2024 年江苏省无锡外国语学校中考数学一模试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每题 3 分，共 30 分）

1.（3 分）实数 9 的平方根是（　　）

A．±3　　B．3　　C．$\pm\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{3}$

2.（3 分）在函数 $y=\frac{1}{\sqrt{x-3}}$ 中，自变量 x 的取值范围是（　　）

A．$x\neq3$　　B．$x>3$　　C．$x<3$　　D．$x\geqslant3$

3.（3 分）下列运算正确的是（　　）

A．$3a^2+2a^4=5a^6$　　B．$a^2\cdot a^3=a^6$

C．$(2a^2)^3=6a^6$　　D．$(-2a^3)^2=4a^6$

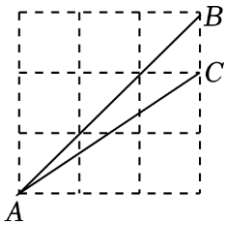
4.（3 分）将函数 $y=-3x+1$ 的图象向右平移 2 个单位长度，所得图象对应的函数表达式是（　　）

A．$y=-3x-1$　　B．$y=-3x+3$　　C．$y=-3x+7$　　D．$y=-3x-5$

5.（3 分）分式 $\frac{1}{a+1}+\frac{1}{a(a+1)}$ 的计算结果是（　　）

A．$\frac{1}{a+1}$　　B．$\frac{a}{a+1}$　　C．$\frac{1}{a}$　　D．$\frac{a+1}{a}$

6.（3 分）如图，A，B，C 是正方形网格的格点，连接 AC，AB，则 $\tan\angle BAC$ 的值是（　　）



A．$\frac{\sqrt{2}}{5}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{5}$

7.（3 分）已知一组数据 x_1，x_2，x_3，x_4，x_5 的平均数是 2，方差是 3，那么另一组数据 $3x_1-2$，$3x_2-2$，$3x_3-2$，$3x_4-2$，$3x_5-2$ 的平均数和方差分别是（　　）

A．2，3　　B．2，9　　C．4，18　　D．4，27

8.（3 分）下列四个命题不正确的是（　　）

A．各角相等的圆内接五边形是正五边形

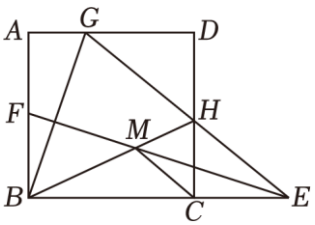
B．各边相等的圆内接五边形是正五边形

C．各角相等的圆内接六边形是正六边形

D．各边相等的圆内接六边形是正六边形

9.（3 分）如图，在正方形 $ABCD$ 中，E 是 BC 延长线上一点，在 AB 上取一点 F，使点 B 关于直线 EF 的

对称点 G 落在 AD 上，连接 EG 交 CD 于点 H，连接 BH 交 EF 于点 M，连接 CM．现有下列结论：①$\angle BHG=\angle BHC$；②$\angle GBH=\angle BCM$；③$GD=\frac{\sqrt{5}}{2}CM$；④若 $AG=1$，$GD=2$，则 $BM=\sqrt{5}$，其中正确的是（　　）



A．②③④　　B．①②③　　C．①③④　　D．①②④

10．（3 分）二次函数 $y=x^2-x+a\ (0<a<\frac{1}{4})$，若当 $x=t$ 时，$y<0$，则当 $x=t-1$ 时，函数值 y 的取值范围是（　　）

A．$0<y<\frac{1}{2}$　　B．$0<y<2$　　C．$\frac{1}{2}<y<1$　　D．$\frac{1}{2}<y<2$

二、填空题（本大题共 8 小题，每题 3 分，共 24 分）

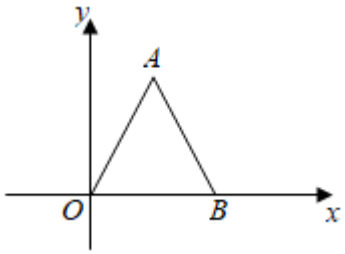
11．（3 分）分解因式：$2a^3-8a=$_____.

12．（3 分）2024 年 3 月 5 日，李强总理在十四届全国人大二次会议上提到 2023 年全国城镇新增就业 1244 万人，将数据 1244 万用科学记数法表示是 _____.

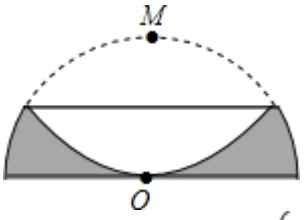
13．（3 分）某一次函数的图象经过点（﹣2，3），且函数 y 的值随着自变量 x 的增大而减小，请你写一个符合条件的函数表达式：_____.

14．（3 分）已知传送带与水平面所成斜坡的坡度 $i=1:2.4$，如果它把物体送到离地面 10 米高的地方，那么物体所经过的路程为_____米.

15．（3 分）等边△AOB 的边长为 4，如图所示地放置在平面直角坐标系中，点 B 绕点 A 旋转 30°，恰好落在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$）的图象上，则 $k=$_____.

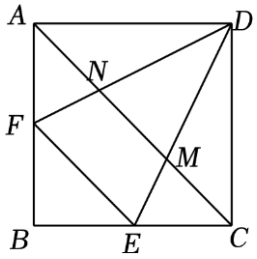


16．（3 分）如图，半径为 1 的半圆形纸片，按如图方式折叠，使对折后半圆弧的中点 M 与圆心 O 重合，则图中阴影部分的面积是_____.



17.（3 分）已知函数 $y=\begin{cases}x+1\ (x\geqslant 0)\\ -x-1\ (x<0)\end{cases}$，且关于 x、y 的二元一次方程 $ax-2a-y=0$ 有两组解，则 a 的取值范围是 _____.

18.（3 分）如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E，F 分别在 BC，AB 上，且 $DE=DF$，AC 分别交 DE，DF 于点 M，N．设 $\triangle DMN$ 和 $\triangle AFN$ 的面积分别为 S_1 和 S_2，若 $S_2=2S_1$，则 $\tan\angle ADF$ 的值为 _____.



三、解答题（本大题共 8 小题，共 96 分）

19.（8 分）（1）计算：$\sqrt{\cos^2 60^\circ}-(\tan 45^\circ)^{-1}-|-\sqrt{3}|$；

（2）化简：$(2a-3b)^2-(2a+3b)(2a-3b)$.

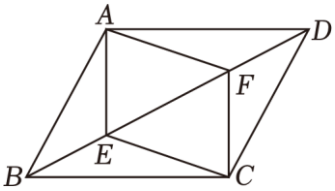
20.（8 分）（1）解方程：$2y^2=4y-1$；

（2）解不等式组：$\begin{cases}5x-3\leqslant 2x+9\\ 3x>\dfrac{x+10}{2}\end{cases}$.

21.（10 分）如图，E、F 是$\square ABCD$ 的对角线 BD 上两点，$BE=DF$.

（1）求证：四边形 $AECF$ 是平行四边形；

（2）连接 AC 交 BD 于 O，若 $AE\perp EC$，$AC=6$，求 OE 的长.



22.（10 分）某校组织了一次防溺水、防交通事故、防食物中毒、防校园欺凌及其他各种安全意识的调查活动，了解同学们在哪些方面的安全意识薄弱，便于今后更好地开展安全教育活动．根据调查结果，绘制出图 1，图 2 两幅不完整的统计图.

