2022-2023学年江苏省镇江实验高级中学高二（下）期末数学试卷

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．（5分）已知随机变量X的分布列为

X	－1	0	1
P	$\frac{1}{4}$	$1-4q$	q

则实数q＝（　　）

A．$\frac{1}{4}$　　B．$\frac{1}{6}$　　C．$\frac{1}{8}$　　D．$\frac{1}{12}$

2．（5分）在$(\sqrt{x}-\frac{1}{2x})^n$的展开式中第3项与第5项的二项式系数相等，则展开式的常数项为（　　）

A．－3　　B．3　　C．$-\frac{15}{4}$　　D．$\frac{15}{4}$

3．（5分）将4名乡村振兴志愿者分配到科技助农，文艺文化，科普宣传和乡村环境治理4个项目进行培训，每名志愿者只分配到1个项目，志愿者小王不去文艺文化项目，则不同的分配方案共有（　　）

A．12种　　B．18种　　C．24种　　D．48种

（多选）4．（5分）下列结论正确的是（　　）

A．$3\times4\times5\times6=A_6^4$

B．$C_6^2+C_6^3=C_7^3$

C．$C_8^1+C_8^3+C_8^5+C_8^7=128$

D．若$C_{17}^x=C_{17}^{2x-1}$，则正整数x的值是1

5．（5分）某学习小组八名学生在一次物理测验中的得分（单位：分）如下：83，84，86，87，88，90，93，96，这八人成绩的第60百分位数是n．若在该小组随机选取两名学生，则得分都比n低的概率为（　　）

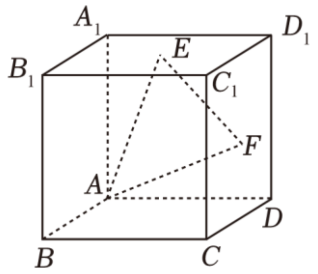
A．$\frac{3}{7}$　　B．$\frac{15}{28}$　　C．$\frac{3}{14}$　　D．$\frac{9}{14}$

6．（5分）平行六面体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，已知底面四边形$ABCD$为矩形，$\angle A_1AB=\angle A_1AD=120°$，$AA_1=2$，$AB=AD=1$，则$AC_1$＝（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．2　　C．$\sqrt{10}$　　D．10

7．（5分）已知正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为2，E、F分别为上底面$A_1B_1C_1D_1$和侧面CDD_1C_1的中

心，则点 D 到平面 AEF 的距离为（　　）



A．$\frac{2\sqrt{11}}{11}$　　B．$\frac{\sqrt{11}}{11}$　　C．$\frac{\sqrt{11}}{4}$　　D．$\frac{4\sqrt{11}}{11}$

8．（5 分）若对任意的 x_1，$x_2\in$（m，$+\infty$），且 $x_1<x_2$，有$\frac{x_1\ln x_2-x_2\ln x_1}{x_1-x_2}>1$，则 m 的取值范围是（　　）

A．[e^2，$+\infty$）　　B．[e，$+\infty$）　　C．[$\frac{1}{e}$，$+\infty$）　　D．[$\frac{1}{e}$，e）

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

（多选）9．（5 分）已知一组数据 x_1，x_2，…，x_{13} 构成等差数列，且公差不为 0．若去掉数据 x_7，则（　　）

A．平均数不变　　B．中位数不变

C．方差变小　　D．方差变大

（多选）10．（5 分）李明每天 7：00 从家里出发去学校，有时坐公交车，有时骑自行车．他各记录了 50 次坐公交车和骑自行车所花的时间，经数据分析得到：坐公交车平均用时 30 分钟，样本方差为 36；自行车平均用时 34 分钟，样本方差为 4．假设坐公交车用时 X 和骑自行车用时 Y 都服从正态分布，则（　　）

A．P（$X>32$）$>P$（$Y>32$）

B．P（$X\leqslant 36$）$=P$（$Y\leqslant 36$）

C．李明计划 7：34 前到校，应选择坐公交车

D．李明计划 7：40 前到校，应选择骑自行车

（多选）11．（5 分）甲盒中有 3 个红球，2 个白球；乙盒中有 2 个红球，3 个白球．先从甲盒中随机取出一球放入乙盒，用事件 A 表示“从甲盒中取出的是红球”，用事件 B 表示“从甲盒中取出的是白球”；再从乙盒中随机取出一球，用事件 C 表示“从乙盒中取出的是红球”，则（　　）

A．事件 A 与事件 B 是对立事件

B．事件 B 与事件 C 是独立事件

C．P（C）$=\frac{3}{10}$

D．P（$A|C$）$=\frac{9}{13}$

（多选）12．（5 分）小明与另外 2 名同学进行“手心手背”游戏，规则是：3 人同时随机等可能选择手心或手背中的一种手势，规定相同手势人数多者每人得 1 分，其余每人得 0 分．现 3 人共进行了 4 次游戏，每次游戏互不影响，记小明 4 次游戏得分之和为 X，则下列结论正确的是（　　）

A．每次游戏中小明得 1 分的概率是$\frac{3}{4}$

B．X 的均值是 2

C．X 的均值是 3

D．X 的方差是$\frac{1}{4}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13．（5 分）某市政府调查市民收入增减与旅游需求的关系时，采用独立性检验法抽查了 5000 人，计算发现 $x^2=6.109$，根据这一数据，市政府断言市民收入增减与旅游需求有关的可信度是 __________%．

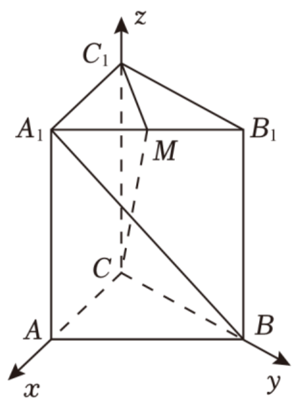
附：常用小概率值和临界值表：

α	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.001
x_α	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	10.828

14．（5 分）设两个相互独立事件 A，B，若事件 A 发生的概率为 p，B 发生的概率为 $1-p$，则 A 与 B 同时发生的概率的最大值为 __________________．

15．（5 分）已知函数 $f(x)=2x+lnx$，若过点（0，﹣1）的直线与曲线 $y=f(x)$ 相切，则该直线斜率为 _______．

16．（5 分）如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$\angle BCA=90^\circ$，$AC=CC_1=2$，M 是 A_1B_1 的中点，以 C 为坐标原点，建立如图所示的空间直角坐标系．若 $\overrightarrow{A_1B}\perp\overrightarrow{C_1M}$，则异面直线 CM 与 A_1B 所成角的余弦值为 ____________________．



