$AB=BC$，$\angle ABC=90^\circ$，对角线AC与BD交于点M，且AM：$MC=1$：2．若$AB=3$，则$BM=$__$\sqrt{5}$__；若$BD=6$，则$\triangle ACD$的面积最大值为__$\frac{81}{10}$__.



【答案】$\sqrt{5}$，$\frac{81}{10}$.

【分析】根据等腰直角三角形的性质，找到边、角之间的关系，利用三角函数或勾股定理求解即可；列出$\triangle ACD$的面积关于AB（或BC）的表达式，求其最大值即可.

【解答】解：(1) 过点B作$BE\perp AC$于E.

$\because \angle ABC=90°$，$AB=BC=3$，

$\therefore \angle BAC=\angle BCA=45°$，

$\therefore AC=\dfrac{AB}{\sin\angle BCA}=\dfrac{3}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=3\sqrt{2}$.

又$\because BE\perp AC$，$\angle BAC=45°$，

$\therefore \angle EBC=45°$，

$\therefore BE=CE=\dfrac{1}{2}AC=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

$\because CM=\dfrac{2}{3}AC=\dfrac{2}{3}\times 3\sqrt{2}=2\sqrt{2}$，

$\therefore EM=CM-CE=2\sqrt{2}-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

$\therefore BM=\sqrt{BE^2+EM^2}=\sqrt{(\frac{3\sqrt{2}}{2})^2+(\frac{\sqrt{2}}{2})^2}=\sqrt{5}$.

故答案为：$\sqrt{5}$.

（2）过点 D 作 $DF\perp AC$ 于 F．设 $AB=BC=a$.

$S_{\triangle ACD}=\dfrac{1}{2}AC\cdot DF$.

$AC=\dfrac{AB}{\sin\angle BCA}=\dfrac{a}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\sqrt{2}a$，

$DF=MD\sin\angle FMD=(BD-BM)\sin\angle FMD=BD\sin\angle FMD-BM\sin\angle FMD$，

$\because \angle BME=\angle FMD$，

$\therefore DF=BD\sin\angle BME-BM\sin\angle BME=6\sin\angle BME-BE$.

$\therefore S_{\triangle ACD}=\dfrac{1}{2}AC\cdot DF=\dfrac{\sqrt{2}a}{2}(6\sin\angle BME-BE)$.

$BE=\dfrac{1}{2}AC=\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$，

$\therefore EM=CM-CE=\dfrac{2}{3}AC-\dfrac{1}{2}AC=(\dfrac{2}{3}-\dfrac{1}{2})AC=\dfrac{\sqrt{2}a}{6}$.

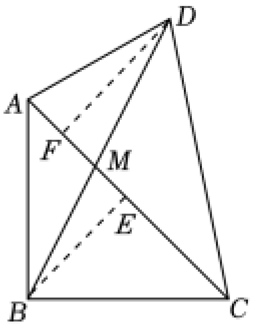
$\therefore BM=\sqrt{BE^2+EM^2}=\dfrac{\sqrt{5}a}{3}$.

$\therefore \sin\angle BME=\dfrac{BE}{BM}=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$，

$\therefore S_{\triangle ACD}=\dfrac{\sqrt{2}a}{2}(\dfrac{9\sqrt{10}}{5}-\dfrac{\sqrt{2}a}{2})=-\dfrac{1}{2}(a-\dfrac{9\sqrt{5}}{5})^2+\dfrac{81}{10}$.

当 $a=\frac{9\sqrt{5}}{5}$时，$S_{\triangle ACD}$最大值为$\frac{81}{10}$.

故答案为：$\frac{81}{10}$.



三、解答题（本大题共 10 小题，共 96 分.请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

19.（8 分）（1）计算：$(-1)^3+\sqrt{2}\tan 45°-\sqrt{8}$；

（2）化简：$\frac{a^2-4}{a}\div(1-\frac{2}{a})$.

【答案】（1）$-1-\sqrt{2}$；

（2）$a+2$.

【分析】（1）直接利用特殊角的三角函数值、二次根式的性质、有理数的乘方运算法则分别化简，进而得出答案；

（2）直接将括号里面通分运算，再结合分式的混合运算法则化简得出答案.

【解答】解：（1）原式$=-1+\sqrt{2}\times1-2\sqrt{2}$

$=-1-\sqrt{2}$；

（2）原式$=\frac{(a-2)(a+2)}{a}\div\frac{a-2}{a}$

$=\frac{(a-2)(a+2)}{a}\cdot\frac{a}{a-2}$

$=a+2$.

20.（8 分）（1）解方程：$\frac{3}{x-2}=\frac{2}{x+3}$；

（2）解不等式组：$\begin{cases}7-4x<x+2\\ \frac{4+x}{2}\leqslant x\end{cases}$.