请结合图中的信息解答下列问题：

（1）本次调查的人数为_____，其中防校园欺凌意识薄弱的人数占_____%；

（2）补全条形统计图；

（3）若该校共有 1500 名学生，请估计该校学生中防溺水意识薄弱的人数；

（4）请你根据题中的信息，给该校的安全教育提一个合理的建议．

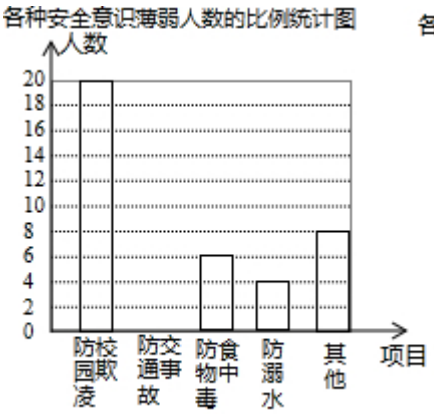


图1

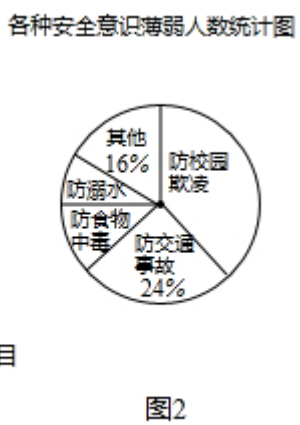


图2

23．（10 分）为创建“全国文明城市”，周末团委组织志愿者进行宣传活动．班主任梁老师决定从 4 名女班干部（小悦、小惠、小艳和小倩）中通过抽签方式确定 2 名女生去参加．抽签规则：将 4 名女班干部姓名分别写在四张完全相同的卡片正面，把四张卡片背面朝上，洗匀后放在桌面上，梁老师先从中随机抽取一张卡片，记下姓名，再从剩余的三张卡片中随机抽取第二张，记下姓名．

（1）第一次抽取卡片“小悦被抽中”的概率为 _____；

（2）试用画树状图或列表的方法表示这次抽签所有可能的结果，求出“小惠被抽中”的概率．

24．（10 分）某蔬菜经销商去蔬菜生产基地批发某种蔬菜，已知这种蔬菜的批发量在 20 千克～50 千克之间（含 20 千克和 50 千克）时，每千克批发价是 5 元；若超过 50 千克时，批发的这种蔬菜全部打八折．

（1）此种蔬菜的日销售量 y（千克）受零售价 x（元/千克）的影响较大，为此该经销商试销一周获得如下数据（y 是 x 的一次函数）：

零售价 x（元/千克）	5	5.5	6	6.5	7
日销售量 y（千克）	90	75	60	45	30

根据以上数据求出 y 与 x 之间的函数关系式；

（2）若每天批发的蔬菜能够全部销售完，且当日零售价不变，那么零售价定为多少时，该经销商销售此种蔬菜的当日利润最大？最大利润为多少元？

25．（10 分）已知 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$\angle B=30°$，$AB=4$，点 E、F 分别在边 AC、边 BC 上（点 E 不与点 A 重合，点 F 不与点 B 重合），联结 EF，将△CEF 沿着直线 EF 翻折后，点 C 恰好落在边 AB 上的点 D 处．过点 D 作 $DM\perp AB$，交射线 AC 于点 M．设 $AD=x$，$\frac{CF}{CE}=y$，

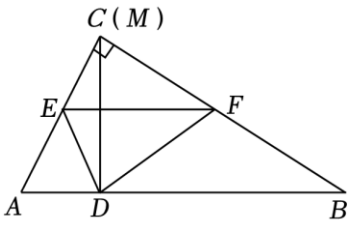


图1

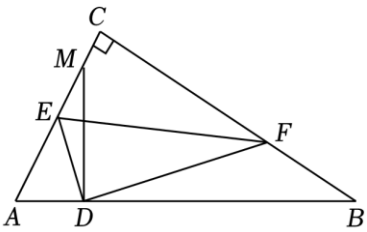
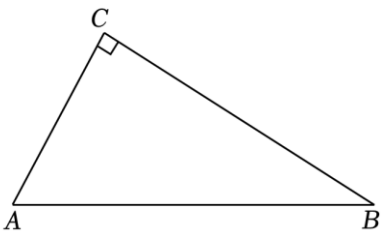


图2



（备用图）

（1）如图 1，当点 M 与点 C 重合时，求$\frac{MD}{ED}$的值；

（2）如图 2，当点 M 在线段 AC 上时，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出定义域；

（3）当$\frac{CM}{CE}=\frac{1}{2}$时，求 AD 的长．

26．（10 分）某数学兴趣小组，开展项目式学习，问题如下：

如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$（$a>0$）与 x 轴正半轴分别交于 A、B 两点（点 B 在点 A 的右边），与 y 轴交于点 C，点 P 为抛物线上位于第一象限内的一动点（P 在 B 的右侧），过点 A、P 的直线交 y 轴于点 M，过点 B、P 的直线交 y 轴于点 N，连接 BM、BC、AC，试探究 CM、CN、OA、OB 之间的数量关系．为研究该问题，小组拟采用问题研究的一般路径一一从特殊到一般的研究方法：

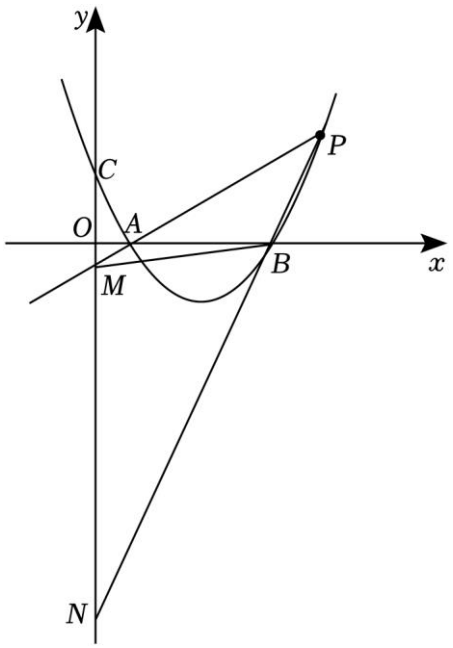
（1）设 $a=1$，$b=-3$，$c=2$．

①若点 P 的横坐标为 3，请计算$\frac{CM}{CN}=$_____；比较大小：$\frac{OA}{OB}$ _____ $\frac{CM}{CN}$（填“＜”，“＞”或“＝”）．

②若点 P 的横坐标为 m，上述$\frac{OA}{OB}$与$\frac{CM}{CN}$之间的数量关系是否仍然成立，若成立，请证明；若不成立，请说明理由．

（2）小明在研究时发现：当 A、B 两点的横坐标为 x_1，x_2（$x_1<x_2$）时，将抛物线变形为 $y=a(x-x_1)(x-x_2)$，研究此问题更加方便，请借助小明的发现验证你的猜想．

（3）请利用上述经验，解决项目式问题，若$\frac{S_{\triangle BCM}-S_{\triangle ACM}}{S_{\triangle BCM}}=k$，请直接写出 k 的取值范围 _____．


y
C
P
O
A
B
x
M
N

2024年江苏省无锡外国语学校中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共10小题，每题3分，共30分）

1.（3分）实数9的平方根是（　　）

A．±3　　B．3　　C．$\pm\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{3}$

【答案】*A*

【分析】根据平方根的定义，即可解答.

【解答】解：∵（±3）^{2}=9，

∴实数9的平方根是±3，

故选：*A*.

2.（3分）在函数$y=\frac{1}{\sqrt{x-3}}$中，自变量x的取值范围是（　　）

A．$x\neq3$　　B．$x>3$　　C．$x<3$　　D．$x\geqslant3$

【答案】*B*

【分析】根据分式中分母不等于0和被开方数是非负数的性质可求解.

【解答】解：要使函数$y=\frac{1}{\sqrt{x-3}}$有意义，

则$x-3>0$，解得：$x>3$，

故选：*B*.

3.（3分）下列运算正确的是（　　）

A．$3a^2+2a^4=5a^6$　　B．$a^2\cdot a^3=a^6$

C．$(2a^2)^3=6a^6$　　D．$(-2a^3)^2=4a^6$

【答案】*D*

【分析】利用合并同类项法则、同底数幂的乘法法则、积的乘方法则逐个计算得结论.

【解答】解：*A*．$3a^2$与$2a^4$不是同类项，不能加减，故选项*A*计算错误；

B．$a^2\cdot a^3=a^5\neq a^6$，故选项*B*计算错误；

C．$(2a^2)^3=8a^6\neq6a^6$，故选项*C*计算错误；

D．$(-2a^3)^2=4a^6$，故选项*D*计算正确.

故选：*D*.

