

2023 年初三数学第三次适应性训练（试卷）5.18

一. 选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共计 30 分）

1. $-\frac{5}{2}$ 的倒数是（ ▲ ）

- A. $-\frac{5}{2}$ B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $-\frac{2}{5}$

2. 已知函数 $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$ ，则自变量 x 的取值范围是（ ▲ ）

- A. $-1 < x < 1$ B. $x \geq -1$ 且 $x \neq 1$ C. $x \geq -1$ D. $x \neq 1$

3. 为深入实施《全民科学素质行动规划纲要（2022—2035 年）》，某校举行了科学素质知识竞赛，进入决赛的学生共有 10 名，他们的决赛成绩如表所示：

决赛成绩/分	100	95	90	85
人数/名	1	4	2	3

则这 10 名学生决赛成绩的中位数和众数分别是（ ▲ ）

- A. 92.5, 95 B. 95, 95 C. 92.5, 93 D. 92.5, 100

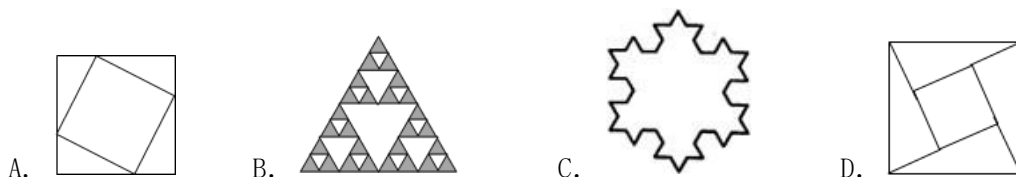
4. 中国古代数学著作《算法统宗》中记载了这样一个题目：九百九十九文钱，甜果苦果买一千，四文钱买苦果七，十一文钱九个甜，甜苦两果各几个？其大意是：用九百九十九文钱共买了一千个苦果和甜果，其中四文钱可以买苦果七个，十一文钱可以买甜果九个。问：苦、甜果各有几个？设苦果有 x 个，甜果有 y 个，则可列方程组为（ ▲ ）

- A. $\begin{cases} x+y=1000, \\ \frac{4}{7}x + \frac{11}{9}y=999 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+y=1000, \\ \frac{7}{4}x + \frac{9}{11}y=999 \end{cases}$
C. $\begin{cases} x+y=1000, \\ 7x+9y=999 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+y=1000, \\ 4x+11y=999 \end{cases}$

5. 下列运算结果正确的是（ ▲ ）

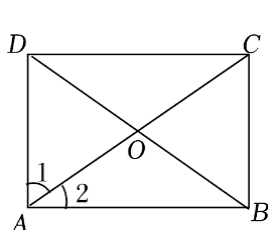
- A. $a^3 \cdot a^4 = a^{12}$ B. $5a - 2a = 3$ C. $(a^2)^3 = a^6$ D. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

6. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ▲ ）

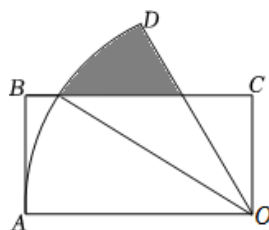


7. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 与 BD 相交 O , 添加下列条件不能判定矩形 $ABCD$ 是正方形的是 (▲)

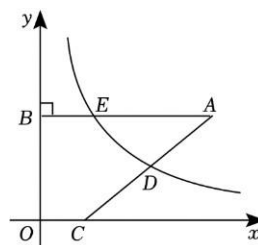
- A. $AB=BC$ B. $AC=BD$ C. $AC \perp BD$ D. $\angle 1 = \angle 2$



(第 7 题)



(第 8 题)



(第 9 题)

8. 如图, 矩形 $OABC$ 中, $OA=4$, $AB=2$, 以 O 为圆心, OA 为半径作弧, 且 $\angle AOD=60^\circ$, 则阴影部分面积为 (▲)

- A. $\frac{4}{2}\pi - \frac{4}{2}\sqrt{3}$ B. $\frac{4}{2}\pi - \frac{2}{2}\sqrt{3}$ C. $\frac{8}{2}\pi - \frac{4}{2}\sqrt{3}$ D. $\frac{8}{3}\pi - \frac{2}{3}\sqrt{3}$

9. 如图, 在直角坐标系中, 点 $C(2, 0)$, 点 A 在第一象限 (横坐标大于 2), $AB \perp y$ 轴于点 B , $AC=AB$, 双曲线 $y=\frac{k}{x}$ ($k>0, x>0$) 经过 AC 中点 D , 并交 AB 于点 E . 若 $BE=\frac{3}{10}AB$, 则点 E 的坐标为 (▲)