【答案】（1）$x=-13$；

（2）$x\geqslant4$.

【分析】（1）按照解分式方程的步骤解方程即可；

（2）分别解得两个不等式的解集，然后确定不等式组的解集即可．

【解答】解：（1）$\frac{3}{x-2}=\frac{2}{x+3}$，

两边同乘（$x-2$）（$x+3$），去分母得：3（$x+3$）＝2（$x-2$），

去括号得：$3x+9=2x-4$，

移项，合并同类项得：$x=-13$，

检验：将 $x=-13$ 代入（$x-2$）（$x+3$）中可得（$-13-2$）×（$-13+3$）＝150≠0，

则 $x=-13$ 是分式方程的解，

故原分式方程的解为：$x=-13$；

（2）$\begin{cases}7-4x<x+2\\ \frac{4+x}{2}\leqslant x\end{cases}$，

由第 1 个不等式可得：$x>1$，

由第 2 个不等式可得：$x\geqslant4$，

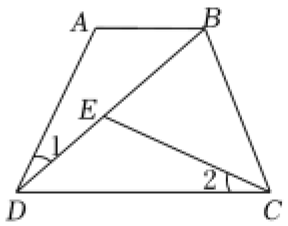
则原不等式组的解集为：$x\geqslant4$．

21．（10 分）如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AB\parallel CD$，连接 BD，点 E 在 BD 上，连接 CE，若

$\angle1=\angle2$．

（1）求证：$\triangle ABD\backsim\triangle EDC$．

（2）若 $\angle A=130°$，$BE=BC$，求 $\angle DBC$ 的度数．



【答案】（1）证明见解析；（2）80°．

【分析】（1）首先利用平行线的性质得到 $\angle ABD=\angle CDE$，然后利用已知条件即可判定 $\triangle ABD\backsim\triangle EDC$；

（2）首先利用相似三角形的性质得到 $\angle DEC$ 的度数，然后利用等腰三角形的

性质即可求解．

【解答】（1）证明：∵$AB\parallel CD$，

∴$\angle ABD=\angle CDE$，

又$\angle 1=\angle 2$，

∴$\triangle ABD\backsim\triangle EDC$；

（2）解：∵$\triangle ABD\backsim\triangle EDC$，

∴$\angle A=\angle DEC=130°$，

∴$\angle BEC=50°$，

∵$BE=BC$，

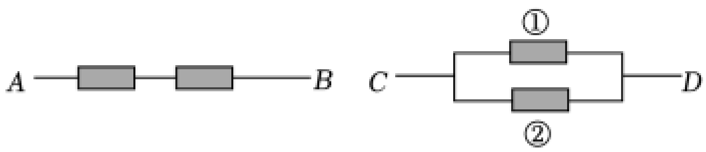
∴$\angle BEC=\angle BCE=50°$，

∴$\angle DBC=180°-2\times 50°=80°$．

22．（10 分）已知电流在一定时间段内正常通过电子元件的概率是$\frac{1}{2}$，（提示：在一次试验中，每个电子元件的状态有两种可能：通电、断开，并且这两种状态的可能性相等．）

（1）如图 1，在一定时间段内，A、B 之间电流能够正常通过的概率为 $\underline{\ \frac{1}{4}\ }$．

（2）如图 2，请用列表或画树状图的方法求在一定时间段内，C、D 之间电流能够正常通过的概率．



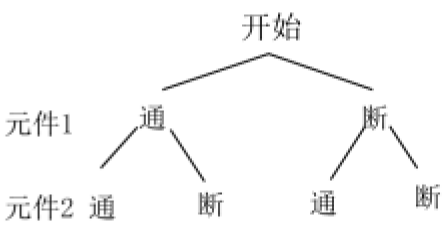
（图1）　（图2）

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）画树状图得出所有等可能结果，从中找到符合条件的结果数，再根据概率公式求解即可；

（2）画树状图得出所有等可能结果，从中找到符合条件的结果数，再根据概率公式求解即可．

【解答】解：（1）画树状图如下：



由图知，共有 4 种等可能结果，其中 A、B 之间的两个元件都通过电流才能正常通过的只有 1 种结果，

所以 A、B 之间的两个元件都通过电流才能正常通过概率为 $\frac{1}{4}$，

故答案为：$\frac{1}{4}$；

（2）由图知，共有 4 种等可能结果，其中 C、D 之间的两个元件都通过电流才能正常通过的有 3 种结果，

∴C、D 之间两个元件中至少有一个元件通时电流就能通过的概率为 $\frac{3}{4}$.