4.（3分）将函数$y=-3x+1$的图象向右平移2个单位长度，所得图象对应的函数表达式是（　　）

A．$y=-3x-1$　　B．$y=-3x+3$　　C．$y=-3x+7$　　D．$y=-3x-5$

【答案】*C*

【分析】运用平移规律即可求得答案．

【解答】解：将函数 $y=-3x+1$ 的图象向右平移 2 个单位长度，所得图象对应的函数表达式是 $y=-3(x-2)+1=-3x+7$，

故选：*C*．

5．（3 分）分式$\frac{1}{a+1}+\frac{1}{a(a+1)}$的计算结果是（　　）

A．$\frac{1}{a+1}$　　B．$\frac{a}{a+1}$　　C．$\frac{1}{a}$　　D．$\frac{a+1}{a}$

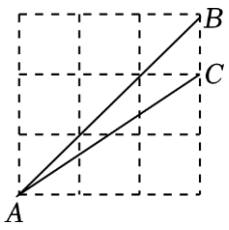
【答案】*D*

【分析】原式通分并利用同分母分式的加法法则计算即可得到结果．

【解答】解：原式$=\frac{a+1}{a(a+1)}=\frac{1}{a}$，

故选：*D*．

6．（3 分）如图，*A*，*B*，*C* 是正方形网格的格点，连接 *AC*，*AB*，则 $\tan\angle BAC$ 的值是（　　）



A．$\frac{\sqrt{2}}{5}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{5}$

【答案】*D*

【分析】作 $CE\perp AB$，然后根据正方形的性质和勾股定理，可以得到 *CE* 和 *AE* 的长，然后即可计算出 $\tan\angle EAC$ 的值，从而可以得到 $\tan\angle BAC$ 的值．

【解答】解：如图，作 $CE\perp AB$ 于 *E*，

设小正方形边长为 1，则易证△*BEC* 是等腰直角三角形，

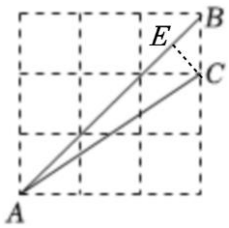
$\therefore CE=BE=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$AB=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$，

$\therefore AE=AB-BE=3\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{5}{2}\sqrt{2}$，

在 Rt△*AEC* 中，$\tan\angle EAC=\frac{CE}{AE}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{5}{2}\sqrt{2}}=\frac{1}{5}$．

∴tan∠BAC 的值是$\frac{1}{5}$.

故选：D.



7.（3 分）已知一组数据 x_1，x_2，x_3，x_4，x_5 的平均数是 2，方差是 3，那么另一组数据 $3x_1-2$，$3x_2-2$，$3x_3-2$，$3x_4-2$，$3x_5-2$ 的平均数和方差分别是（　　）

A．2，3　　B．2，9　　C．4，18　　D．4，27

【答案】D

【分析】利用平均数、方差的定义和性质直接求解.

【解答】解：∵数据 x_1，x_2，x_3，x_4，x_5 的平均数是 2，方差是 3，

∴数据 $3x_1-2$，$3x_2-2$，$3x_3-2$，$3x_4-2$，$3x_5-2$ 的平均数为：$3\times2-2=4$，方差为：$3^2\times3=27$.

故选：D.

8.（3 分）下列四个命题不正确的是（　　）

A．各角相等的圆内接五边形是正五边形

B．各边相等的圆内接五边形是正五边形

C．各角相等的圆内接六边形是正六边形

D．各边相等的圆内接六边形是正六边形

【答案】C

【分析】由圆周角定理，圆心角、弧、弦的关系，正多边形的定义，即可判断.

【解答】解：A、由圆周角定理，圆心角、弧、弦的关系可以证明该五边形的各边相等，因此命题正确，故 A 不符合题意；

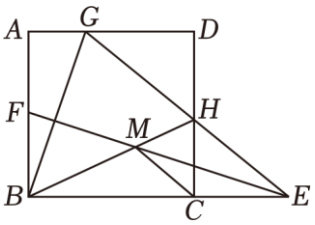
B、由圆周角定理，圆心角、弧、弦的关系，可以证明该五边形的各角相等，因此命题正确，故 B 不符合题意；

C、由由圆周角定理，圆心角、弧、弦的关系只能证明该六边形的隔边相等，因此命题不正确，故 C 符合题意；

D、由圆周角定理，圆心角、弧、弦的关系可以证明该六边形的各角相等，因此命题正确，故 D 不符合题意.

故选：*C*.

9.（3 分）如图，在正方形 *ABCD* 中，*E* 是 *BC* 延长线上一点，在 *AB* 上取一点 *F*，使点 *B* 关于直线 *EF* 的对称点 *G* 落在 *AD* 上，连接 *EG* 交 *CD* 于点 *H*，连接 *BH* 交 *EF* 于点 *M*，连接 *CM*．现有下列结论：①∠*BHG*＝∠*BHC*；②∠*GBH*＝∠*BCM*；③$GD=\frac{\sqrt{5}}{2}CM$；④若 *AG*＝1，*GD*＝2，则$BM=\sqrt{5}$，其中正确的是（　　）



A．②③④　　B．①②③　　C．①③④　　D．①②④

【答案】*D*

【分析】①正确．如图 1 中，过点 *B* 作 *BK*⊥*GH* 于 *K*．想办法证明 Rt△*BHK*≌Rt△*BHC*（*HL*）可得结论．

②正确．分别证明∠*GBH*＝45°，∠*BCM*＝45°，即可解决问题．

③错误．如图 2 中，过点 *M* 作 *MW*⊥*AD* 于 *W*，交 *BC* 于 *T*．首先证明 *MG*＝*MD*，再证明△*BTM*≌△*MWG*（*AAS*），推出 *MT*＝*WG* 可得结论．

④正确．求出 *BT*＝2，*TM*＝1，利用勾股定理即可判断．

【解答】解：如图 1 中，过点 *B* 作 *BK*⊥*GH* 于 *K*．

∵*B*，*G* 关于 *EF* 对称，

∴*EB*＝*EG*，

∴∠*EBG*＝∠*EGB*，

∵四边形 *ABCD* 是正方形，

∴*AB*＝*BC*，∠*A*＝∠*ABC*＝∠*BCD*＝90°，*AD*∥*BC*，

∴∠*AGB*＝∠*EBG*，

∴∠*AGB*＝∠*BGK*，

∵∠*A*＝∠*BKG*＝90°，*BG*＝*BG*，

∴△*BAG*≌△*BKG*（*AAS*），

∴*BK*＝*BA*＝*BC*，∠*ABG*＝∠*KBG*，

∵∠*BKH*＝∠*BCH*＝90°，*BH*＝*BH*，

∴Rt△*BHK*≌Rt△*BHC*（*HL*），

∴∠*BHG*＝∠*BHC*，∠*HBK*＝∠*HBC*，故①正确，

∴$\angle GBH=\angle GBK+\angle HBK=\frac{1}{2}\angle ABC=45°$，

过点 *M* 作 *MQ*⊥*GH* 于 *Q*，*MP*⊥*CD* 于 *P*，*MR*⊥*BC* 于 *R*.

∵∠*BHG*＝∠*BHC*，

∴*MQ*＝*MP*，

∵∠*MEQ*＝∠*MER*，

∴*MQ*＝*MR*，

∴*MP*＝*MR*，

∴$\angle BCM=\angle MCP=\frac{1}{2}\angle BCD=45°$，

∴∠*GBH*＝∠*BCM*，故②正确，

如图 2 中，过点 *M* 作 *MW*⊥*AD* 于 *W*，交 *BC* 于 *T*.

∵*B*，*G* 关于 *EF* 对称，

∴*BM*＝*MG*，

∵*CB*＝*CD*，∠*BCM*＝∠*MCD*，*CM*＝*CM*，

∴△*MCB*≌△*MCD*（*SAS*），

∴*BM*＝*DM*，

∴*MG*＝*MD*，

∵*MW*⊥*DG*，

∴*WG*＝*WD*，

∵∠*BTM*＝∠*MWG*＝∠*BMG*＝90°，

∴∠*BMT*+∠*GMW*＝90°，

∵∠*GMW*+∠*MGW*＝90°，

∴∠*BMT*＝∠*MGW*，

∵*MB*＝*MG*，

∴△*BTM*≌△*MWG*（*AAS*），

∴*MT*＝*WG*，

∵$MC=\sqrt{2}TM$，*DG*＝2*WG*，

∴$DG=\sqrt{2}CM$，故③错误，

∵$AG=1$，$DG=2$，

∴$AD=AB=TW=3$，$TC=WD=TM=1$，$BT=AW=2$，

∴$BM=\sqrt{BT^2+MT^2}=\sqrt{4+1}=\sqrt{5}$，故④正确，

故选：D.

