

2023年初三数学第三次适应性训练（试卷）5.18

一. 选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共计 30 分）

1. $-\frac{5}{2}$ 的倒数是（▲）

- A. $-\frac{5}{2}$ B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $-\frac{2}{5}$

2. 已知函数 $y=\frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$ ，则自变量 x 的取值范围是（▲）

- A. $-1 < x < 1$ B. $x \geq -1$ 且 $x \neq 1$ C. $x \geq -1$ D. $x \neq 1$

3. 为深入实施《全民科学素质行动规划纲要（2022—2035 年）》，某校举行了科学素质知识竞赛，进入决赛的学生共有 10 名，他们的决赛成绩如表所示：

决赛成绩/分	100	95	90	85
人数/名	1	4	2	3

则这 10 名学生决赛成绩的中位数和众数分别是（▲）

- A. 92.5, 95 B. 95, 95 C. 92.5, 93 D. 92.5, 100

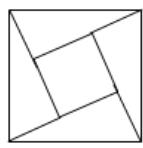
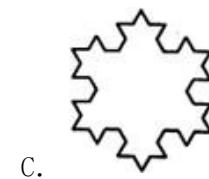
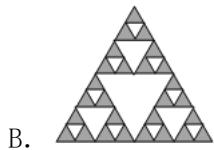
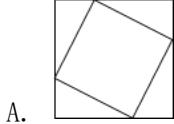
4. 中国古代数学著作《算法统宗》中记载了这样一个题目：九百九十九文钱，甜果苦果买一千，四文钱买苦果七，十一文钱九个甜，甜苦两果各几个？其大意是：用九百九十九文钱共买了一千个苦果和甜果，其中四文钱可以买苦果七个，十一文钱可以买甜果九个。问：苦、甜果各几个？设苦果有 x 个，甜果有 y 个，则可列方程组为（▲）

- A. $\begin{cases} x+y=1000, \\ \frac{4}{7}x+\frac{11}{9}y=999 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+y=1000, \\ \frac{7}{4}x+\frac{9}{11}y=999 \end{cases}$
 C. $\begin{cases} x+y=1000, \\ 7x+9y=999 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+y=1000, \\ 4x+11y=999 \end{cases}$

5. 下列运算结果正确的是（▲）

- A. $a^3 \cdot a^4 = a^{12}$ B. $5a - 2a = 3$ C. $(a^2)^3 = a^6$ D. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

6. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（▲）



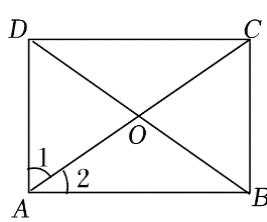
7. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于 O ，添加下列条件不能判定矩形 $ABCD$ 是正方形的是 (▲)

A. $AB=BC$

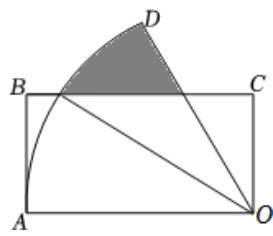
B. $AC=BD$

C. $AC \perp BD$

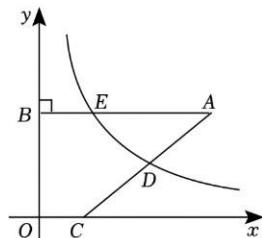
D. $\angle 1=\angle 2$



(第 7 题)



(第 8 题)



(第 9 题)

8. 如图，矩形 $OABC$ 中， $OA=4$ ， $AB=2$ ，以 O 为圆心， OA 为半径作弧，且 $\angle AOD=60^\circ$ ，则阴影部分面积为 (▲)

A. $\frac{4}{2}\pi - \frac{4}{2}\sqrt{3}$ B. $\frac{4}{2}\pi - \frac{2}{2}\sqrt{3}$ C. $\frac{8}{2}\pi - \frac{4}{2}\sqrt{3}$ D. $\frac{8}{3}\pi - \frac{2}{3}\sqrt{3}$