四、解答题：共 70 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

17.（10 分）已知函数 f（x）$=xlnx-\alpha x+1$ 在 $x=e^2$ 处取得极值．

（1）求 f（x）的单调区间；

（2）若 f（x）$<2c^2-c$ 在 $x\in[1,e^3]$上恒成立，求实数 c 的取值范围．

18.（12 分）盒中装有 6 个同种产品，其中 4 个一等品，2 个二等品，不放回地从中取产品，每次取 1 个，求：

（1）取两次，两次都取得一等品的概率；

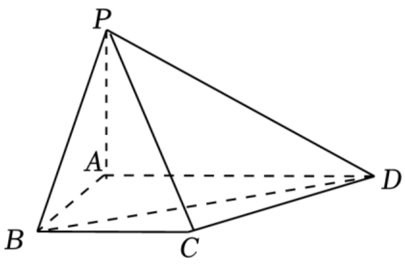
（2）取两次，第二次取得一等品的概率；

（3）取两次，已知第二次取得一等品的条件下，第一次取得的是二等品的概率．

19.（12 分）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$平面 $ABCD$，PB 与底面所成的角为 45°，底面 $ABCD$ 为直角梯形，$\angle ABC=\angle BAD=90°$，$AD=2$，$PA=BC=1$．

（1）求直线 PC 与平面 PBD 所成角的正弦值；

（2）求平面 PAB 与平面 PCD 所成的锐二面角的余弦值．



20.（12 分）某学校为学生开设了一门模具加工课，经过一段时间的学习，拟举行一次模具加工大赛，学生小明、小红打算报名参加大赛．赛前，小明、小红分别进行了为期一周的封闭强化训练，下表记录了两人在封闭强化训练期间每天加工模具成功的次数，其中小明第 7 天的成功次数 a 忘了记录，但知道 $36\leqslant a\leqslant 60$，$a\in\mathbf{Z}$．

	第一天	第二天	第三天	第四天	第五天	第六天	第七天
序号 x	1	2	3	4	5	6	7
小明成功次数	16	20	20	25	30	36	a
小红成功次数	16	22	25	26	32	35	35

（1）求这 7 天内小明成功的总次数不少于小红成功的总次数的概率；

（2）根据小明这 7 天内前 6 天的成功次数，求其成功次数 y 关于序号 x 的线性回归方程，并估计小明

第七天成功次数 a 的值．

参考公式：回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 中斜率与截距的最小二乘估计公式分别为

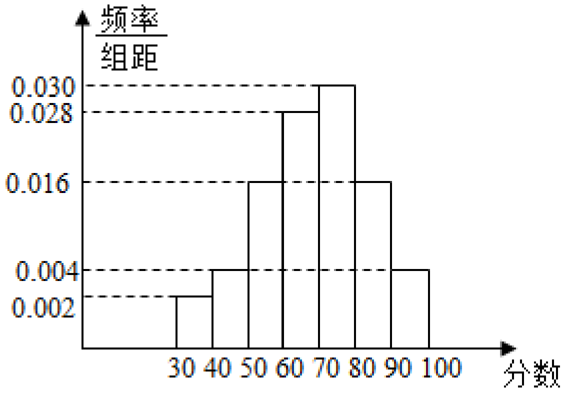
$$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\overline{y}}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}，\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}.$$

参考数据：$1\times16+2\times20+3\times20+4\times25+5\times30+6\times36=582$；$1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+6^2=91$．

21．（12 分）2017 年某市政府为了有效改善市区道路交通拥堵状况出台了一系列的改善措施，其中市区公交站点重新布局和建设作为重点项目．市政府相关部门根据交通拥堵情况制订了“市区公交站点重新布局方案”，现准备对该“方案”进行调查，并根据调查结果决定是否启用该“方案”．调查人员分别在市区的各公交站点随机抽取若干市民对该“方案”进行评分，并将结果绘制成如图所示的频率分布直方图．相关规则为：①调查对象为本市市民，被调查者各自独立评分；②采用百分制评分，[60，80）内认定为满意，不低于 80 分认定为非常满意；③市民对公交站点布局的满意率不低于 75%即可启用该“方案”；④用样本的频率代替概率．

（Ⅰ）从该市 800 万人的市民中随机抽取 5 人，求恰有 2 人非常满意该“方案”的概率；并根据所学统计学知识判断该市是否启用该“方案”，说明理由．

（Ⅱ）已知在评分低于 60 分的被调查者中，老年人占$\frac{1}{3}$，现从评分低于 60 分的被调查者中按年龄分层抽取 9 人以便了解不满意的原因，并从中抽取 3 人担任群众督查员，记 ξ 为群众督查员中的老人的人数，求随机变量 ξ 的分布列及其数学期望 $E\xi$．



22．（12 分）已知二项式 $(x+3x^2)^n$．

（1）若它的二项式系数之和为 128．

①求展开式中二项式系数最大的项；

②求展开式中系数最大的项；

（2）若 x＝3，n＝2022，求二项式的值被 7 除的余数．

2022-2023学年江苏省镇江实验高级中学高二（下）期末数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．（5分）已知随机变量X的分布列为

X	﹣1	0	1
P	$\frac{1}{4}$	$1-4q$	q

则实数q=（　　）

A．$\frac{1}{4}$　　B．$\frac{1}{6}$　　C．$\frac{1}{8}$　　D．$\frac{1}{12}$

【答案】D

【分析】根据题意，由分布列的性质可得$\frac{1}{4}$+（1﹣4q）+q＝1，解可得q的值，即可得答案．

【解答】解：根据题意，由随机变量的分布列，$\frac{1}{4}$+（1﹣4q）+q＝1，

解得：$q=\frac{1}{12}$．

故选：D．

2．（5分）在$(\sqrt{x}-\frac{1}{2x})^{n}$的展开式中第3项与第5项的二项式系数相等，则展开式的常数项为（　　）

A．﹣3　　B．3　　C．$-\frac{15}{4}$　　D．$\frac{15}{4}$

【答案】D

【分析】先求出n＝6，再写出展开式的通项公式，令$3-\frac{3}{2}r=0$求出r，代入计算即可．

【解答】解：由题意知，$C_n^2=C_n^4$，

所以n＝6，

所以$T_{r+1}=C_6^r(\sqrt{x})^{6-r}(-\frac{1}{2x})^{r}=C_6^r(-\frac{1}{2})^{r}x^{3-\frac{3}{2}r}$，