- A. $(2, 9)$ B. $(3, 6)$ C. $(3, 8)$ D. $(5, 6)$

10. 对于二次函数 $y=ax^2+bx+c$, 规定函数 $y=\begin{cases} ax^2+bx+c & (x \geq 0) \\ -ax^2-bx-c & (x < 0) \end{cases}$ 是它的相关函数. 已知点 M, N 的坐标分别为 $(-\frac{1}{2}, 1)$, $(\frac{9}{2}, 1)$, 连接 MN , 若线段 MN 与二次函数

$y=-x^2+4x+n$ 的相关函数的图象有两个公共点, 则 n 的取值范围为 (▲) A. $-3 < n \leq$

-1 或 $1 < n \leq \frac{5}{4}$ B. $-3 < n < -1$ 或 $1 \leq n \leq \frac{5}{4}$

C. $n \leq -1$ 或 $1 < n \leq \frac{5}{4}$ D. $-3 < n < -1$ 或 $n \geq 1$

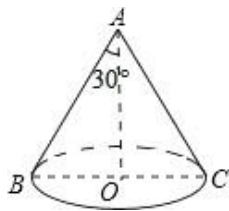
二. 填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共计 24 分.)

11. 因式分解: $x^3y - 4xy^3 = \underline{\quad\blacktriangle\quad}$.

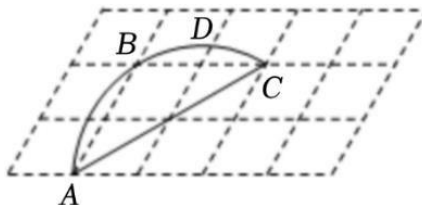
12. 截至 2020 年 11 月 17 日凌晨, 中国首次火星探测任务“天问一号”探测器已在轨飞行 116 天, 距离地球约 63800000 千米, 请将 63800000 用科学记数法表示 $\underline{\quad\blacktriangle\quad}$.

13. 如图, 已知圆锥的高为 $\sqrt{3}$, 高所在直线与母线的夹角为 30° , 圆锥的侧面积为 $\underline{\quad\blacktriangle\quad}$.

14. 已知关于 x 的不等式 $(a+2)x < 1$ 的解集为 $x > \frac{1}{a+2}$, 则 a 的取值范围为 $\underline{\quad\blacktriangle\quad}$.



(第 13 题)

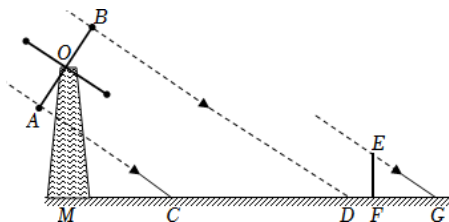


(第 15 题)

15. 如图 15 个形状大小相同的菱形组成网格, 菱形的顶点称为格点, 已知菱形的一个角为 60° , A, B, C 都在格点上, 点 D 在 \widehat{ABC} 上, 若 E 也在格点上, 且 $\angle AED = \angle ACD$, 则 $\tan \angle AEC = \underline{\quad\blacktriangle\quad}$.

16. 抛物线 $y = x^2 + px + q$ (p, q 为常数) 的顶点 M 关于 y 轴的对称点为 $(-3, n)$. 该抛物线与 x 轴相交于不同的两点 $(x_1, 0), (x_2, 0)$, 且 $x_1^2 x_2^2 - x_1 - x_2 = 115$, 则 $p+q+n$ 的值为 $\underline{\quad\blacktriangle\quad}$.

17. 如图是某风车示意图, 其相同的四个叶片均匀分布, 水平地面上的点 M 在旋转中心 O 的正下方. 某一时刻, 太阳光线恰好垂直照射叶片 OA, OB , 此时各叶片影子在点 M 右侧成线段 CD , 测得 $MC = 8.5m$, $CD = 13m$, 垂直于地面的木棒 EF 与影子 FG 的比为 $2:3$, 则点 O, M 之间的距离等于 $\underline{\quad\blacktriangle\quad}$ 米. 转动时, 叶片外端离地面的最大高度等于 $\underline{\quad\blacktriangle\quad}$ 米.