9. 如图，在直角坐标系中，点 $C(2, 0)$ ，点 A 在第一象限（横坐标大于 2）， $AB \perp y$ 轴于点 B ， $AC=AB$ ，双曲线 $y=\frac{k}{x}$ ($k>0$, $x>0$) 经过 AC 中点 D ，并交 AB 于点 E 。若 $BE=\frac{3}{10}AB$ ，则点 E 的坐标为 (▲)

A. $(2, 9)$

B. $(3, 6)$

C. $(3, 8)$

D. $(5, 6)$

10. 对于二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ，规定函数 $y=\begin{cases} ax^2+bx+c & (x \geq 0) \\ -ax^2-bx-c & (x < 0) \end{cases}$ 是它的相关函数。已

知点 M ， N 的坐标分别为 $(-\frac{1}{2}, 1)$ ， $(\frac{9}{2}, 1)$ ，连接 MN ，若线段 MN 与二次函数

$y=-x^2+4x+n$ 的相关函数的图象有两个公共点，则 n 的取值范围为 (▲) A. $-3 < n \leq -1$ 或 $1 < n \leq \frac{5}{4}$

B. $-3 < n < -1$ 或 $1 \leq n \leq \frac{5}{4}$

C. $n \leq -1$ 或 $1 < n \leq \frac{5}{4}$

D. $-3 < n < -1$ 或 $n \geq 1$

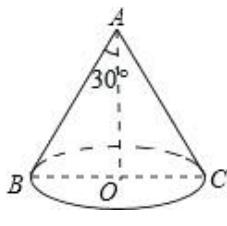
二. 填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共计 24 分。）

11. 因式分解: $x^3y - 4xy^3 = \boxed{\Delta}$.

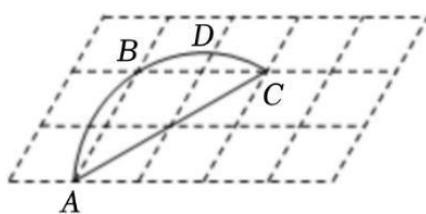
12. 截至 2020 年 11 月 17 日凌晨，中国首次火星探测任务“天问一号”探测器已在轨飞行 116 天，距离地球约 63800000 千米，请将 63800000 用科学记数法表示 $\boxed{\Delta}$.

13. 如图，已知圆锥的高为 $\sqrt{3}$ ，高所在直线与母线的夹角为 30° ，圆锥的侧面积为 $\boxed{\Delta}$.

14. 已知关于 x 的不等式 $(a+2)x < 1$ 的解集为 $x > \frac{1}{a+2}$ ，则 a 的取值范围为 $\boxed{\Delta}$.



(第 13 题)

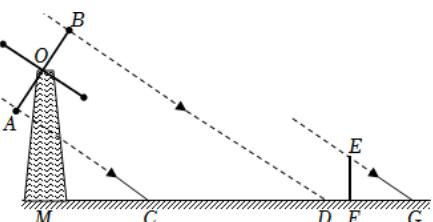


(第 15 题)

15. 如图 15 个形状大小相同的菱形组成网格，菱形的顶点称为格点，已知菱形的一个角为 60° ， A, B, C 都在格点上，点 D 在 \widehat{ABC} 上，若 E 也在格点上，且 $\angle AED = \angle ACD$ ，则 $\tan \angle AEC = \boxed{\Delta}$.

16. 抛物线 $y = x^2 + px + q$ (p, q 为常数) 的顶点 M 关于 y 轴的对称点为 $(-3, n)$. 该抛物线与 x 轴相交于不同的两点 $(x_1, 0), (x_2, 0)$ ，且 $x_1^2 x_2^2 - x_1 - x_2 = 115$ ，则 $p+q+n$ 的值为 $\boxed{\Delta}$.