23.（10 分）学校为了解学生课外阅读情况，抽样调查了 20 名学生每天用于课外阅读的时间，以下是部分数据和不完整的统计图表：

不完整的统计表：

读时间 x	$0\leqslant x<20$	$20\leqslant x<40$	$40\leqslant x<60$	$x\geqslant 60$
等级	D	C	B	A
人数	3	a	8	b

阅读时间在 $40\leqslant x<60$ 范围内的数据：40，50，45，50，45，55，45，40

结合以上信息回答下列问题：

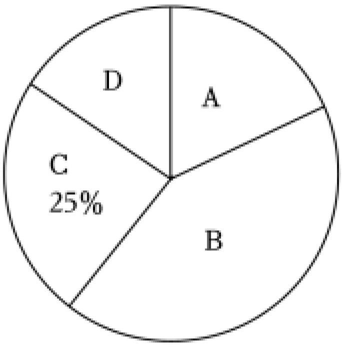
（1）统计表中的 $a=$ <u>5</u>.

（2）统计图中 B 组对应扇形的圆心角为 <u>144</u>°.

（3）阅读时间在 $40\leqslant x<60$ 范围内的数据的众数是 <u>40</u>，调查的 20 名同学课外阅读时间的中位数是 <u>40</u>.

（4）根据调查结果，请你估计全校 800 名同学课外阅读时间不少于 40min 的人数.

不完整的统计图



【答案】（1）5；

（2）144；

（3）40；40；

（4）480 名．

【分析】（1）用样本容量乘 25%可得 a 的值，再用样本容量分别减去其他等级的频数可得 b 的值；

（2）用 360° 乘 B 等级所占比例即可；

（3）分别根据众数和中位数的定义解答即可；

（4）用 800 乘样本中课外阅读时间不少于 40min 的人数所占比例即可．

【解答】解：（1）由题意得，$a=20\times25\%=5$，

$b=20-3-5-8=4$．

故答案为：5；

（2）统计图中 B 组对应扇形的圆心角为 $360°\times\frac{8}{20}=144°$，

故答案为：144；

（3）由题意可知，阅读时间在 $40\leqslant x<60$ 范围内的数据的众数是 40，调查的 20 名同学课外阅读时间的中位数是 $\frac{40+40}{2}=40$．

故答案为：40；40；

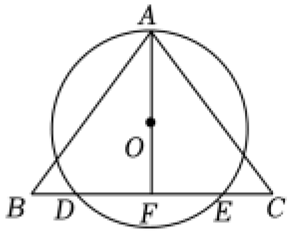
（4）$800\times\frac{8+4}{20}=480$（名），

答：估计全校 800 名同学课外阅读时间不少于 40min 的人数大约为 480 名．

24．（10 分）如图，在△ABC 中，$AB=AC$，点 D、E 在 BC 上，$BD=CE$，过 A，D，E 三点作⊙O，连接 AO 并延长，交 BC 于点 F．

（1）求证：$AF\perp BC$；

（2）若 $AB=15$，$BC=18$，$BD=3$，求⊙O 的半径长.



【答案】（1）见解答；

（2）7.5.

【分析】（1）连接 AD，AE，根据等腰三角形的性质∠B=∠C，根据全等三角形的性质得到 $AD=AE$，根据垂径定理得到 $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{AE}$，于是得到 $AF\perp BC$；

（2）根据等腰三角形的性质得到 $BF=CF=\frac{1}{2}BC=9$，根据勾股定理得到 $AF=\sqrt{AB^2-BF^2}=12$，连接 OD，设 $DO=AO=x$，根据勾股定理即可得到结论.

【解答】（1）证明：连接 AD，AE，

∵$AB=AC$，

∴∠B=∠C，

在△ABD 与△ACE 中，

$$\begin{cases}AB=AC\\ \angle B=\angle C,\\ BD=CE\end{cases}$$

∴△ABD≌△ACE（SAS），

∴$AD=AE$，

∴ $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{AE}$，

∴$AF\perp BC$；

（2）解：∵$AB=AC$，$AF\perp BC$，

∴$BF=CF=\frac{1}{2}BC=9$，

∴$AF=\sqrt{AB^2-BF^2}=12$，

∵$BD=3$，

∴$DF=6$，

连接 OD，设 $DO=AO=x$，

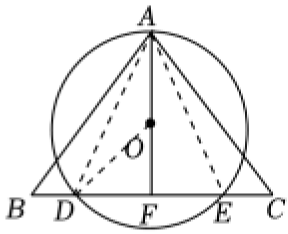
$\therefore OF=AF-x=12-x$，

$\because OD^2=OF^2+DF^2$，

$\therefore x^2=(12-x)^2+6^2$，

$\therefore x=7.5$，

$\therefore \odot O$ 的半径长为 7.5.