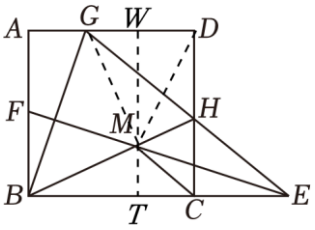


图2

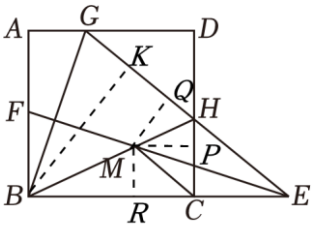


图1

10.（3 分）二次函数$y=x^2-x+a$（$0<a<\frac{1}{4}$），若当 $x=t$ 时，$y<0$，则当 $x=t-1$ 时，函数值 y 的取值范围是（　　）

A．$0<y<\frac{1}{2}$　　B．$0<y<2$　　C．$\frac{1}{2}<y<1$　　D．$\frac{1}{2}<y<2$

【答案】B

【分析】依据题意，根据对称轴公式求出对称轴，再由 a 的范围，得$\Delta>0$，进而结合 $x=0$ 或 1 时，y 的范围，从而得当 $y<0$ 时，t 的范围及 $t-1$ 的范围，再由 $t-1$ 的范围两端的临界值，得对应的函数值，从而得答案.

【解答】解：由题意得，抛物线的对称轴为直线 $x=-\frac{-1}{2}=\frac{1}{2}$.

∵$0<a<\frac{1}{4}$，

∴$0<4a<1$.

∴$\Delta=1-4a>0$.

设 $y=x^2-x+a$（$0<a<\frac{1}{4}$）与 x 轴交点为（x_1，0），（x_2，0）（其中 $x_1<x_2$），

∵当 $x=t$ 时，$y<0$，且抛物线开口向上，

∴$x_1<t<x_2$，

∵抛物线的对称轴为 $x=\frac{1}{2}$，$x=0$ 或 1 时，$y=a>0$，

∴$0<x_1<$，$<x_2<1$.

∴$x_1-1<t-1<x_2-1<0$，

∴当 $x_1-1<x<x_2-1$ 时，y 随着 x 的增大而减少，

∴当 $x=t-1$ 时，$y<(x_1-1)^2-(x_1-1)+a=2-2x_1$，$y>(x_2-1)^2-(x_2-1)+a=2-2x_2$，

∵$0<x_1<$，

∴当 $x=t-1$ 时，$y<2$，

∵$<x_2<1$，

∴当 $x=t-1$ 时，$y>0$，

∴函数值 y 的取值范围为 $0<y<2$.

故选：B.

二、填空题（本大题共 8 小题，每题 3 分，共 24 分）

11.（3 分）分解因式：$2a^3-8a=$ $2a(a+2)(a-2)$.

【答案】见试题解答内容

【分析】原式提取 $2a$，再利用平方差公式分解即可.

【解答】解：原式$=2a(a^2-4)=2a(a+2)(a-2)$，

故答案为：$2a(a+2)(a-2)$

12.（3 分）2024 年 3 月 5 日，李强总理在十四届全国人大二次会议上提到 2023 年全国城镇新增就业 1244 万人，将数据 1244 万用科学记数法表示是 1.244×10^7 .

【答案】1.244×10^7.

【分析】将一个数表示成 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数，这种记数方法叫做科学记数法，据此即可求得答案.

【解答】解：1244 万$=12440000=1.244\times10^7$，

故答案为：1.244×10^7.

13.（3 分）某一次函数的图象经过点（-2，3），且函数 y 的值随着自变量 x 的增大而减小，请你写一个符合条件的函数表达式： $y=-x+1$.

【答案】见试题解答内容

【分析】设一次函数解析式为 $y=kx+b$（$k\neq0$），利用一次函数的性质得 $k<0$，k 可取 -1，则 $y=-x+b$，然后把（-2，3）代入求出对应 b 的值，从而得到满足条件的一个一次函数.

【解答】解：设一次函数解析式为 $y=kx+b$（$k\neq0$），

∵函数 y 的值随着自变量 x 的增大而减小，

∴$k<0$，

当 $k=-1$ 时，$y=-x+b$，

把（-2，3）代入得 $2+b=3$，解得 $b=1$，

∴满足条件的一次函数可为 $y=-x+1$.

故答案为 $y=-x+1$.

14.（3 分）已知传送带与水平面所成斜坡的坡度 $i=1:2.4$，如果它把物体送到离地面 10 米高的地方，那么物体所经过的路程为 26 米.

【答案】见试题解答内容

【分析】首先根据题意画出图形，根据坡度的定义，由勾股定理即可求得答案.

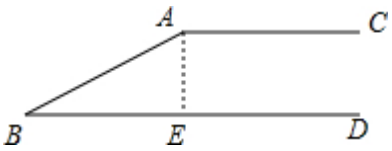
【解答】解：如图，由题意得：斜坡 AB 的坡度：$i=1:2.4$，$AE=10$ 米，$AE\perp BD$，

∵$i=\frac{AE}{BE}=\frac{1}{2.4}$，

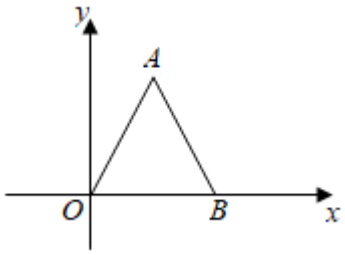
∴$BE=24$ 米，

∴在 Rt△ABE 中，$AB=\sqrt{AE^2+BE^2}=26$（米）.

故答案为：26.



15.（3 分）等边△AOB 的边长为 4，如图所示地放置在平面直角坐标系中，点 B 绕点 A 旋转 30°，恰好落在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$）的图象上，则 $k=$ $4\sqrt{3}-8$ 或 8 .

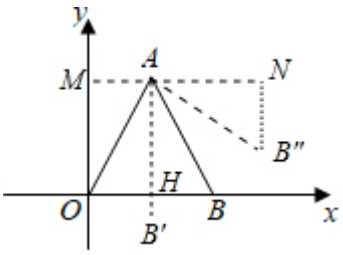


【答案】$4\sqrt{3}-8$ 或 8.

【分析】分两种情形：当点 B 绕点 A 顺时针旋转 30° 得到 AB'，AB' 交 OB 于 H. 当点 B 绕点 A 逆时针旋转 30° 得到 AB''，过点 A 作 $AM\perp y$ 轴于 M，过点 B'' 作 $B''N\perp MA$ 交 MA 的延长线于 N. 分

别求出 B'，B'' 的坐标即可.

【解答】解：当点 B 绕点 A 顺时针旋转 30° 得到 AB'，AB' 交 OB 于 H.



∵△AOB 是等边三角形，

∴∠OAB＝60°，

∵∠BAB' ＝30°，

∴∠OAB' ＝∠BAB'，

∴AH⊥OB，OH＝BH＝2，

∴$AH=\sqrt{AO^2-OH^2}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$，

∵AB＝AB' ＝4，

∴HB' ＝4 - $2\sqrt{3}$，

∴B' （2，$2\sqrt{3}$ - 4），

∵点 B' 在 $y=\frac{k}{x}$上，

∴k＝$4\sqrt{3}$ - 8.

当点 B 绕点 A 逆时针旋转 30° 得到 AB''，过点 A 作 AM⊥y 轴于 M，过点 B'' 作 $B''N$⊥MA 交 MA 的延长线于 N.

∵∠OAB＝60°，∠BAB'' ＝30°，

∴∠OAB'' ＝90°，

∵∠AMO＝∠N＝90°，

∴λAOM+∠OAM＝90°，∠OAM+∠NAB'' ＝90°，

∴∠AOM＝∠NAB''，

∵AO＝AB''，

∴△AMO≌△$B''NA$（AAS），

∴AM＝NB'' ＝2，$AN=OM=2\sqrt{3}$，

∴MN＝AM+AN＝2+$2\sqrt{3}$，

∴B'' （2+$2\sqrt{3}$，$2\sqrt{3}$ - 2），

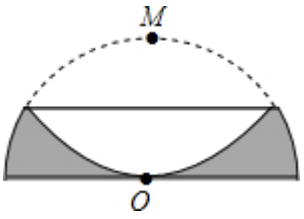
∵B'' 在 $y=\frac{k}{x}$上，

∴$k=(2+2\sqrt{3})(2\sqrt{3}-2)=8$，

综上所述，满足条件的 k 的值为 $4\sqrt{3}-8$ 或 8.