17. 如图是某风车示意图，其相同的四个叶片均匀分布，水平地面上的点 M 在旋转中心 O 的正下方. 某一时刻，太阳光线恰好垂直照射叶片 OA, OB ，此时各叶片影子在点 M 右侧成线段 CD ，测得 $MC = 8.5m$, $CD = 13m$ ，垂直于地面的木棒 EF 与影子 FG 的比为 $2:3$ ，则点 O, M 之间的距离等于 $\boxed{\Delta}$ 米. 转动时，叶片外端离地面的最大高度等于 $\boxed{\Delta}$ 米.



18. 设 O 为坐标原点，点 A, B 为抛物线 $y = 2x^2$ 上的两个动点，且 $OA \perp OB$. 连接点 A, B ，过 O 作 $OC \perp AB$ 于点 C ，则点 C 到 y 轴距离的最大值 $\boxed{\Delta}$.

三. 解答题 (本大题共 10 小题, 共 96 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤等.)

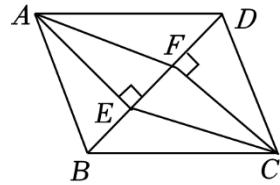
19. 计算: (8 分)

$$(1) \quad | -\sqrt{2} | - 2\cos 45^\circ + (\pi - 1)^0 + \sqrt{12}. \quad (2) \quad \left(1 - \frac{4}{a+2}\right) \div \frac{a^2 - 4a + 4}{2a - 4}.$$

20. (8 分) (1) 解方程: $\frac{2x}{3x-3} + 1 = \frac{x}{x-1}$. (2) 解不等式组: $\begin{cases} 2(x+1) > x \\ 1-2x \geq \frac{x+7}{2} \end{cases}$.

21. (10 分) 如图, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形 $AE \perp BD$ 于点 E , $CF \perp BD$ 于点 F , 连接 AF 和 CE .

- (1) 证明: 四边形 $AECF$ 是平行四边形;
 (2) 已知 $BD=6$, $DF=2$, $BC=5$, 求 CE 的长.

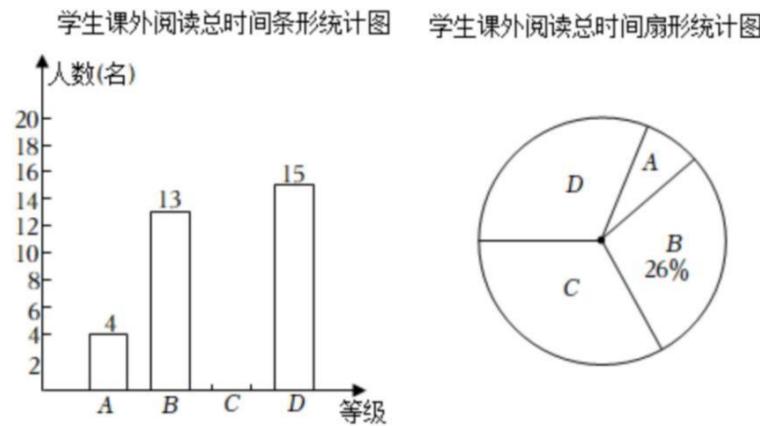


22. (10 分) 小明正在参加全国“数学竞赛”, 只要他再答对最后两道单选题就能顺利过关, 其中第一道题有 3 个选项, 第二道题有 4 个选项, 而这两道题小明都不会, 不过小明还有一次“求助”没有使用(使用“求助”可让主持人去掉其中一题的一个错误选项).

- (1) 如果小明第一题不使用“求助”, 随机选择一个选项, 那么小明答对第一道题的概率是 ▲.
- (2) 如果小明将“求助”留在第二题使用, 请用画树状图或列表法求小明能顺利过关的概率.
- (3) 请你从概率的角度分析, 建议小明在第 ▲ 题使用“求助”, 才能使他过关的概率

较大.