25.（10 分）今年以来，我市接待的旅客人数逐月增加，据统计，游玩某景区的游客人数二月份为 4 万人，四月份为 5.76 万人.

（1）求三、四月份该景区游客人数的平均月增长率；

（2）若该景区仅有 A、B 两个景点，售票处的三种购票方式如下表所示：

购票方式	甲	乙	丙
可游玩景点	A	B	A 和 B
门票价格	100 元/人	80 元/人	160 元/人

据预测，六月份选择甲、乙、丙三种购票方式的人数分别为 2 万、3 万和 2 万，并且当甲、乙两种门票价格不变时，丙种门票价格每下降 1 元，将有 600 人原计划购买甲种门票的游客和 400 人原计划购买乙种门票的游客改为购买丙种门票.

①若丙种门票价格下降 10 元，则景区六月份的门票总收入为 __798__ 万元；

②问：将丙种门票价格下降多少元时，景区六月份的门票总收入有最大值？最大值是多少万元？

【答案】（1）四月和五月这两个月中该景区游客人数平均每月增长率为 20%；

（2）①景区六月份的门票总收入为 798 万元；

②当丙种门票价格下降 24 元时，景区六月份的门票总收入有最大值，最大值是 817.6 万元.

【分析】（1）设四月和五月这两个月中该景区游客人数平均每月增长率为 x，

根据增长率问题应用题列出方程，解之即可；

（2）①根据题意两种门票价格下降 10 元，列式 $100\times(2-10\times0.06)+80\times(3-10\times0.04)+(160-10)\times(2+10\times0.06+10\times0.04)$ 计算，即可求景区六月份的门票总收入；

②设两种门票价格降低 m 元，景区六月份的门票总收入为 W 万元，由题意可得 $W=100(2-0.06m)+80(3-0.04m)+(160-m)(2+0.06m+0.04m)$，化简得 $W=-0.1(m-24)^2+817.6$，然后根据二次函数的性质即可得结果．

【解答】解：（1）设四月和五月这两个月中该景区游客人数平均每月增长率为 x，

由题意，得 $4(1+x)^2=5.76$，

解这个方程，得 $x_1=0.2$，$x_2=-2.2$（舍去），

答：四月和五月这两个月中该景区游客人数平均每月增长率为 20%；

（2）①由题意，得

$100\times(2-10\times0.06)+80\times(3-10\times0.04)+(160-10)\times(2+10\times0.06+10\times0.04)=798$（万元）．

答：景区六月份的门票总收入为 798 万元．

②设两种门票价格降低 m 元，景区六月份的门票总收入为 W 万元，

由题意，得

$W=100(2-0.06m)+80(3-0.04m)+(160-m)(2+0.06m+0.04m)$，

化简，得 $W=-0.1(m-24)^2+817.6$，

$\because -0.1<0$，

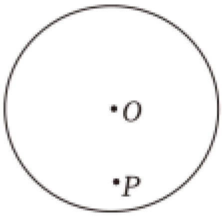
$\therefore$ 当 $m=24$ 时，W 取最大值，为 817.6 万元．

答：当两种门票价格下降 24 元时，景区六月份的门票总收入有最大值，最大值是 817.6 万元．

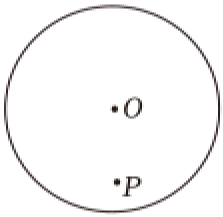
26．（10 分）（1）已知点 P 是⊙O 内一点，请在图①中用无刻度的直尺和圆规作一条弦 AB，使得 AB 经过点 P，且 $AP=BP$．（要求：保留作图痕迹，不写作法）

（2）已知点 P 是⊙O 内一点，请在图②中用无刻度的直尺和圆规作一条弦 CD，使得 CD 经过点 P，且 $CP=2DP$．（要求：保留作图痕迹，不写作法）

（3）在（2）的条件下，若 $OP\perp OC$ 且 $OP=2$，则$\odot O$ 的半径 $OC=$__$2\sqrt{3}$__.



图①



图②

【答案】（1）见解析；

（2）见解析；

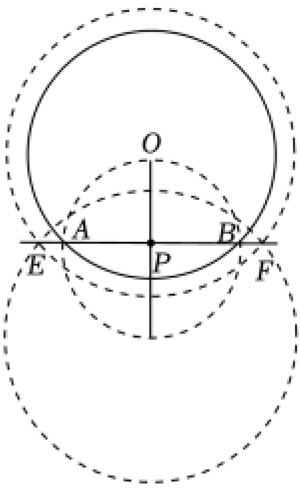
（3）$2\sqrt{3}$.