令$3-\frac{3}{2}r=0\Rightarrow r=2$，

所以展开式的常数项为$C_6^2(-\frac{1}{2})^{2}x^{0}=\frac{15}{4}$．

故选：*D*．

3．（5 分）将 4 名乡村振兴志愿者分配到科技助农，文艺文化，科普宣传和乡村环境治理 4 个项目进行培训，每名志愿者只分配到 1 个项目，志愿者小王不去文艺文化项目，则不同的分配方案共有（　　）

A．12 种　　B．18 种　　C．24 种　　D．48 种

【答案】*B*

【分析】先考虑小王的分配方案种数，再排其他志愿者，根据分步乘法计数原理计算即可．

【解答】解：志愿者小王不去文艺文化项目，则小王有 3 种分配方案，

剩下的三名志愿者有 A_3^3＝6 种分配方案，

则不同的分配方案共有 3×6＝18 种．

故选：*B*．

（多选）4．（5 分）下列结论正确的是（　　）

A．3×4×5×6＝A_6^4

B．$C_6^2+C_6^3=C_7^3$

C．$C_8^1+C_8^3+C_8^5+C_8^7=128$

D．若 $C_{17}^{x}=C_{17}^{2x-1}$，则正整数 *x* 的值是 1

【答案】*ABC*

【分析】选项 *A*，根据排列数公式直接判断；

选项 *B*、*D*，根据组合数公式及性质直接求解；

选项 *C*，根据二项式系数和公式，奇数项与偶数项的二项式系数和各占一半得出结果．

【解答】解：选项 *A*，因为 $A_6^4=6\times5\times4\times3$，故 *A* 正确；

选项 *B*，$C_6^2+C_6^3=\frac{6\times5}{2\times1}+\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=C_7^3$，故 *B* 正确；

选项 *C*，由 $(1+1)^8=C_8^0+C_8^1+C_8^2+C_8^3+C_8^4+C_8^5+C_8^6+C_8^7+C_8^8=2^8$，$(1-1)^8=C_8^0-C_8^1+C_8^2-C_8^3+C_8^4-C_8^5+C_8^6-C_8^7+C_8^8=0$，得 $C_8^1+C_8^3+C_8^5+C_8^7=2^7=128$，故 *C* 正确；

选项 *D*，因为 $C_{17}^{x}=C_{17}^{2x-1}$，所以 *x*＝2*x*﹣1 或 *x*+2*x*﹣1＝17，即 *x*＝1 或 6，故 *D* 错误．

故选：*ABC*．

5．（5 分）某学习小组八名学生在一次物理测验中的得分（单位：分）如下：83，84，86，87，88，90，

93，96，这八人成绩的第 60 百分位数是 n．若在该小组随机选取两名学生，则得分都比 n 低的概率为（　　）

A．$\frac{3}{7}$　　B．$\frac{15}{28}$　　C．$\frac{3}{14}$　　D．$\frac{9}{14}$

【答案】C

【分析】首先根据题意得到 $n=88$，再利用古典概型公式求解即可．

【解答】解：$8\times60\%=4.8$，故这 8 人成绩的第 60 百分位数是从小到大排列的第 5 个数，即 $n=88$，

在该小组随机选取两名学生共有 $C_8^2=28$种情况，

其中得分都比 n 低的有 $C_4^2=6$种，

所以所求概率 $P=\frac{6}{28}=\frac{3}{14}$．

故选：C．

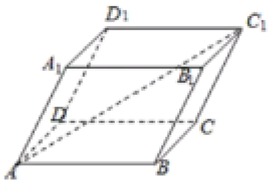
6．（5 分）平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，已知底面四边形 $ABCD$ 为矩形，$\angle A_1AB=\angle A_1AD=120°$，$AA_1=2$，$AB=AD=1$，则 $AC_1=$（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．2　　C．$\sqrt{10}$　　D．10

【答案】A

【分析】根据空间向量运算可知$\overrightarrow{A_1C}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}$，再利用平方后的数量积公式计算结果．

【解答】解：平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，已知底面四边形 $ABCD$ 为矩形，$\angle A_1AB=\angle A_1AD=120°$，$AA_1=2$，$AB=AD=1$，



$\because\overrightarrow{AC_1}^2=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}$，

$\therefore=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1})^2=\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{AD}^2+\overrightarrow{AA_1}^2+2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}+2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AA_1}+2\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AA_1}$

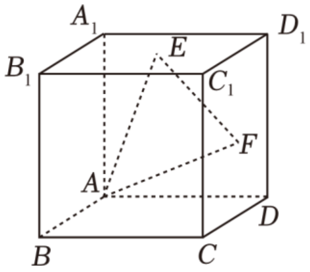
$=1^2+1^2+2^2+0+2\times1\times2\times(-\frac{1}{2})+2\times1\times2\times(-\frac{1}{2})$

$=2$，

$\therefore|\overrightarrow{AC_1}|=\sqrt{2}$．

故选：A．

7．（5 分）已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，E、F 分别为上底面 $A_1B_1C_1D_1$ 和侧面 CDD_1C_1 的中心，则点 D 到平面 AEF 的距离为（　　）



A．$\dfrac{2\sqrt{11}}{11}$　　B．$\dfrac{\sqrt{11}}{11}$　　C．$\dfrac{\sqrt{11}}{4}$　　D．$\dfrac{4\sqrt{11}}{11}$

【答案】A

【分析】建立空间直角坐标系，利用向量法得出点 D 到平面 AEF 的距离．

【解答】解：建立如图所示的空间直角坐标系，

则 A（0，0，0），E（1，1，2），F（1，2，1），D（0，2，0），

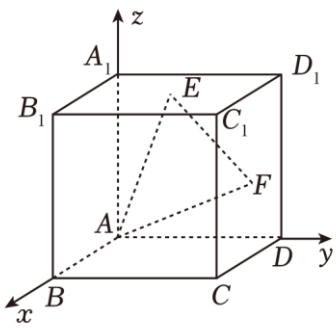
则有 $\overrightarrow{AE}=(1,\ 1,\ 2)$，$\overrightarrow{AF}=(1,\ 2,\ 1)$，$\overrightarrow{AD}=(0,\ 2,\ 0)$，

设平面 AEF 的法向量为 $\overrightarrow{n}=(x,\ y,\ z)$，

则 $\begin{cases}\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{n}=x+y+2z=0\\ \overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{n}=x+2y+z=0\end{cases}$，

可取 $\overrightarrow{n}=(3,\ -1,\ -1)$，

所以点 D 到平面 AEF 的距离为 $\dfrac{|\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{AD}|}{|\overrightarrow{n}|}=\dfrac{2}{\sqrt{11}}=\dfrac{2\sqrt{11}}{11}$．



故选：A．

8．（5 分）若对任意的 x_1，$x_2\in(m，+\infty)$，且 $x_1<x_2$，有 $\dfrac{x_1\ln x_2-x_2\ln x_1}{x_1-x_2}>1$，则 m 的取值范围是（　　）

A．$[e^2，+\infty)$　　B．$[e，+\infty)$　　C．$[\dfrac{1}{e}，+\infty)$　　D．$[\dfrac{1}{e}，e)$

【答案】A

【分析】先对已知不等式进行变形，然后结合不等式特点构造函数，结合单调性定义及导数与单调性关系即可求解.