故答案为 $4\sqrt{3}-8$ 或 8.

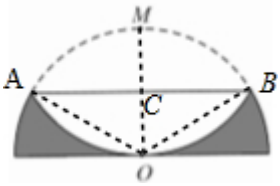
16.（3 分）如图，半径为 1 的半圆形纸片，按如图方式折叠，使对折后半圆弧的中点 M 与圆心 O 重合，则图中阴影部分的面积是__$\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\pi}{6}$__.



【答案】见试题解答内容

【分析】连接 OM 交 AB 于点 C，连接 OA、OB，根据题意 $OM\perp AB$ 且 $OC=MC=\frac{1}{2}$，继而求出$\angle AOC=60°$、$AB=2AC=\sqrt{3}$，然后根据 $S_{弓形ABM}=S_{扇形OAB}-S_{\triangle AOB}$、$S_{阴影}=S_{半圆}-2S_{弓形ABM}$ 计算可得答案.

【解答】解：如图，连接 OM 交 AB 于点 C，连接 OA、OB，



由题意知，$OM\perp AB$，且 $OC=MC=\frac{1}{2}$，

在 $RT\triangle AOC$ 中，∵$OA=1$，$OC=\frac{1}{2}$，

∴$\cos\angle AOC=\frac{OC}{OA}=\frac{1}{2}$，$AC=\sqrt{OA^2-OC^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

∴$\angle AOC=60°$，$AB=2AC=\sqrt{3}$，

∴$\angle AOB=2\angle AOC=120°$，

则 $S_{弓形ABM}=S_{扇形OAB}-S_{\triangle AOB}$

$=\frac{120\pi\times1^2}{360}-\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\frac{1}{2}$

$=\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}$，

$S_{阴影}=S_{半圆}-2S_{弓形ABM}$

$=\frac{1}{2}\pi\times1^2-2(\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4})$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\pi}{6}$.

故答案为：$\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\pi}{6}$.

17．（3 分）已知函数 $y=\begin{cases}x+1\ (x\geqslant 0)\\ -x-1\ (x<0)\end{cases}$，且关于 x、y 的二元一次方程 $ax-2a-y=0$ 有两组解，则 a 的取值范围是 $-1<a\leqslant\frac{1}{2}$.

【答案】$-1<a\leqslant\frac{1}{2}$.

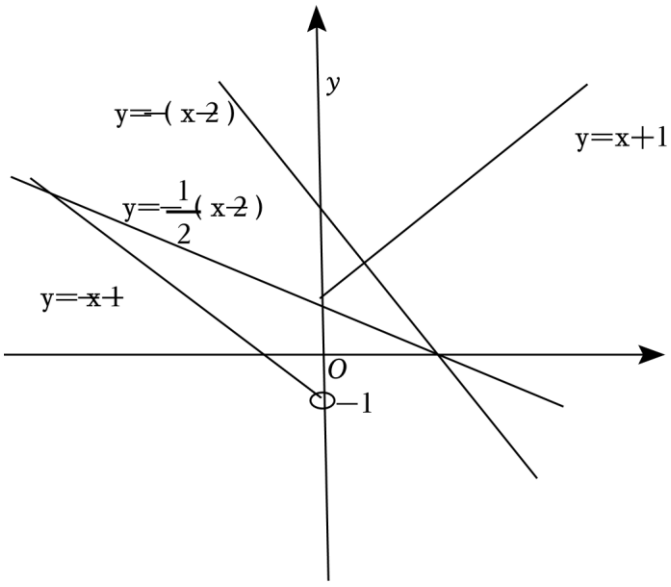
【分析】通过数形结合，观察图象和函数式进行作答．

【解答】解：∵$ax-2a-y=0$ 可化简为 $y=a(x-2)$，

∴无论 a 取何值，恒过（2，0），

∴该函数图象随 a 值不同绕（2，0）旋转，

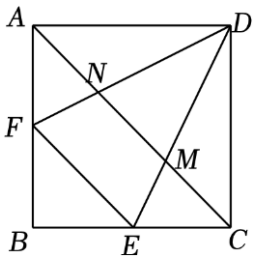
作出题中所含两个函数图象如下：



经旋转可得：当 $-1<a\leqslant\frac{1}{2}$ 时，关于 x，y 的二元一次方程 $ax-2a-y=0$ 有两组解．

故答案为：$-1<a\leqslant\frac{1}{2}$.

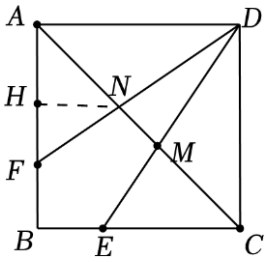
18．（3 分）如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E，F 分别在 BC，AB 上，且 $DE=DF$，AC 分别交 DE，DF 于点 M，N．设△DMN 和△AFN 的面积分别为 S_1 和 S_2，若 $S_2=2S_1$，则 $\tan\angle ADF$ 的值为 $\sqrt{3}-1$.



【答案】$\sqrt{3}-1$.

【分析】（1）过 N 作 $NK\perp AD$ 于 K，由四边形 $ABCD$ 是正方形，可得 $KN=\frac{\sqrt{2}}{2}AN$，证明 Rt△ADF≌Rt△CDE（HL），可得∠ADF＝∠EDF＝∠CDE＝30°，有 $KN=\frac{1}{2}DN$，即可得 DN：$AN=\sqrt{2}$，过 N 作 $NH\perp AB$ 于 H，设 tan∠ADF＝tan∠FNH＝k，设 NH＝AH＝b，则 FH＝kb，可知 AF＝b+kb，$AD=\frac{b+bk}{k}$ ＝$\frac{1+k}{k}b$，故 $S_2=\frac{1}{2}AF\cdot HN=\frac{1}{2}b^2(1+k)$，$S_1=S_{\triangle ADC}-2S_{\triangle ADN}=\frac{1}{2}(\frac{1+k}{k}b)^2-2\times\frac{1}{2}\cdot\frac{1+k}{k}b\cdot b$，根据 $S_2=2S_1$，列方程 $\frac{1}{2}b^2(1+k)=2\cdot[\frac{1}{2}(\frac{1+k}{k}b)^2-2\times\frac{1}{2}\cdot\frac{1+k}{k}b\cdot b]$，可解得解得：$k=\sqrt{3}-1$.

【解答】解：过 N 作 $NH\perp AB$ 于 H，如图：



∵∠FHN＝∠FAD＝90°，

∴HN∥AD，

∴∠ADF＝∠HNF，

设 tan∠ADF＝tan∠FNH＝k，设 NH＝AH＝b，则 FH＝kb，

∴AF＝b+kb，

∵$\tan\angle ADF=\frac{AF}{AD}$，

∴$AD=\frac{b+bk}{k}=\frac{1+k}{k}b$，

∴$S_2=\frac{1}{2}AF\cdot HN=\frac{1}{2}b^2(1+k)$，$S_1=S_{\triangle ADC}-2S_{\triangle ADN}=\frac{1}{2}(\frac{1+k}{k}b)^2-2\times\frac{1}{2}\cdot\frac{1+k}{k}b\cdot b$，

∵S_2＝2S_1，

∴$\frac{1}{2}b^2(1+k)=2\cdot[\frac{1}{2}(\frac{1+k}{k}b)^2-2\times\frac{1}{2}\cdot\frac{1+k}{k}b\cdot b]$，

整理得：$k^2+2k-2=0$，

解得：$k=\sqrt{3}-1$ 或 $-\sqrt{3}-1$（舍弃），

∴$\tan\angle ADF=k=\sqrt{3}-1$，

故答案为：$\sqrt{3}-1$.

三、解答题（本大题共 8 小题，共 96 分）

19.（8 分）（1）计算：$\sqrt{\cos^2 60°}-(\tan 45°)^{-1}-|-\sqrt{3}|$；

（2）化简：$(2a-3b)^2-(2a+3b)(2a-3b)$.

【答案】（1）$-\frac{1}{2}-\sqrt{3}$；

（2）$-12ab+18b^2$.

【分析】（1）先化简各式，然后再进行计算即可解答；

（2）利用完全平方公式，平方差公式进行计算，即可解答.