【分析】（1）作射线 OP，过点 P 作射线 OP 的垂线 EF 交$\odot O$ 于 A、B，AB 即为所求；

（2）同（1）作出 AB 满足 $AP=BP$，$OP\perp AB$，以点 P 为圆心，以 AP 的长为半径画弧，交射线 OP 于 M、N，连 接 AN，作 AN 的垂直平分线 PQ 交 AN 于 Q，以 P 为圆心，以 PQ 的长为半径画弧交圆 O 于 D，连接 DP 并延长交圆 O 于 C，则 CD 即为所求；

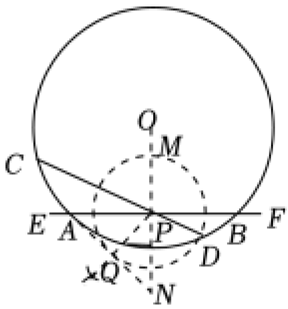
（3）过点 D 作 $DE\perp OP$ 交 OP 延长线于 E，连接 OD，证明$\triangle CPO\backsim\triangle DPE$，利用相似三角形的性质得到$\frac{DE}{OC}=\frac{PE}{OP}=\frac{DP}{CP}=\frac{1}{2}$，则 $DE=3$，设 $OC=2x$，则 $DE=x$，在 Rt$\triangle ODE$ 中，由勾股定理得，$4x^2=x^2+3^2$，解得 $x=\sqrt{3}$（负值舍去），则 $OC=2\sqrt{3}$.

【解答】解：（1）如图所示，即为所求；



（2）同（1）作出 AB 满足 $AP=BP$，$OP\perp AB$，以点 P 为圆心，以 AP 的长为

半径画弧，交射线 OP 于 M、N，连 接 AN，作 AN 的垂直平分线 PQ 交 AN 于 Q，以 P 为圆心，以 PQ 的长为半径画弧交圆 O 于 D，连接 DP 并延长交圆 O 于 C，则 CD 即为所求；如图，



由作图方法可知，$PQ=PD=\frac{\sqrt{2}}{2}AP$，即 $2PD^2=PA^2$，

$\because \angle C=\angle B$，$\angle A=\angle D$，

$\therefore \triangle CAP\backsim\triangle BDP$，

$\therefore \frac{AP}{DP}=\frac{PC}{BP}$，

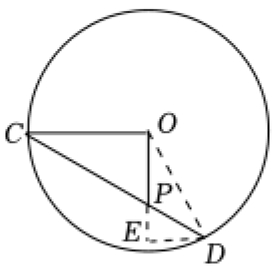
$\therefore AP\cdot BP=PC\cdot DP$，

$\therefore AP^2=PC\cdot PD=2PD^2$，

$\therefore PC=2PD$，

$\therefore CD$ 即为所求；

（3）如图所示，过点 D 作 $DE\perp OP$ 交 OP 延长线于 E，连接 OD，



$\therefore \angle COP=\angle DEP$，

又$\because \angle CPO=\angle DPE$，

$\therefore \triangle CPO\backsim\triangle DPE$，

$\therefore \frac{DE}{OC}=\frac{PE}{OP}=\frac{DP}{CP}=\frac{1}{2}$，

$\therefore DE=\frac{1}{2}OC$，$PE=\frac{1}{2}OP=1$，

$\therefore DE=3$，

设 $OC=2x$，则 $DE=x$，

在 Rt△ODE 中，由勾股定理得：$OD^2=OE^2+DE^2$，

$\therefore 4x^2=x^2+3^2$，

解得：$x=\sqrt{3}$（负值舍去），

$\therefore OC=2\sqrt{3}$；

故答案为：$2\sqrt{3}$.

27.（10 分）在平面直角坐标系中，已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 y 轴交于点 A（0，5），与 x 轴交于 B（1，0）和 C.

（1）求该抛物线的函数表达式；

（2）如图 1，如果一次函数 $y=kx+t$（$k\neq0$）过点 A，且与抛物线 $y=x^2+bx+c$ 交于另一点 M（m，n），如果 $m\neq n$，且 $m^2-m+z=0$ 和 $n^2-n+z=0$，求 k 的值；

（3）如图 2，若点 P 在抛物线的对称轴上，使得∠APC=∠ABC，请直接写出所有满足条件的点 P 的坐标．

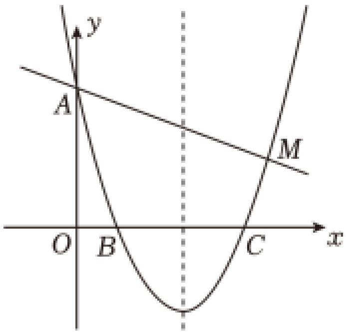


图1

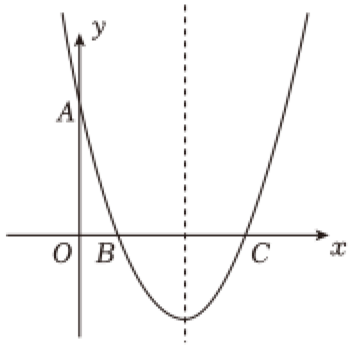


图2

【答案】（1）$y=x^2-6x+5$；

（2）k 的值为 -5 或 -2；

（3）满足条件的点 P 的坐标为（3，$3-\sqrt{13}$）或（3，$2\sqrt{3}+2$）.

