

2023-2024 学年江苏省南京师大附中灌云附中高一（上）期初数学试卷

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- 若集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 4, x \in \mathbb{N}\}$ ，则集合 A 中的元素个数为（ ）
 A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
- 已知集合 $\{1, 4\} \subseteq A \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$ 的集合 A 的个数为（ ）
 A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
- 若不等式 $|x| < a$ 的一个充分条件为 $0 < x < 1$ ，则实数 a 的取值范围是（ ）
 A. $(0, 1]$ B. $(0, 1)$ C. $[1, +\infty)$ D. $(1, +\infty)$
- 已知集合 $A = \{x | x > 2\}$ ， $B = \{x | x < 2m\}$ ，且 $\complement_{\mathbb{R}} B \subseteq A$ ，则实数 m 的取值范围是（ ）
 A. $(1, +\infty)$ B. $[1, +\infty)$ C. $(-\infty, 1)$ D. $(-\infty, 1]$
- 已知两个正数 a, b 满足 $3a + 2b = 1$ ，则 $\frac{3}{a} + \frac{2}{b}$ 的最小值是（ ）
 A. 23 B. 24 C. 25 D. 26
- 下列不等式正确的是（ ）
 A. $a + \frac{1}{a} \geq 2$ B. $(-a) + (-\frac{1}{a}) \leq -2$
 C. $a^2 + \frac{1}{a^2} \geq 2$ D. $(-a)^2 + (-\frac{1}{a})^2 \leq -2$
- 已知函数 $y = x^2 + mx + m^2 - 7$ 的两个零点中，一个零点大于 2，另外一个零点小于 2，则实数 m 的取值范围是（ ）
 A. $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$ B. $(-3, 1)$
 C. $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$ D. $(-1, 3)$
- 甲、乙两人同时从寝室到教室，甲一半路程步行，一半路程跑步，乙一半时间步行，一半时间跑步，如果两个人步行速度、跑步速度均相同，步行速度小于跑步速度，那么下列结论中正确的是（ ）
 A. 甲先到教室 B. 乙先到教室
 C. 两个人同时到教室 D. 谁先到教室不确定

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

（多选）9. 对任意实数 a, b, c ，给出下列命题，其中为真命题的是（ ）

- A. “ $a=b$ ” 是 “ $ac=bc$ ” 的必要条件

B. “ $a > b$ ” 是 “ $a^2 > b^2$ ” 的充分条件

C. “ $a < 5$ ” 是 “ $a < 3$ ” 的必要条件

D. “ $a+5$ 是无理数” 是 “ a 是无理数” 的充分条件

(多选) 10. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 4 = 0\}$, $B = \{x | ax - 1 = 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 a 的值可以是 ()

A. 0

B. $\frac{1}{2}$

C. 2

D. $-\frac{1}{2}$

(多选) 11. 已知 $x \neq 0$, 则 $x + \frac{4}{x}$ 的值可以是 ()

A. 4

B. 10

C. -6

D. 3

(多选) 12. 已知 $a, b > 0$ 且 $a+b=1$, 则下列不等式恒成立的有 ()

A. $ab \leq \frac{1}{4}$

B. $a^2 + b^2 \geq \frac{1}{2}$

C. $\sqrt{a} + \sqrt{b} < \sqrt{2}$

D. $\frac{1}{a} + \frac{1}{2b} \geq 2\sqrt{2}$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知一元二次不等式 $x^2 + bx + c < 0$ 的解集为 $(-1, 2)$, 则 $bx^2 + x + c < 0$ 的解集为 _____.

14. 化简 $\sqrt[3]{(4-a)^3}$ ($a > 4$) 的结果为 _____.

15. 设 a 为实数, $A = [1, 4)$, $B = (-\infty, a)$, 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 则 a 的取值范围是 _____.

16. 若 “ $\forall x \in [-1, 1], x^2 + 2 - m \geq 0$ 恒成立” 是真命题, 则实数 m 的最大值是 _____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. 设 m 为实数, $A = \{m+1, -3\}$, $B = \{2m-1, m-3\}$, 若 $A \cap B = \{-3\}$, 求 m 的值.

18. 解下列关于 x 的不等式.

(1) $2x - \sqrt{x} > 1$;

(2) $x^2 - (a+1)x + a < 0$ ($a \in \mathbf{R}$).

19. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = [1, 5]$, 集合 $B = [2-a, 1+2a]$, 其中 $a \in \mathbf{R}$, 若 “ $x \in A$ ” 是 “ $x \in B$ ” 的充分不必要条件, 求 a 的取值范围.

20. (1) 若方程 $x^2 - 2ax + a + 2 = 0$ 在 $x \in \mathbf{R}$ 上有两个根, 求 a 的取值范围.

(2) 若函数 $y = x^2 - 2ax + a + 2$ 的两个零点都在 $(1, 3)$ 内, 求 a 的取值范围.

21. 某地区上年度电价为 0.8 元/ $kW \cdot h$, 年用电量为 $akW \cdot h$, 本年度计划将电价降到 0.55 元/ $kW \cdot h$ 至 0.75 元/ $kW \cdot h$ 之间, 而用户期望电价为 0.4 元/ $kW \cdot h$ 经测算, 下调电价后新增的用电量与实际电价和用户期望电价的差成反比 (比例系数为 k). 该地区电力的成本为 0.3 元/ $kW \cdot h$.

(1) 写出本年度电价下调后, 电力部门的收益 y 与实际电价 x 的函数关系式;