【解答】解：因为对任意的 x_1，$x_2\in$（m，$+\infty$），且 $x_1<x_2$，有$\dfrac{x_1\ln x_2-x_2\ln x_1}{x_1-x_2}>1$，

所以 $x_1\ln x_2-x_2\ln x_1<x_1-x_2$，

即$\dfrac{\ln x_2}{x_2}-\dfrac{\ln x_1}{x_1}<\dfrac{1}{x_2}-\dfrac{1}{x_1}$，

令 $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}-\dfrac{1}{x}$，$x>m$，

则 $f'(x)=\dfrac{2-\ln x}{x^2}$，

易得 $f(x)$ 在（0，e^2）上单调递增，在（e^2，$+\infty$）上单调递减，

又由题意得 $f(x)$ 在（m，$+\infty$）单调递减，

故 $m\geqslant e^2$.

故选：A.

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

（多选）9．（5 分）已知一组数据 x_1，x_2，…，x_{13} 构成等差数列，且公差不为 0．若去掉数据 x_7，则（　　）

A．平均数不变　　　　B．中位数不变

C．方差变小　　　　D．方差变大

【答案】ABD

【分析】根据平均数的概念结合等差数列的性质判断 A，由中位数的概念可判断 B，由方差计算公式即可判断 CD.

【解答】解：对于选项 A，原数据的平均数为 $x=\dfrac{1}{13}(x_1+x_2+\cdots+x_{13})=\dfrac{1}{13}\times\dfrac{13\times(x_1+x_{13})}{2}=x_7$，

去掉 x_7 后的平均数为 $\overline{x}=\dfrac{1}{12}(x_1+x_2+\cdots+x_6+x_8+\cdots+x_{13})=\dfrac{1}{12}\times\dfrac{12(x_1+x_{13})}{2}=x_7=x$，即平均数不变，故选项 A 正确；

对于选项 B，原数据的中位数为 x_7，去掉 x_7 后的中位数为$\dfrac{1}{2}(x_6+x_8)=x_7$，即中位数没变，故选项 B 正确；

对于选项 C，则原数据的方差为 $s^2=\frac{1}{13}[(x_1-x_7)^2+(x_2-x_7)^2+\cdots+(x_{13}-x_7)^2]$，

去掉 x_7 后的方差为 $s'^2=\frac{1}{12}[[(x_1-x_7)^2+(x_2-x_7)^2+\cdots\ (x_6-x_7)^2+(x_8-x_7)^2+(x_{13}-x_7)^2]$，

故 $s^2<s'^2$，即方差变大，故选项 C 不正确，选项 D 正确．

故选：ABD．

（多选）10．（5 分）李明每天 7：00 从家里出发去学校，有时坐公交车，有时骑自行车．他各记录了 50 次坐公交车和骑自行车所花的时间，经数据分析得到：坐公交车平均用时 30 分钟，样本方差为 36；自行车平均用时 34 分钟，样本方差为 4．假设坐公交车用时 X 和骑自行车用时 Y 都服从正态分布，则(　　)

A．$P(X>32)>P(Y>32)$

B．$P(X\leqslant 36)=P(Y\leqslant 36)$

C．李明计划 7：34 前到校，应选择坐公交车

D．李明计划 7：40 前到校，应选择骑自行车

【答案】BCD

【分析】首先利用正态分布，确定 μ 和 σ，再结合正态分布的对称性，和 3σ 的原则，即可求解．

【解答】解：A．由条件可知 $X\sim N(30,6^2)$，$Y\sim N(34,2^2)$，根据对称性可知 $P(Y>32)>0.5>P(X>32)$，故 A 错误；

B．$P(X\leqslant 36)=P(X\leqslant \mu+\sigma)$，$P(Y\leqslant 36)=P(Y\leqslant \mu+\sigma)$，所以 $P(X\leqslant 36)=P(Y\leqslant 36)$，故 B 正确；

C．$P(X\leqslant 34)>0.5=P(Y\leqslant 34)$，所以 $P(X\leqslant 34)>P(Y\leqslant 34)$，故 C 正确；

D．$P(X\leqslant 40)<P(X<42)=P(X<\mu+2\sigma)$，$P(Y\leqslant 40)=P(Y\leqslant \mu+3\sigma)$，所以 $P(X\leqslant 40)<P(Y\leqslant 40)$，故 D 正确．

故选：BCD．

（多选）11．（5 分）甲盒中有 3 个红球，2 个白球；乙盒中有 2 个红球，3 个白球．先从甲盒中随机取出一球放入乙盒，用事件 A 表示“从甲盒中取出的是红球”，用事件 B 表示“从甲盒中取出的是白球”；再从乙盒中随机取出一球，用事件 C 表示“从乙盒中取出的是红球”，则（　　）

A．事件 A 与事件 B 是对立事件

B．事件 B 与事件 C 是独立事件

C．$P(C)=\frac{3}{10}$

D．$P(A|C)=\frac{9}{13}$

【答案】AD

【分析】根据互斥事件的定义即可判断 A；根据相互独立事件的定义即可判断 B；分第一次取白球和红球两种情况讨论，从而可判断 C；根据条件概率公式即可判断 D.

【解答】解：对于 A：事件 A 与事件 B 不能同时发生，且没有其他的可能结果，事件 A 与事件 B 是对立事件，故 A 正确；

对于 B：事件 B 发生与否与事件 C 有关，事件 B 与事件 C 不是相互独立事件，故 B 错误；

对于 C：P（C）$=\frac{C_3^1}{C_5^1}\times\frac{C_3^1}{C_6^1}+\frac{C_2^1}{C_5^1}\times\frac{C_2^1}{C_6^1}=\frac{13}{30}$，故 C 错误；

对于 D：P（AC）$=\frac{C_3^1}{C_5^1}\times\frac{C_3^1}{C_6^1}=\frac{9}{30}$，$P$（$C$）$=\frac{C_3^1}{C_5^1}\times\frac{C_3^1}{C_6^1}+\frac{C_2^1}{C_5^1}\times\frac{C_2^1}{C_6^1}=\frac{13}{30}$，

所以 P（$A|C$）$=\frac{P(AC)}{P(C)}=\frac{\frac{9}{30}}{\frac{13}{30}}=\frac{9}{13}$，故 D 正确.