【分析】（1）运用待定系数法即可求得抛物线的函数表达式；

（2）由一次函数 $y=kx+5$ 抛物线 $y=x^2-6x+5$ 交于另一点 M（m，n），可得 $x^2-(k+6)x=0$ 的两个实数根为 0 和 m，$n=m^2-6m+5$①，利用根与系数的关系可得：$m=k+6$，即 $k=m-6$，根据如果 $m\neq n$，且 $m^2-m+z=0$ 和 $n^2-n+z=0$，可得 m、n 是关于 x 的一元二次方程 $x^2-x+z=0$ 的两个不同的实数根，即 $m+n=1$②，联立①②，即可求得答案；

（3）设 P（3，s），当点 P 在 AC 下方时，作△ABC 的外接圆⊙Q，则点 Q 为

线段 BC、AC 的垂直平分线的交点，可得 Q（3，3），$QC=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$，根据 $3-s=\sqrt{13}$，即可求得点 P 的坐标；当点 P 在 AC 上方时，作点 B 关于直线 AC 的对称点 B'，连接 BB'，可得 B'（5，4），作△$AB'C$ 的外接圆⊙Q' 交抛物线的对称轴于点 P'，连接 AQ'、$P'Q'$，设 $B'C$ 的垂直平分线与抛物线对称轴交于点 M，运用勾股定理可得：$P'Q'=AQ'=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$，$P'M=\sqrt{P'Q'^2-Q'M^2}=\sqrt{(\sqrt{13})^2-1^2}=2\sqrt{3}$，再由 $s-2=2\sqrt{3}$，即可求得点 P 的坐标.

【解答】解：（1）∵抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与经过 A（0，5），B（1，0）两点，

∴$\begin{cases}1+b+c=0\\c=5\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}b=-6\\c=5\end{cases}$，