23. (10 分) 为培养学生的阅读习惯, 某中学利用学生课外时间开展了以“走近名著”为主题的读书活动. 为了有效了解学生课外阅读情况, 现随机调查了部分学生每周课外阅读的时间, 设被调查的每名学生每周课外阅读的总时间为 x 小时, 将它分为 4 个等级: $A (0 \leq x < 2)$, $B (2 \leq x < 4)$, $C (4 \leq x < 6)$, $D (x \geq 6)$, 并根据调查结果绘制了如图两幅不完整的统计图:



请你根据统计图的信息, 解决下列问题:

- (1) 本次共调查了 $\boxed{\text{▲}}$ 名学生;
- (2) 在扇形统计图中, 若 A 等级所占比例为 $m\%$, 则 m 的值为 $\boxed{\text{▲}}$, 等级 D 所对应的扇形的圆心角为 $\boxed{\text{▲}}$ °;
- (3) 请补全条形统计图;
- (4) 全校 1200 名学生, 估计阅读时间不少于 6 小时的学生有多少名?

24. (8 分) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=4$, $BC=8$.

- (1) 请在图 1 中用无刻度的直尺和圆规作图: 在线段 BC 上找一点 D , 使它到 A 、 B 两点的距离相等 (不写作法, 保留作图痕迹). 连接 AD , 则 $\tan \angle CDA = \boxed{\text{▲}}$;
 - (2) 如图 2, $\odot O$ 经过正方形网格中的格点 A 、 B 、 C 、 D , 请利用 (1) 得到的结论, 仅用网格中的格点及无刻度的直尺分别在图 2 中画出一个满足下列两个条件的 $\angle P$:
- ①顶点 P 在 $\odot O$ 上且不与点 A 、 B 、 C 、 D 重合;

② $\angle P$ 在图 2 中的正弦值为 $\frac{4}{5}$.

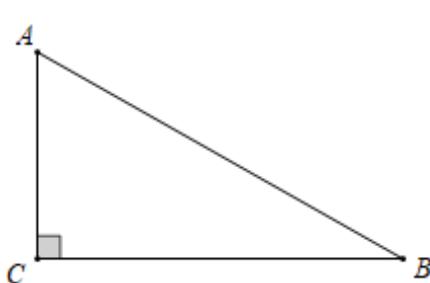


图1

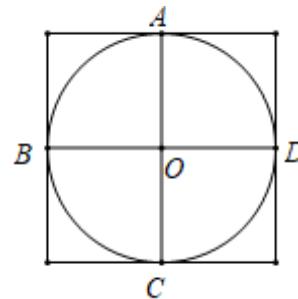
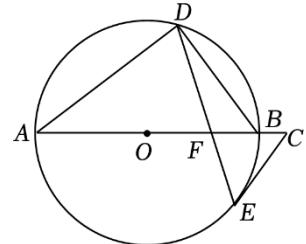


图2

25. (10 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 D 、 E 在 $\odot O$ 上, $\angle A=2\angle BDE$, 过点 E 作直线 EC , 交 AB 的延长线于 C , $\angle C=\angle ABD$.

- 求证: EC 是 $\odot O$ 的切线;
- 如果 $\odot O$ 的半径为 8, $BF=3$, 求 EF 的长.



26. (10 分) 某商贸公司购进某种商品, 经过市场调研, 整理出这种商品在第 x ($1 \leq x \leq 48$) 天的售价与日销售量的相关信息如表:

时间 x (天)	$1 \leq x < 30$	$30 \leq x \leq 48$
售价	$x+30$	60
日销售量 (kg)	$-2x+120$	

已知这种商品的进价为 20 元/ kg , 设销售这种商品的日销售利润为 y 元.

- 求 y 与 x 的函数关系式;
- 第几天的销售利润最大? 最大日销售利润为多少?
- 公司在销售的前 28 天中, 每销售 1 kg 这种商品就捐赠 n 元利润 ($n < 9$) 给“希望工程, 若每天扣除捐赠后的日销售利润随时间 x 的增大而增大, 求 n 的取值范围.