故选：AD.

（多选）12.（5 分）小明与另外 2 名同学进行“手心手背”游戏，规则是：3 人同时随机等可能选择手心或手背中的一种手势，规定相同手势人数多者每人得 1 分，其余每人得 0 分．现 3 人共进行了 4 次游戏，每次游戏互不影响，记小明 4 次游戏得分之和为 X，则下列结论正确的是（　　）

A．每次游戏中小明得 1 分的概率是$\frac{3}{4}$

B．X 的均值是 2

C．X 的均值是 3

D．X 的方差是$\frac{1}{4}$

【答案】AC

【分析】X 的可能取值为 0，1，2，3，4，利用列举法求出小明每次得 1 分的概率 $P=\frac{3}{4}$，从而 $X\sim B(4,\ \frac{3}{4})$，由此能求出 E（X）和 D（X）.

【解答】解：3 人同时随机等可能选择手心或手背中的一种手势，

规定相同手势人数多者每人得 1 分，其余每人得 0 分，

现 3 人共进行了 4 次游戏，记小明 4 次游戏得分之和为 X，

则 X 的可能取值为 0，1，2，3，4，

设其他两位同学为 a，b，小明为 c，列表得：

a	b	c
手心	手心	手背
手心	手背	手背
手心	手心	手心
手心	手背	手心
手背	手心	手背
手背	手心	手心
手背	手背	手背
手背	手背	手心

共有 8 种情况，小明得 1 分结果有 6 种情况，

∴小明每次得 1 分的概率 $P=\frac{3}{4}$，

故 A 正确；

∴ $X\sim B(4,\ \frac{3}{4})$，

故 B 错误，C 正确；

∴ $E(X)=4\times\frac{3}{4}=3$，

$D(X)=4\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$.

故 D 错误．

故选：AC．

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13．（5 分）某市政府调查市民收入增减与旅游需求的关系时，采用独立性检验法抽查了 5000 人，计算发现 $\chi^2=6.109$，根据这一数据，市政府断言市民收入增减与旅游需求有关的可信度是 __97.5__%．

附：常用小概率值和临界值表：

α	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.001
x_α	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	10.828

【答案】97.5．

【分析】由 χ^2 的观测值结合临界值表得出结论．

【解答】解：由已知可得 $\chi^2=6.109>5.024$，

所以市政府断言市民收入增减与旅游需求有关的可信度是97.5%.

故答案为：97.5.

14.（5分）设两个相互独立事件A，B，若事件A发生的概率为p，B发生的概率为$1-p$，则A与B同时发生的概率的最大值为 __$\frac{1}{4}$__.

【答案】$\frac{1}{4}$.

【分析】根据相互独立事件的定义以及基本不等式的性质计算即可.

【解答】解：∵A，B是两个相互独立事件，

事件A发生的概率为p，B发生的概率为$1-p$，

则$P(AB)=P(A)P(B)=p(1-p)\leqslant(\frac{p+(1-p)}{2})^2=\frac{1}{4}$

当且仅当$p=1-p=\frac{1}{2}$时"＝"成立.

故答案为：$\frac{1}{4}$.

15.（5分）已知函数$f(x)=2x+lnx$，若过点（0，-1）的直线与曲线$y=f(x)$相切，则该直线斜率为 __3__.

【答案】见试题解答内容

【分析】设出切点的坐标，求得$f(x)$的导数，由导数的几何意义可得切线的斜率，再由两点的斜率公式解方程可得所求值.

【解答】解：设切点为$(m, 2m+lnm)$，

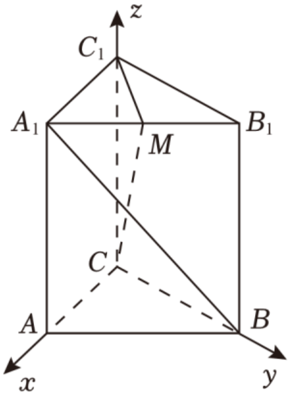
函数$f(x)=2x+lnx$的导数为$f'(x)=2+\frac{1}{x}$，可得切线的斜率为$k=2+\frac{1}{m}$，

即$2+\frac{1}{m}=\frac{2m+lnm-(-1)}{m}$，

解得$m=1$，即有$k=2+1=3$.

故答案为：3.

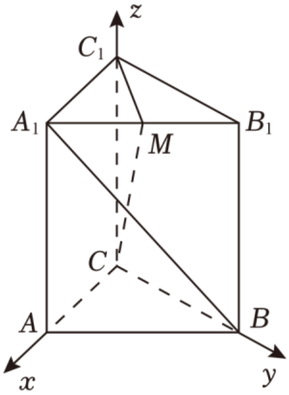
16.（5分）如图，在直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$\angle BCA=90°$，$AC=CC_1=2$，M是A_1B_1的中点，以C为坐标原点，建立如图所示的空间直角坐标系．若$\overrightarrow{A_1B}\perp\overrightarrow{C_1M}$，则异面直线$CM$与$A_1B$所成角的余弦值为 __$\frac{\sqrt{2}}{3}$__.



【答案】$\frac{\sqrt{2}}{3}$.

【分析】设 $CB=t>0$，由向量垂直的坐标表示可解得 t，即可由向量法求得 $\cos\langle\overrightarrow{CM},\ \overrightarrow{A_1B}\rangle$，从而求得结果.

【解答】解：如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$\angle BCA=90°$，$AC=CC_1=2$，M 是 A_1B_1 的中点，以 C 为坐标原点，建立如图所示的空间直角坐标系，



由题意得，设 $CB=t>0$，则有

$C(0,\ 0,\ 0)$，$A_1(2,\ 0,\ 2)$，$B(0,\ t,\ 0)$，$B_1(0,\ t,\ 2)$，$M(1,\ \frac{t}{2},\ 2)$，$C_1(0,\ 0,$

，

$\overrightarrow{A_1B}=(-2,\ t,\ -2)$，$\overrightarrow{C_1M}=(1,\ \frac{t}{2},\ 0)$，由 $\overrightarrow{A_1B}\perp\overrightarrow{C_1M}$ 得 $\overrightarrow{A_1B}\cdot\overrightarrow{C_1M}=-2+\frac{t^2}{2}=0\Rightarrow t=2$.