该抛物线的函数表达式为 $y=x^2-6x+5$；

（2）∵一次函数 $y=kx+t$（$k\neq0$）过点 A（0，5），

∴$y=kx+5$，

∵一次函数 $y=kx+5$ 抛物线 $y=x^2-6x+5$ 交于另一点 M（m，n），

∴$x^2-(k+6)x=0$ 的两个实数根为 0 和 m，$n=m^2-6m+5$①，

∴$m=k+6$，即 $k=m-6$，

∵如果 $m\neq n$，且 $m^2-m+z=0$ 和 $n^2-n+z=0$，

∴m、n 是关于 x 的一元二次方程 $x^2-x+z=0$ 的两个不同的实数根，

∴$m+n=1$②，

联立①②得：$m^2-5m+4=0$，

解得：$m=1$ 或 $m=4$，

当 $m=1$ 时，$k=1-6=-5$；

当 $m=4$ 时，$k=4-6=-2$；

综上所述，k 的值为 -5 或 -2；

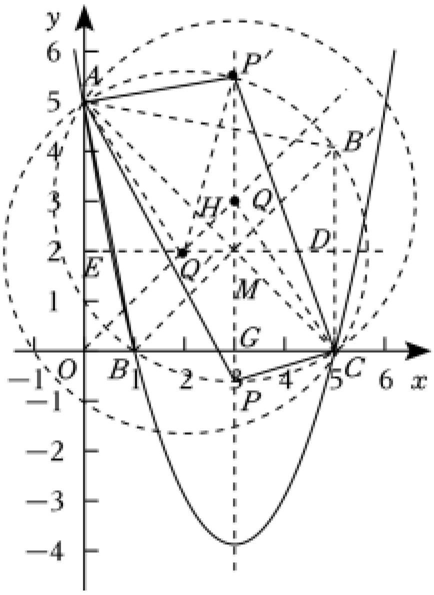
（3）∵$y=x^2-6x+5=(x-3)^2-4$，

∴抛物线的对称轴为直线 $x=3$，

设 P（3，s），

当点 P 在 AC 下方时，如图，作△ABC 的外接圆⊙Q，则点 Q 为线段 BC、AC

的垂直平分线的交点，



∵BC 的垂直平分线即抛物线的对称轴 $x=3$，

又∵$OA=OC$，△AOC 是等腰直角三角形，

∴AC 的垂直平分线即第一象限角平分线 $y=x$，

∴Q（3，3），

∴$QC=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$，

∵∠APC=∠ABC，且点 P 在抛物线对称轴上，

∴点 P 是⊙Q 与直线 $x=3$ 的交点，且与点 B 在弦 AC 的同侧，

∴$3-s=\sqrt{13}$，

∴$s=3-\sqrt{13}$，

∴P（3，$3-\sqrt{13}$）；

当点 P 在 AC 上方时，作点 B 关于直线 AC 的对称点 B'，连接 BB'，

则 $BB'\perp AC$，∠ACB'=∠ACB=45°，$B'C=BC=4$，∠$AB'C$=∠ABC，

∴∠BCB'=90°，

∴B'（5，4），

作△$AB'C$ 的外接圆⊙Q' 交抛物线的对称轴于点 P'，连接 AQ'、$P'Q'$，

设 $B'C$ 的垂直平分线与抛物线对称轴交于点 M，

同理可得△$AB'C$ 的外接圆⊙Q' 的圆心 Q' 是 AC、$B'C$ 的垂直平分线的交点，

$\therefore Q'$（2，2），

$\therefore P'Q'=AQ'=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$，

在 Rt△$P'Q'M$中，$Q'M=1$，

$\therefore P'M=\sqrt{P'Q'^2-Q'M^2}=\sqrt{(\sqrt{13})^2-1^2}=2\sqrt{3}$，

$\because \angle APC=\angle ABC$，即$\angle APC=\angle AB'C$，且点 P 在抛物线对称轴上，

∴点 P' 是⊙Q' 与直线 $x=3$ 的交点，且与点 B' 在弦 AC 的同侧，

$\therefore s-2=2\sqrt{3}$，

$\therefore s=2\sqrt{3}+2$，

$\therefore P'$（3，$2\sqrt{3}+2$）；

综上所述，满足条件的点 P 的坐标为（3，$3-\sqrt{13}$）或（3，$2\sqrt{3}+2$）.

28.（10分）已知在矩形 $ABCD$ 中，$AD=9$，$AB=12$，O 为矩形的中心；在 Rt△AEF 中，$\angle EAF=90°$，$AE=6$，$AF=8$．将△AEF 绕点 A 按顺时针方向旋转一周．

（1）当直角边 AE，AF 分别在 AD，AB 边上时，连接 OE，OF，求△OEF 的面积；

（2）设斜边 EF 与矩形 $ABCD$ 的交点为 G，当 O，E，F 三点在一条直线时，求$\frac{OG}{AG}$的值；

（3）连接 CE，取 CE 中点 M，连接 FM，求 FM 的取值范围．

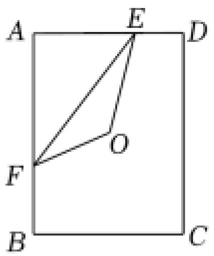


图1

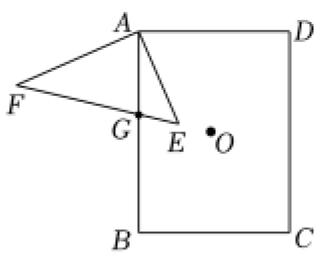
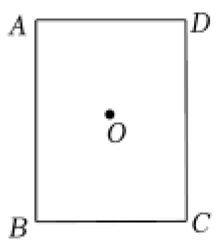
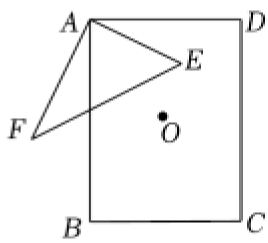


图2



备用图1



备用图2

【答案】（1）12；

（2）$\frac{15}{16}$或$\frac{5}{4}$；

（3）$\frac{2\sqrt{73}-15}{2}\leqslant FM\leqslant\frac{15+2\sqrt{73}}{2}$，.

【分析】(1) 连接 OA，作 $OG\perp AB$ 于 G，$OH\perp AD$ 于 H，由 $S_{\triangle OEF}=(S_{\triangle AOF}+S_{\triangle AOE})-S_{\triangle AEF}$ 可求出结果；

（2）当点 O 在 FE 的延长线上时，作 $OM\perp AB$ 于 M，$AN\perp FG$ 于 N，证明△ANG∽△OMG，进而求得结果；同样求得当点 O 在 EF 上时的情形；

（3）延长 EF 至 N，使 $FN=EF=10$，连接 NC，AN，作 $AG\perp EF$ 于 G，因为 $FM=\frac{1}{2}CN$，故只需求 CN 的最值，可求得 AN，所以点 N 在以 A 为圆心，AN 为半径的圆上运动，进而求得 FM 的范围．