27. (10 分) 如图 1, 抛物线 $y=ax^2+x+c$ ($a\neq 0$) 与 x 轴交于 $A(-4, 0)$, $B(12, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 C , 点 P 是第一象限内抛物线上一个动点, 过点 P 作 $PD\perp x$ 轴, 垂足为 D , PD 交直线 BC 于点 E , 设点 P 的横坐标为 m .

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 如图 2, 过点 P 作 $PF\perp CE$, 垂足为 F , 当 $CF=EF$ 时, 请求出 m 的值;

(3) 如图 3, 连接 CP , 当四边形 $OCPD$ 是矩形时, 在抛物线的对称轴上存在点 Q , 使原点 O 关于直线 CQ 的对称点 O' 恰好落在该矩形对角线所在的直线上, 请直接写出满足条件的点 Q 的坐标.

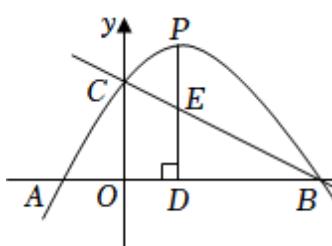


图1

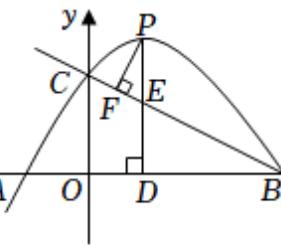


图2

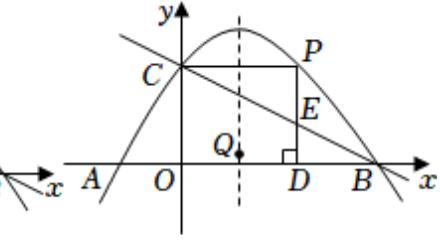


图3

28. (12 分) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB=10$, $\sin B=\frac{3}{5}$, 点 E 从点 B 出发沿折线 $B-C-D$

向终点 D 运动. 过点 E 作点 E 所在的边 (BC 或 CD) 的垂线, 交菱形其它的边于点 F , 在 EF 的右侧作矩形 $EFGH$.

- (1) 求菱形 $ABCD$ 的面积.
- (2) 若 $EF=FG$, 当 EF 过 AC 中点时, 求 AG 的长.
- (3) 已知 $FG=8$, 设点 E 的运动路程为 s ($0 < s \leq 12$). 当 s 满足什么条件时, 以 G , C , H 为顶点的三角形与 $\triangle BEF$ 相似 (包括全等) ?

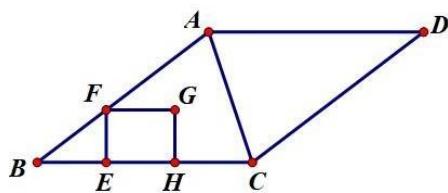


图 1

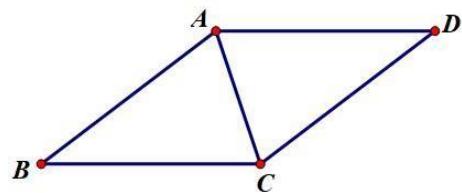
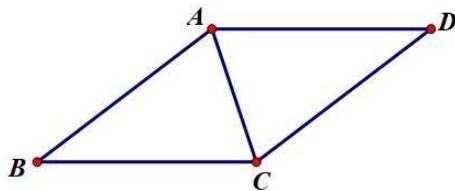
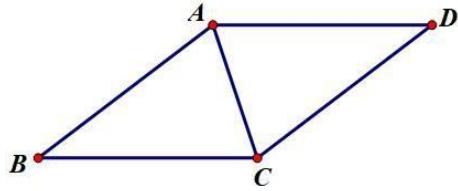


图 2 (备用)



备用



备用