因为 $\overrightarrow{CM}=(1,\ 1,\ 2)$，$\overrightarrow{A_1B}=(-2,\ 2,\ -2)$，所以 $\cos\langle\overrightarrow{CM},\ \overrightarrow{A_1B}\rangle=\frac{-4}{\sqrt{6}\times2\sqrt{3}}=-\frac{\sqrt{2}}{3}$，

故异面直线 CM 与 A_1B 夹角的余弦值为 $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

故答案为：$\frac{\sqrt{2}}{3}$.

四、解答题：共 70 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

17．（10 分）已知函数 $f(x)=x\ln x-\alpha x+1$ 在 $x=e^2$ 处取得极值．

（1）求 f（x）的单调区间；

（2）若 f（x）$<2c^2-c$ 在 $x\in[1，e^3]$上恒成立，求实数 c 的取值范围．

【答案】（1）函数的单调递增区间为$[e^2，+\infty)$，单调递减区间为$(0，e^2)$；

（2）$\{c|c>1$ 或 $c<-\frac{1}{2}\}$．

【分析】（1）先对函数求导，结合导数与极值关系可求 a，进而可求函数的单调区间；

（2）由已知结合不等式恒成立与最值关系的转化即可求解．

【解答】解：（1）$f'(x)=\ln x+1-a$，

由题意得 $f'(e^2)=3-a=0$，

所以 $a=3$，此时 $f'(x)=\ln x-2$，

易得，$x>e^2$ 时，$f'(x)>0$，函数单调递增，$x<e^2$ 时，$f'(x)<0$，函数单调递减，

故函数在 $x=e^2$ 处取得极小值，符合题意，

故函数的单调递增区间为$[e^2，+\infty)$，单调递减区间为$(0，e^2)$；

（2）因为 $f(x)=x\ln x-3x+1<2c^2-c$ 在 $x\in[1，e^3]$上恒成立，

所以 $x\ln x-3x+1-2c^2+c<0$ 在 $x\in[1，e^3]$上恒成立，

令 $g(x)=x\ln x-3x+1-2c^2+c$，$x\in[1，e^3]$，

则 $g'(x)=\ln x-2$，

$x>e^2$ 时，$g'(x)>0$，函数单调递增，$0<x<e^2$ 时，$g'(x)<0$，函数单调递减，

故 $g(x)$ 在$[1，e^2]$上单调递减，在$[e^2，e^3]$上单调递增，

又 $g(1)=-2c^2+c-2$，$g(e^3)=-2c^2+c+1$，

故 $g(x)_{max}=g(e^3)=-2c^2+c+1$，

所以 $-2c^2+c+1<0$，

解得 $c>1$ 或 $c<-\frac{1}{2}$，

故 c 的取值范围为$\{c|c>1$ 或 $c<-\frac{1}{2}\}$．

18．（12 分）盒中装有 6 个同种产品，其中 4 个一等品，2 个二等品，不放回地从中取产品，每次取 1 个，求：

（1）取两次，两次都取得一等品的概率；

（2）取两次，第二次取得一等品的概率；

（3）取两次，已知第二次取得一等品的条件下，第一次取得的是二等品的概率．

【答案】（1）$\frac{2}{5}$；

（2）$\frac{2}{3}$；

（3）$\frac{2}{5}$.

【分析】（1）根据题意，求得第 1 次取得一等品的概率和第 2 次取到一等品的概率，结合相互独立事件的概率公式，即可求解；

（2）根据题意，可分为第 1 次取得一等品，第 2 次取得一等品和第 1 次取得二等品，第 2 次取得一等品，求得其概率，结合互斥事件的概率加法公式，即可求解；

（3）设第 2 次取得一等品为事件 A，得到 P（A），设第 1 次取得二等品为事件 B，求得 P（AB），结合条件概率的计算公式，即可求解.

【解答】解：（1）根据题意，第 1 次取得一等品的概率为$P_1=\frac{4}{6}$，第 2 次取到一等品的概率为$P_2=\frac{3}{5}$，根据相互独立事件的概率公式，可得两次都取得一等品的概率为$P=P_1\times P_2=\frac{4}{6}\times\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$.

（2）根据题意，可分为两类情况：

①第 1 次取得一等品，第 2 次取得一等品，其概率为$P_3=\frac{4}{6}\times\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$；

②第 1 次取得二等品，第 2 次取得一等品，其概率为$P_4=\frac{2}{6}\times\frac{4}{5}=\frac{4}{15}$，

由互斥事件的概率加法公式，可得第二次取得一等品的概率$p=\frac{2}{5}+\frac{4}{15}=\frac{2}{3}$.

（3）根据题意，设第 2 次取得一等品为事件 A，第 1 次取得二等品为事件 B，

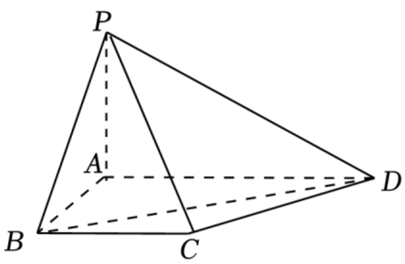
由（2）知：$P(A)=\frac{2}{3}$，则$P(AB)=\frac{2}{6}\times\frac{4}{5}=\frac{4}{15}$，

所以所求概率为$P=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{\frac{4}{15}}{\frac{2}{3}}=\frac{2}{5}$.

19.（12 分）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$平面 $ABCD$，PB 与底面所成的角为 45°，底面 $ABCD$ 为直角梯形，$\angle ABC=\angle BAD=90°$，$AD=2$，$PA=BC=1$.

（1）求直线 PC 与平面 PBD 所成角的正弦值；

（2）求平面 PAB 与平面 PCD 所成的锐二面角的余弦值.



【答案】（1）$\frac{\sqrt{3}}{9}$.

（2）$\frac{\sqrt{6}}{6}$.

【分析】（1）建立坐标系求出平面的法向量，利用向量法即可求出线面角的大小.

（2）求出两个平面的法向量，利用向量法即可求出二面角的大小.