【解答】解：$\sqrt{\cos^2 60°}-(\tan 45°)^{-1}-|-\sqrt{3}|$

$=\frac{1}{2}-1-\sqrt{3}$

$=-\frac{1}{2}-\sqrt{3}$；

（2）$(2a-3b)^2-(2a+3b)(2a-3b)$

$=4a^2-12ab+9b^2-(4a^2-9b^2)$

$=4a^2-12ab+9b^2-4a^2+9b^2$

$=-12ab+18b^2$.

20.（8 分）（1）解方程：$2y^2=4y-1$；

（2）解不等式组：$\begin{cases}5x-3\leqslant 2x+9\\ 3x>\frac{x+10}{2}\end{cases}$.

【答案】（1）$y_1=\frac{2+\sqrt{2}}{2}$，$y_2=\frac{2-\sqrt{2}}{2}$；

（2）$2<x\leqslant 4$.

【分析】（1）利用公式法求解即可；

（2）分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集.

【解答】解：（1）∵$2y^2-4y+1=0$，

∴$a=2$，$b=-4$，$c=1$，

则 $\Delta=16-4\times2\times1=8>0$，

$\therefore y=\frac{4\pm2\sqrt{2}}{4}=\frac{2\pm\sqrt{2}}{2}$，

即 $y_1=\frac{2+\sqrt{2}}{2}$，$y_2=\frac{2-\sqrt{2}}{2}$；

（2）由 $5x-3\leqslant2x+9$ 得：$x\leqslant4$，

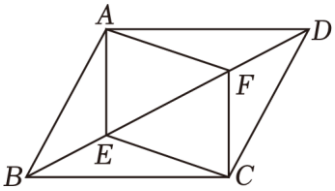
由 $3x>\frac{x+10}{2}$ 得：$x>2$，

则不等式组的解集为 $2<x\leqslant4$.

21.（10 分）如图，E、F 是 $\square ABCD$ 的对角线 BD 上两点，$BE=DF$.

（1）求证：四边形 $AECF$ 是平行四边形；

（2）连接 AC 交 BD 于 O，若 $AE\perp EC$，$AC=6$，求 OE 的长.



【答案】（1）证明见解析；

（2）3.

【分析】（1）连接 AC，交 BD 于点 O，由平行四边形的性质得到 $OA=OC$，$OB=OD$，证得 $OE=OF$，则即可得出结论；

（2）根据矩形的判定和性质得出 $AC=EF$，进而解答即可.

【解答】（1）证明：连接 AC，交 BD 于点 O，如图所示：

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$OA=OC$，$OB=OD$，

∵$BE=DF$，

∴$OB-BE=OD-DF$，即 $OE=OF$，

∵$OA=OC$，

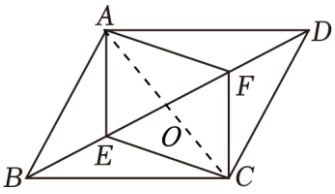
∴四边形 $AECF$ 是平行四边形.

（2）解：∵四边形 $AECF$ 是平行四边形，$AE\perp EC$，

∴$\square AECF$ 是矩形，

∴$AC=EF=2OE=6$，

∴$OE=3$.



22.（10 分）某校组织了一次防溺水、防交通事故、防食物中毒、防校园欺凌及其他各种安全意识的调查活动，了解同学们在哪些方面的安全意识薄弱，便于今后更好地开展安全教育活动．根据调查结果，绘制出图 1，图 2 两幅不完整的统计图．

请结合图中的信息解答下列问题：

（1）本次调查的人数为 50 ，其中防校园欺凌意识薄弱的人数占 40 %；

（2）补全条形统计图；

（3）若该校共有 1500 名学生，请估计该校学生中防溺水意识薄弱的人数；

（4）请你根据题中的信息，给该校的安全教育提一个合理的建议．

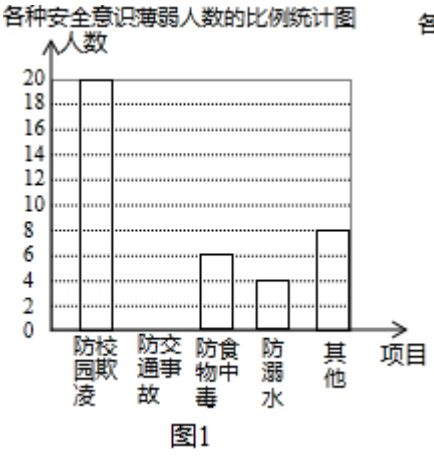


图1

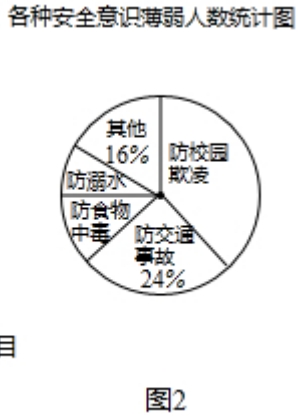


图2

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）用其它选项的人数除以它占的百分率，求出本次调查的人数为多少；然后用防校园欺凌意识薄弱的人数除以总人数，求出其中防校园欺凌意识薄弱的人数占百分之几即可．

（2）用本次调查的人数乘防交通事故意识薄弱的占的百分率，求出防交通事故意识薄弱的有多少人，并补全条形统计图即可．

（3）用该校的学生人数乘该校学生中防溺水意识薄弱的人数占的百分率，求出估计该校学生中防溺水意识薄弱的人数即可．

（4）根据题中的信息，给该校的安全教育提一个合理的建议：加强学生的防校园欺凌意识．

【解答】解：（1）本次调查的人数为：

8÷16%＝50（人）

其中防校园欺凌意识薄弱的人数占：

20÷50＝40%

故答案为：50、40．

（2）50×24%＝12（人）

补全条形统计图如下：

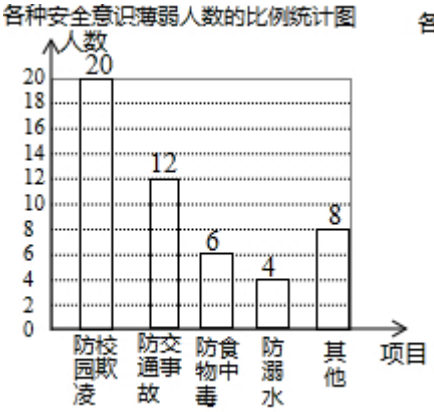


图1

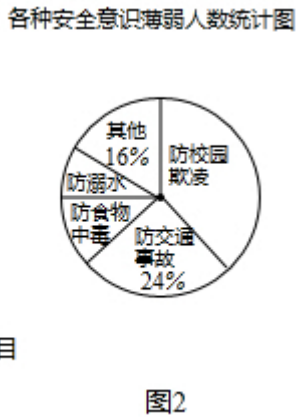


图2

（3）1500×（4÷50）

＝1500×8%

＝120（人）

答：估计该校学生中防溺水意识薄弱的人数是 120 人．

（4）根据题中的信息，给该校的安全教育提一个合理的建议：加强学生的防校园欺凌意识．

23．（10 分）为创建“全国文明城市”，周末团委组织志愿者进行宣传活动．班主任梁老师决定从 4 名女班干部（小悦、小惠、小艳和小倩）中通过抽签方式确定 2 名女生去参加．抽签规则：将 4 名女班干部姓名分别写在四张完全相同的卡片正面，把四张卡片背面朝上，洗匀后放在桌面上，梁老师先从中随机抽取一张卡片，记下姓名，再从剩余的三张卡片中随机抽取第二张，记下姓名．

（1）第一次抽取卡片“小悦被抽中”的概率为 $\frac{1}{4}$；

（2）试用画树状图或列表的方法表示这次抽签所有可能的结果，求出“小惠被抽中”的概率．

【答案】（1）$\frac{1}{4}$；

（2）$\frac{1}{2}$．

【分析】（1）根据概率公式即可得出答案；

（2）列举出所有情况数，看所求的情况占总情况的多少即可．

【解答】解：（1）第一次抽取卡片“小悦未抽中”的概率为$\frac{1}{4}$.