【解答】解：(1) 如图 1，

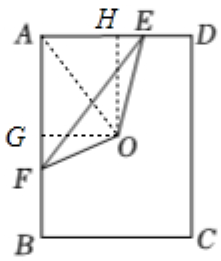


图1

连接 OA，作 $OG\perp AB$ 于 G，$OH\perp AD$ 于 H，

$\because OG=\frac{1}{2}AD=\frac{9}{2}$，$OH=\frac{1}{2}AB=6$，$AE=6$，$AF=8$，

$\therefore S_{\triangle AOF}=\frac{1}{2}AF\cdot OG=\frac{1}{2}\times 8\times\frac{9}{2}=18$，

$S_{\triangle AOE}=\frac{1}{2}AE\cdot OH=\frac{1}{2}\times 6\times 6=18$，

$S_{\triangle AEF}=\frac{1}{2}AE\cdot AF=\frac{1}{2}\times 6\times 8=24$，

$\therefore S_{\triangle OEF}=(S_{\triangle AOF}+S_{\triangle AOE})-S_{\triangle AEF}=18+18-24=12$；

（2）如图 2－1，

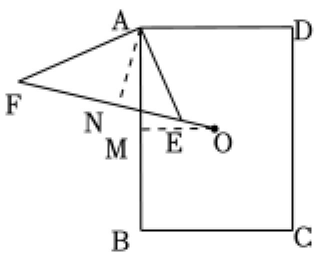


图2—1

当点 O 在 FE 的延长线时，

作 $OM\perp AB$ 于 M，$AN\perp FG$ 于 N，

$\therefore \angle ANG = \angle OMG = 90°$，

$\because \angle AGN = \angle OGM$,

$\therefore \triangle ANG \backsim \triangle OMG$,

$\therefore \frac{OG}{AG} = \frac{OM}{AN}$,

由 $S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2}EF \cdot AN = 24$ 得，

$AN = \frac{48}{EF} = \frac{48}{10} = \frac{24}{5}$,

$\therefore \frac{OG}{AG} = \frac{9}{2} \div \frac{24}{5} = \frac{15}{16}$,

如图 2﹣2，

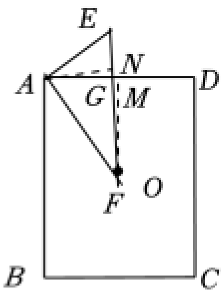


图2－2

当点 O 在 EF 上时，

$\frac{OG}{AG} = \frac{OM}{AN} = \frac{6}{\frac{24}{5}} = \frac{5}{4}$,

综上所述：$\frac{OG}{AG} = \frac{15}{16}$或$\frac{5}{4}$;

（3）如图 3，

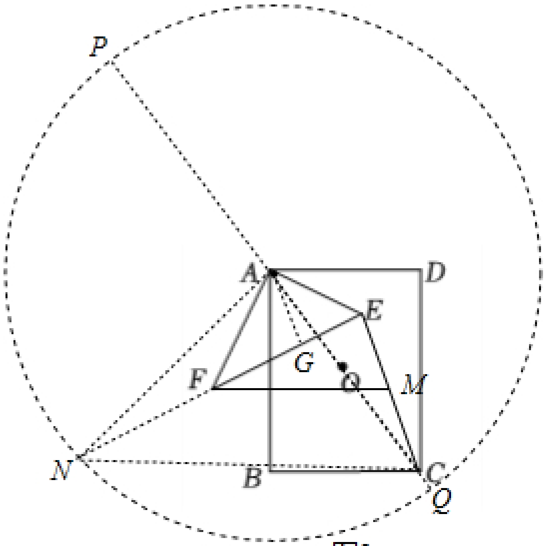


图3

延长 EF 至 N，使 $FN=EF=10$，连接 NC，AN，作 $AG\perp EF$ 于 G，

由（2）得，$AG=\frac{24}{5}$，

$EG=\sqrt{AE^2-AG^2}=\sqrt{6^2-(\frac{24}{5})^2}=\frac{18}{5}$，

$\therefore NG=EN-EG=20-\frac{18}{5}=\frac{82}{5}$，

在 Rt△AGN 中，由勾股定理得，

$AN=\sqrt{AG^2+NG^2}=\sqrt{(\frac{24}{5})^2+(\frac{82}{5})^2}=2\sqrt{73}$，

∴点 N 在以 A 为圆心，$2\sqrt{73}$ 为半径的圆上运动，

$\therefore CN$ 最大值 $=CP=AC+AP=15+2\sqrt{73}$，

CN 的最小值 $=CQ=AQ-AC=2\sqrt{73}-15$，

∵ M 是 EQ 的中点，

$\therefore FM=\frac{1}{2}CN$，

$\therefore \frac{2\sqrt{73}-15}{2}\leqslant FM\leqslant\frac{15+2\sqrt{73}}{2}$，