【解答】解：（1）∵PA⊥面 $ABCD$，

∴PA⊥AB，PA⊥AD，又∠BAD=90°，

∴AB⊥AD，

∵为 PB 与底面所成的角为 45°，

∴∠PBA=45°，故 AB=PA=1，

以 A 为坐标原点，AB，AD，AP 所在直线分别为 x，y，z 轴，建立如图所示的空间直角坐标系 O﹣xyz，

则 B（1，0，0），D（0，2，0），P（0，0，1），C（1，1，0），

则 $\overrightarrow{PC}$=（1，1，﹣1），$\overrightarrow{PB}$=（1，0，﹣1），$\overrightarrow{PD}$=（0，2，﹣1），

设平面 PBD 的一个法向量为$\overrightarrow{m}$=（x，y，z），

则$\begin{cases}\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{PB}=0\\\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{PD}=0\end{cases}$，即$\begin{cases}x-z=0\\2y-z=0\end{cases}$，取 z=2，则 x=2，y=1，此时$\overrightarrow{m}$=（2，1，2），

设直线 PC 与平面 PBD 所成的角为 θ，

则 $\sin\theta=|\cos<\overrightarrow{m},\overrightarrow{PC}>|=|\frac{\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{PC}}{|\overrightarrow{PC}||\overrightarrow{m}|}|=|\frac{2+1-2}{\sqrt{3}\times3}|=\frac{\sqrt{3}}{9}$.

所以直线 PC 与平面 PBD 所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{3}}{9}$.

（2）平面 PAB 的一个法向量$\overrightarrow{j}$=（0，1，0）

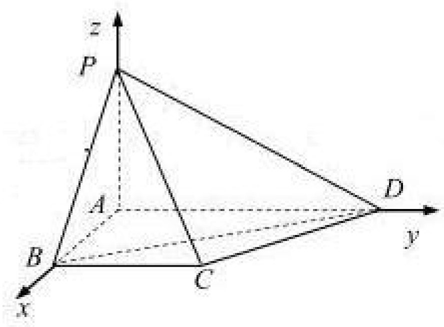
设平面 PCD 的一个法向量为$\overrightarrow{n}$=（x，y，z），

则$\begin{cases}\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{PC}=0\\\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{PD}=0\end{cases}$，即$\begin{cases}x+y-z=0\\2y-z=0\end{cases}$，

取 $y=l$，则 $z=2$，$x=l$，此时 $\vec{n}=$（1，1，2），

$\cos<\vec{n}, \vec{j}>=\frac{\vec{n}\cdot\vec{j}}{|\vec{n}||\vec{j}|}=\frac{1}{\sqrt{6}\times 1}=\frac{\sqrt{6}}{6}$，

所以平面 *PAB* 与平面 *PCD* 所成的锐二面角的余弦值为$\frac{\sqrt{6}}{6}$.



20.（12 分）某学校为学生开设了一门模具加工课，经过一段时间的学习，拟举行一次模具加工大赛，学生小明、小红打算报名参加大赛．赛前，小明、小红分别进行了为期一周的封闭强化训练，下表记录了两人在封闭强化训练期间每天加工模具成功的次数，其中小明第 7 天的成功次数 a 忘了记录，但知道 $36\leqslant a\leqslant 60$，$a\in\mathbf{Z}$.

	第一天	第二天	第三天	第四天	第五天	第六天	第七天
序号 x	1	2	3	4	5	6	7
小明成功次数	16	20	20	25	30	36	a
小红成功次数	16	22	25	26	32	35	35

（1）求这 7 天内小明成功的总次数不少于小红成功的总次数的概率；

（2）根据小明这 7 天内前 6 天的成功次数，求其成功次数 y 关于序号 x 的线性回归方程，并估计小明第七天成功次数 a 的值．

参考公式：回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 中斜率与截距的最小二乘估计公式分别为

$$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\overline{y}}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}，\quad \hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}.$$

参考数据：$1\times16+2\times20+3\times20+4\times25+5\times30+6\times36=582$；$1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+6^2=91$.

【答案】(1)$\frac{17}{25}$；(2)$\hat{y}=\frac{27}{7}x+11$；38.

【分析】(1) 因为 $36\leqslant a\leqslant 60$，且 $a\in\mathbf{Z}$，所以 a 的取值共有 25 种情况，根据题意小明成功的总次数不少于小红成功的总次数时，a 的取值共有 17 情况，即可求解；

(2) 由题意求得 $\overline{x}$，$\overline{y}$，$\hat{b}$，$\hat{a}$ 可得 y 关于序号 x 的线性回归方程为 $\hat{y}=\frac{27}{7}x+11$，将 $x=7$ 代入方程即可求解.

【解答】解：(1) 因为 $36\leqslant a\leqslant 60$，且 $a\in\mathbf{Z}$，所以 a 的取值共有 25 种情况，

又当小明成功的总次数不少于小红成功的总次数时，有 $\sum_{i=1}^{6}y_i+a\geqslant\sum_{i=1}^{7}z_i$，

即 $16+20+20+25+30+36+a\geqslant 16+22+25+26+32+35+35$，得 $a\geqslant 44$，

所以小明成功的总次数不少于小红成功的总次数时，a 的取值共有 17 情况，

所以这 7 天内小明成功的总次数不少于小红成功的总次数的概率为 $\frac{17}{25}$；

(2) 由题设可知 $\sum_{i=1}^{6}x_iy_i=1\times16+2\times20+3\times20+4\times25+5\times30+6\times36=58$，

$\overline{x}=\frac{1+2+3+4+5+6}{6}=\frac{7}{2}$，$\overline{y}=\frac{16+20+20+25+30+36}{6}=\frac{49}{2}$，

所以 $\hat{b}=\frac{582-6\times\frac{7}{2}\times\frac{49}{2}}{91-6\times\frac{49}{4}}=\frac{27}{7}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\,\overline{x}=\frac{49}{2}-\frac{27}{7}\times\frac{7}{2}=11$，

所以 y 关于序号 x 的线性回归方程为 $\hat{y}=\frac{27}{7}x+11$，

当 $x=7$ 时，$\hat{y}=\frac{27}{7}\times7+11=38$，

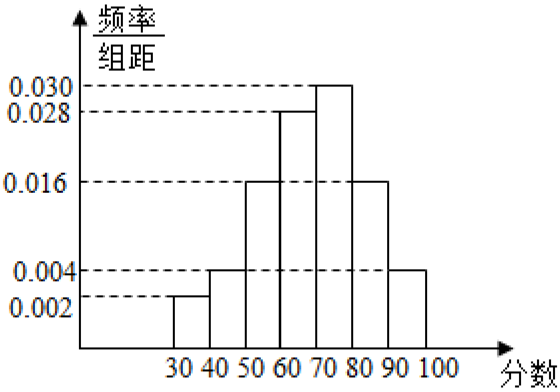
估计小明第 7 天成功次数 a 的值为 38.