故答案为：$\frac{1}{4}$；

（2）记小悦、小惠、小艳和小倩这四位女同学分别为 A、B、C、D，列表如下：

	A	B	C	D
A	- - -	（B，A）	（C，A）	（D，A）
B	（A，B）	- - -	（C，B）	（D，B）
C	（A，C）	（B，C）	- - -	（D，C）
D	（A，D）	（B，D）	（C，D）	- - -

由表可知，共有 12 种等可能结果，其中小惠被抽中的有 6 种结果，

所以小惠被抽中的概率为$\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$.

24．（10 分）某蔬菜经销商去蔬菜生产基地批发某种蔬菜，已知这种蔬菜的批发量在 20 千克～50 千克之间（含 20 千克和 50 千克）时，每千克批发价是 5 元；若超过 50 千克时，批发的这种蔬菜全部打八折．

（1）此种蔬菜的日销售量 y（千克）受零售价 x（元/千克）的影响较大，为此该经销商试销一周获得如下数据（y 是 x 的一次函数）：

零售价 x（元/千克）	5	5.5	6	6.5	7
日销售量 y（千克）	90	75	60	45	30

根据以上数据求出 y 与 x 之间的函数关系式；

（2）若每天批发的蔬菜能够全部销售完，且当日零售价不变，那么零售价定为多少时，该经销商销售此种蔬菜的当日利润最大？最大利润为多少元？

【答案】（1）$y=-30x+240$；

（2）零售价定为 6 元时，该经销商销售此种蔬菜的当日利润最大，最大利润为 120 元．

【分析】（1）设 $y=kx+b$，用待定系数法可得 $y=-30x+240$；

（2）设经销商销售此种蔬菜的当日利润为 w 元，①当 $20\leqslant x\leqslant 50$ 时，$w=(-30x+240)(x-5)=-30x^2+390x-1200=-30(x-6.5)^2+67.5$，②当 $x>50$ 时，$w=(-30x+240)(x-5\times 0.8)=-30x^2+360x-960=-30(x-6)^2+120$，分别求出两种情况 w 的最大值，再比较即可．

【解答】解：（1）设 $y=kx+b$，把（5，90），（6，60）代入得：

$\begin{cases}5k+b=90\\6k+b=60\end{cases}$，

解得$\begin{cases}k=-30\\b=240\end{cases}$，

∴$y=-30x+240$；

（2）设经销商销售此种蔬菜的当日利润为 w 元，

①当 $20\leqslant x\leqslant 50$ 时，$w=(-30x+240)(x-5)=-30x^2+390x-1200=-30(x-6.5)^2+67.5$，

∵ $-30<0$，

∴当 $x=6.5$ 时，w 最大值为 67.5，此时 $y=-30\times 6.5+240=45$；

②当 $x>50$ 时，$w=(-30x+240)(x-5\times 0.8)=-30x^2+360x-960=-30(x-6)^2+120$，

∵ $-30<0$，

∴当 $x=6$ 时，w 取最大值 120，此时 $y=-30\times 6+240=60$；

∵$120>67.5$，

∴零售价定为 6 元时，该经销商销售此种蔬菜的当日利润最大，最大利润为 120 元．

25．（10 分）已知 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$\angle B=30°$，$AB=4$，点 E、F 分别在边 AC、边 BC 上（点 E 不与点 A 重合，点 F 不与点 B 重合），联结 EF，将△CEF 沿着直线 EF 翻折后，点 C 恰好落在边 AB 上的点 D 处．过点 D 作 $DM\perp AB$，交射线 AC 于点 M．设 $AD=x$，$\frac{CF}{CE}=y$，

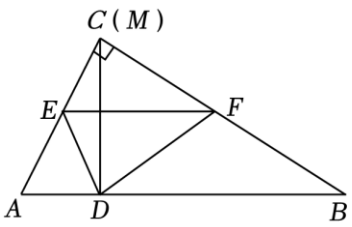


图1

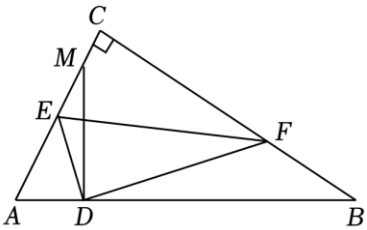
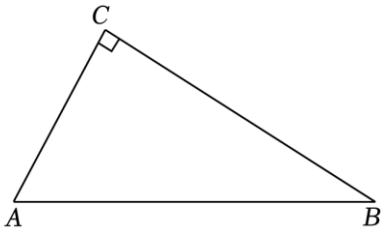


图2



（备用图）

（1）如图 1，当点 M 与点 C 重合时，求$\frac{MD}{ED}$的值；

（2）如图 2，当点 M 在线段 AC 上时，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出定义域；

（3）当$\frac{CM}{CE}=\frac{1}{2}$时，求 AD 的长．

【答案】（1）$\frac{MD}{ED}=\sqrt{3}$．

（2）$y=\frac{4\sqrt{3}-\sqrt{3}x}{3x}$（$4-2\sqrt{3}<x\leqslant 1$）．

（3）$AD=3-\sqrt{5}$或$\frac{11-\sqrt{21}}{5}$．

【分析】（1）根据直角三角形的性质求出$\angle A=60°$，$BC=2\sqrt{3}$，$AC=2$．由垂直的定义求出 MD，由

题意可得：$CE=ED=\frac{1}{2}CA=1$，即可求解．

（2）根据题意得出$\frac{CF}{CE}=\frac{DF}{DE}=y$，根据直角三角形的性质证明△*FDB*∽△*EDM*，根据相似三角形的性质即可求解．

（3）分两种情况讨论：①当点 *M* 在线段 *AC* 上时，②当点 *M* 在 *AC* 的延长线上时，利用勾股定理和相似三角形的性质即可求解．

【解答】解：（1）在 Rt△*ABC* 中，∠*ACB*＝90°，∠*B*＝30°，*AB*＝4，

∴∠*A*＝60°，$BC=2\sqrt{3}$，*AC*＝2，

∵*DM*⊥*AB*，

∴∠*ADM*＝90°，

∵*AC*＝2，∠*A*＝60°，

∴$MD=\sqrt{3}$，

由题意可得：$CE=ED=\frac{1}{2}CA=1$，

∴$\frac{MD}{ED}=\sqrt{3}$．

（2）由题意可知：*CE*＝*DE*，*CF*＝*DF*，∠*EDF*＝∠*C*＝90°，

∴$\frac{CF}{CE}=\frac{DF}{DE}=y$，

∵∠*MDF*+∠*FDB*＝90°，∠*EDM*+∠*MDF*＝90°，

∴∠*FDB*＝∠*EDM*，

在 Rt△*ADM* 中，∠*ADM*＝90°，∠*A*＝60°，*AD*＝*x*，

∴∠*AMD*＝30°，$DM=\sqrt{3}x$，

∴∠*B*＝∠*AMD*，

∴△*FDB*∽△*EDM*，

∴$\frac{DF}{DE}=\frac{DB}{DM}$，

∵*AD*＝*x*，*AB*＝4，

∴*DB*＝4﹣*x*，

∴$y=\frac{4\sqrt{3}-\sqrt{3}x}{3x}$（$4-2\sqrt{3}<x\leqslant 1$）．

（3）①当点 *M* 在线段 *AC* 上时，

∵$\frac{CM}{CE}=\frac{1}{2}$，

$\therefore \frac{EM}{CE}=\frac{EM}{DE}=\frac{1}{2}$，

由（2）得$\triangle FDB\backsim\triangle EDM$，

$\therefore \frac{FB}{EM}=\frac{FD}{ED}$，

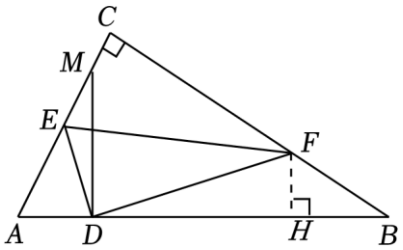
即$\frac{FB}{FD}=\frac{EM}{ED}=\frac{1}{2}$，

$\therefore \frac{FB}{FC}=\frac{1}{2}$，

$\because BC=2\sqrt{3}$，

$\therefore CF=DF=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，$BF=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

过点 F 作 $FH\perp AB$，垂足为点 H，



$\therefore BH=1$，$FH=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

在 Rt$\triangle DFH$ 中，$DH^2=DF^2-FH^2$，

$\therefore DH^2=(\frac{4\sqrt{3}}{3})^2-(\frac{\sqrt{3}}{3})^2=5$，

$\therefore DH=\sqrt{5}$（负值舍去），

$\therefore AD=3-\sqrt{5}$.

②当点 M 在 AC 的延长线上时，

$\because \frac{CM}{CE}=\frac{1}{2}$，

$\therefore \frac{CE}{ME}=\frac{DE}{ME}=\frac{2}{3}$，

由题意得$\angle M=\angle B$，$\angle EDM=\angle FDB$，

$\therefore \triangle EDM\backsim\triangle FDB$，

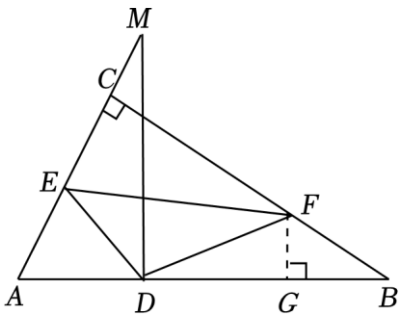
$\therefore \frac{ED}{FD}=\frac{EM}{FB}$，即$\frac{FB}{FD}=\frac{EM}{ED}=\frac{3}{2}$，

$\therefore \frac{FB}{FC}=\frac{3}{2}$，

$\because BC=2\sqrt{3}$，

$\therefore CF=DF=\frac{4\sqrt{3}}{5}$，$BF=\frac{6\sqrt{3}}{5}$，

过点 F 作 $FG\perp AB$，垂足为点 G.



$\therefore BG=\frac{9}{5}$，$FG=\frac{3\sqrt{3}}{5}$，$DG=\frac{\sqrt{21}}{5}$，

$\therefore AD=\frac{11-\sqrt{21}}{5}$.

综上，$AD=3-\sqrt{5}$或$\frac{11-\sqrt{21}}{5}$.

26.（10 分）某数学兴趣小组，开展项目式学习，问题如下：

如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$（$a>0$）与 x 轴正半轴分别交于 A、B 两点（点 B 在点 A 的右边），与 y 轴交于点 C，点 P 为抛物线上位于第一象限内的一动点（P 在 B 的右侧），过点 A、P 的直线交 y 轴于点 M，过点 B、P 的直线交 y 轴于点 N，连接 BM、BC、AC，试探究 CM、CN、OA、OB 之间的数量关系．为研究该问题，小组拟采用问题研究的一般路径一一从特殊到一般的研究方法：

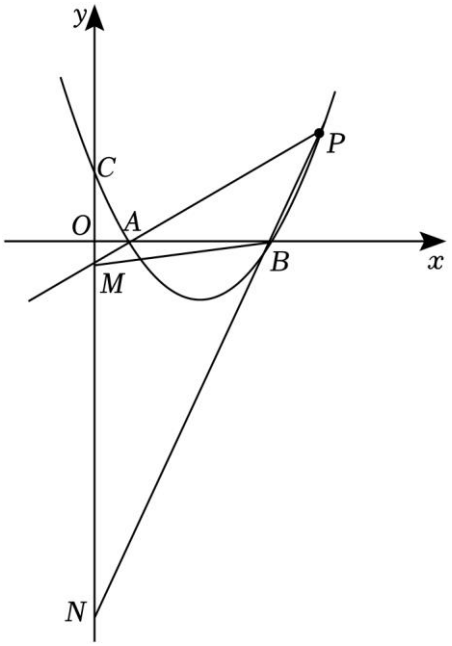
（1）设 $a=1$，$b=-3$，$c=2$.

①若点 P 的横坐标为 3，请计算$\frac{CM}{CN}=$ $\frac{1}{2}$；比较大小：$\frac{OA}{OB}$ ＿＿ $\frac{CM}{CN}$（填“＜”，“＞”或“＝”）.

②若点 P 的横坐标为 m，上述$\frac{OA}{OB}$与$\frac{CM}{CN}$之间的数量关系是否仍然成立，若成立，请证明；若不成立，请说明理由.

（2）小明在研究时发现：当 A、B 两点的横坐标为 x_1，x_2（$x_1<x_2$）时，将抛物线变形为 $y=a(x-x_1)(x-x_2)$，研究此问题更加方便，请借助小明的发现验证你的猜想.

（3）请利用上述经验，解决项目式问题，若$\frac{S_{\triangle BCM}-S_{\triangle ACM}}{S_{\triangle BCM}}=k$，请直接写出 k 的取值范围 $0<k\leq\frac{1}{4}$.



【答案】（1）①$\frac{1}{2}$，=；

②$\frac{OA}{OB}$与$\frac{CM}{CN}$之间的数量关系仍然成立；理由见解答过程；

（2）$\frac{OA}{OB}=\frac{CM}{CN}$；理由见解答过程；

（3）$0<k\leqslant\frac{1}{4}$.

【分析】（1）①由题意得，抛物线的表达式为：$y=x^2-3x+2$，得到点 A、B 的坐标分别为：（1，0）、（2，0），由点 A、P 的坐标得，直线 AP 的表达式为：$y=（m-2）（x-1）$，则点 M 的坐标为：（0，$-m+2$），同理可得，点 N（0，$2-2m$），即可求解；

②求出点 M 的坐标为：（0，$-m+2$），同理可得，点 N（0，$2-2m$），即可求解；

（2）求出点 M 的坐标为：（0，$-ax_1（m-x_2）$），同理可得，点 N（0，$ax_2（m-x_1）$），即可求解；

（3）由$\frac{S_{\triangle BCM}-S_{\triangle ACM}}{S_{\triangle BCN}}=k=\frac{\frac{1}{2}CM(x_2-x_1)}{\frac{1}{2}\cdot CN\cdot x_2}=\frac{x_1(x_2-x_1)}{x_2^2}$，即可求解.

【解答】解：（1）①由题意得，抛物线的表达式为：$y=x^2-3x+2$，

当 $x=0$ 时，$y=2$，即点 C（0，2），

令 $y=x^2-3x+2=0$，则 $x=1$ 或 2，

即点 A、B 的坐标分别为：（1，0）、（2，0），

设点 P（m，m^2-3m+2），

由点 A、P 的坐标得，直线 AP 的表达式为：$y=（m-2）（x-1）$，则点 M 的坐标为：（0，$-m+2$），

同理可得，点 N（0，2﹣2m），

则 $CM=m$，$CN=2m$，

即$\frac{OA}{OB}=\frac{1}{2}$，$\frac{CM}{CN}=\frac{1}{2}=\frac{OA}{OB}$，

故答案为：$\frac{1}{2}$，＝；

②$\frac{OA}{OB}$与$\frac{CM}{CN}$之间的数量关系仍然成立，理由如下：

设点 P（m，m^2﹣3m+2），

由点 A、P 的坐标得，直线 AP 的表达式为：$y=（m﹣2）（x﹣1）$，

则点 M 的坐标为：（0，﹣m+2），

同理可得，点 N（0，2﹣2m），

则 $CM=m$，$CN=2m$，

即$\frac{OA}{OB}=\frac{1}{2}$，$\frac{CM}{CN}=\frac{1}{2}=\frac{OA}{OB}$；

即$\frac{OA}{OB}=\frac{CM}{CN}$；

（2）$\frac{OA}{OB}=\frac{CM}{CN}$；理由如下：

设点 P（m，$a（m﹣x_1）（m﹣x_2）$），

由点 A、P 的坐标得，直线 AP 的表达式为：$y=a（m﹣2）（x﹣x_1）$，

则点 M 的坐标为：（0，﹣$ax_1（m﹣x_2）$），

同理可得，点 N（0，$ax_2（m﹣x_1）$），

则 $CM=amx_1$，$CN=amx_2$，

即$\frac{OA}{OB}=\frac{CM}{CN}$；

（3）$\frac{S_{△BCM}-S_{△ACM}}{S_{△BCN}}=k=\frac{\frac{1}{2}CM(x_2-x_1)}{\frac{1}{2}\cdot CN\cdot x_2}=\frac{x_1(x_2-x_1)}{x_2^2}$，

设 $t=\frac{x_1}{x_2}$（0＜t＜1），

则 $k=﹣t^2+t=﹣（t-\frac{1}{2}）^2+\frac{1}{4}$，

∴0＜k≤$\frac{1}{4}$，

故答案为：$0<k\leqslant\frac{1}{4}$.