21.（12 分）2017 年某市政府为了有效改善市区道路交通拥堵状况出台了一系列的改善措施，其中市区公交站点重新布局和建设作为重点项目．市政府相关部门根据交通拥堵情况制订了“市区公交站点重新布局方案”，现准备对该“方案”进行调查，并根据调查结果决定是否启用该“方案”．调查人员分别在市区的各公交站点随机抽取若干市民对该“方案”进行评分，并将结果绘制成如图所示的频率分布直方图．相关规则为：①调查对象为本市市民，被调查者各自独立评分；②采用百分制评分，[60，80）内认定为满意，不低于 80 分认定为非常满意；③市民对公交站点布局的满意率不低于 75%即可启用该“方案”；④用样本的频率代替概率．

（Ⅰ）从该市 800 万人的市民中随机抽取 5 人，求恰有 2 人非常满意该“方案”的概率；并根据所学统

计学知识判断该市是否启用该“方案”，说明理由．

（Ⅱ）已知在评分低于 60 分的被调查者中，老年人占$\frac{1}{3}$，现从评分低于 60 分的被调查者中按年龄分层抽取 9 人以便了解不满意的原因，并从中抽取 3 人担任群众督查员，记 ξ 为群众督查员中的老人的人数，求随机变量 ξ 的分布列及其数学期望 $E\xi$.



【答案】见试题解答内容

【分析】（Ⅰ）根据频率分布直方图，被调查者非常满意的频率是（0.016+0.0004）× $10=\frac{1}{5}$，用样本的频率代替概率，从该市的全体市民中随机抽取 1 人，该人非常满意该项目的概率为$\frac{1}{5}$，由此能求出从中抽取 5 人恰有 2 人非常满意该“方案”的概率，根据题意：60 分或以上被认定为满意或非常满意，在频率分布直方图中，评分在[60，100]的频率为 0.78＞0.75，根据相关规则该市应启用该“方案”.

（Ⅱ）评分低于 60 分的被调查者中，老年人占$\frac{1}{3}$，又从被调查者中按年龄分层抽取 9 人，这 9 人中，老年人有 3 人，非老年人 6 人，随机变量 ξ 的所有可能取值为 0，1，2，3，分别求出相应的概率，由此能求出 ξ 的分布列和数学期望.

【解答】（本题满分 12 分）

解：（Ⅰ）根据频率分布直方图，被调查者非常满意的频率是（0.016+0.0004）× $10=\frac{1}{5}$，…（1 分）

用样本的频率代替概率，从该市的全体市民中随机抽取 1 人，

该人非常满意该项目的概率为$\frac{1}{5}$，…（2 分）

现从中抽取 5 人恰有 2 人非常满意该“方案”的概率为：$P=C_5^2\cdot(\frac{1}{5})^2\cdot(\frac{4}{5})^3=\frac{128}{625}$；…（4 分）

根据题意：60 分或以上被认定为满意或非常满意，在频率分布直方图中，

评分在[60，100]的频率为：（0.028+0.030+0.016+0.004）×10＝0.78＞0.75

根据相关规则该市应启用该“方案”．…（6 分）

（Ⅱ）∵评分低于 60 分的被调查者中，老年人占$\frac{1}{3}$，

又从被调查者中按年龄分层抽取 9 人，

∴这 9 人中，老年人有 3 人，非老年人 6 人，

随机变量 ξ 的所有可能取值为 0，1，2，3 …（7 分）

$P(\xi=0)=\frac{C_3^0\cdot C_6^3}{C_9^3}=\frac{5}{21}$，

$P(\xi=1)=\frac{C_3^1\cdot C_6^2}{C_9^3}=\frac{15}{28}$，

$P(\xi=2)=\frac{C_3^2\cdot C_6^1}{C_9^3}=\frac{3}{14}$，

$P(\xi=3)=\frac{C_3^3\cdot C_6^0}{C_9^3}=\frac{1}{84}$，…（11 分）

ξ 的分布列为：

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{5}{21}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{3}{14}$	$\frac{1}{84}$

ξ 的数学期望 $E\xi=0\times\frac{5}{21}+1\times\frac{15}{28}+2\times\frac{3}{14}+3\times\frac{1}{84}=1$． …（12 分）

22．（12 分）已知二项式 $(x+3x^2)^n$．

（1）若它的二项式系数之和为 128．

①求展开式中二项式系数最大的项；

②求展开式中系数最大的项；

（2）若 $x=3$，$n=2022$，求二项式的值被 7 除的余数．

【答案】（1）①$T_4=945x^{10}$，$T_5=2835x^{11}$；②$T_6=5103x^{12}$，$T_7=5103x^{13}$；

（2）1．

【分析】（1）由题意利用二项式系数的性质求得 n 的值，①利用二项式系数的性质求出展开式中二项式系数最大的项，②根据通项公式可得展开式中第 $r+1$ 项的系数，从而求得展开式中系数最大的项；

（2）二项式即 $(28+2)^{2022}$，按照二项式定理展开，问题化为 2^{2022} 被 7 除的余数．再根据 $2^{2022}=8^{674}=(7+1)^{674}$，按照二项式定理展开，可得它被 7 除的余数．

【解答】解：（1）∵二项式 $(x+3x^2)^n$ 的二项式系数之和为 128，

∴$2^n=128$，∴$n=7$，

①展开式中二项式系数最大的项为第 4 项，第 5 项，

即 $T_4=C_7^3x^4(3x^2)^3=945x^{10}$，$T_5=C_7^4x^3(3x^2)^4=2835x^{11}$，

②由$\begin{cases}C_7^r\cdot 3^r\geqslant C_7^{r-1}\cdot 3^{r-1}\\ C_7^r\cdot 3^r\geqslant C_7^{r+1}\cdot 3^{r+1}\end{cases}$，$r=0$，1，2，3，4，5，6，7，

可得展开式中系数最大的项为第 6，第 7 项，

即 $T_6=C_7^5\cdot x^2\cdot(3x^2)^5=5103x^{12}$，$T_7=C_7^6\cdot x\cdot(3x^2)^6=5103x^{13}$；

（2）若 $x=3$，$n=2022$，

则 $(x+3x^2)^n=30^{2022}=(28+2)^{2022}=28^{2022}+C_{2022}^1\cdot 28^{2021}\cdot 2+\cdots+C_{2022}^{2021}\cdot 28\cdot 2^{2021}+2^{2022}=28K+2^{2022}$

（$K\in\mathbf{Z}$），

问题转化为 2^{2022} 被 7 除的余数，

而 $2^{2022}=8^{674}=(7+1)^{674}=C_{674}^0\cdot 7^{674}+C_{674}^1\cdot 7^{673}+C_{674}^2\cdot 7^{672}+\cdots+C_{674}^{673}\cdot 7+C_{674}^{674}\cdot 1=7M+1$，$M\in\mathbf{Z}$，

即余数为 1．