18. 设 O 为坐标原点, 点 A, B 为抛物线 $y = 2x^2$ 上的两个动点, 且 $OA \perp OB$. 连接点 A, B , 过 O 作 $OC \perp AB$ 于点 C , 则点 C 到 y 轴距离的最大值 $\underline{\quad\blacktriangle\quad}$.

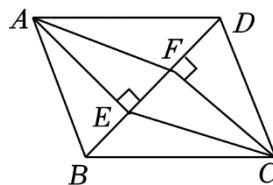
三．解答题（本大题共 10 小题，共 96 分.请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤等.）

19. 计算：（8 分）

$$(1) \quad |-\sqrt{2}| - 2\cos 45^\circ + (\pi - 1)^0 + \sqrt{12}. \quad (2) \quad \left(1 - \frac{4}{a+2}\right) \div \frac{a^2 - 4a + 4}{2a - 4}.$$

$$20. (8 \text{ 分}) (1) \text{ 解方程: } \frac{2x}{3x-3} + 1 = \frac{x}{x-1}. \quad (2) \text{ 解不等式组: } \begin{cases} 2(x+1) > x \\ 1-2x \geq \frac{x+7}{2} \end{cases}.$$

21. （10 分）如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形 $AE \perp BD$ 于点 E , $CF \perp BD$ 于点 F , 连接 AF 和 CE .



- (1) 证明：四边形 $AECF$ 是平行四边形；
- (2) 已知 $BD=6$, $DF=2$, $BC=5$, 求 CE 的长.

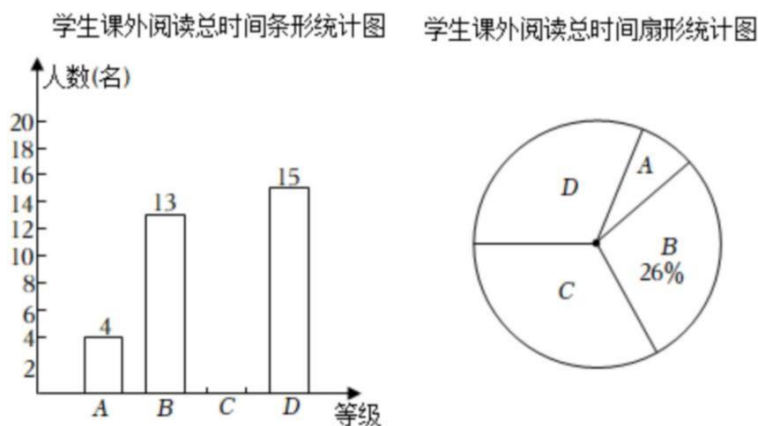
22. （10 分）小明正在参加全国“数学竞赛”，只要他再答对最后两道单选题就能顺利过关，

其中第一道题有 3 个选项，第二道题有 4 个选项，而这两道题小明都不会，不过小明还有一次“求助”没有使用（使用“求助”可让主持人去掉其中一题的一个错误选项）.

- (1) 如果小明第一题不使用“求助”，随机选择一个选项，那么小明答对第一道题的概率是 . ▲
- (2) 如果小明将“求助”留在第二题使用，请用画树状图或列表法求小明能顺利过关的概率.
- (3) 请你从概率的角度分析，建议小明在第 题使用“求助”，才能使他过关的概率

较大.

23.（10 分）为培养学生的阅读习惯，某中学利用学生课外时间开展了以“走近名著”为主题的读书活动．为了有效了解学生课外阅读情况，现随机调查了部分学生每周课外阅读的时间，设被调查的每名学生每周课外阅读的总时间为 x 小时，将它分为 4 个等级： A ($0 \leq x < 2$)， B ($2 \leq x < 4$)， C ($4 \leq x < 6$)， D ($x \geq 6$)，并根据调查结果绘制了如图两幅不完整的统计图：



请你根据统计图的信息，解决下列问题：

- (1) 本次共调查了 30 名学生；
- (2) 在扇形统计图中，若 A 等级所占比例为 $m\%$ ，则 m 的值为 13.3，等级 D 所对应的扇形的圆心角为 180°；
- (3) 请补全条形统计图；
- (4) 全校 1200 名学生，估计阅读时间不少于 6 小时的学生有多少名？

24.（8 分）如图 1，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=4$ ， $BC=8$ ．

- (1) 请在图 1 中用无刻度的直尺和圆规作图：在线段 BC 上找一点 D ，使它到 A 、 B 两点的距离相等（不写作法，保留作图痕迹）．连接 AD ，则 $\tan \angle CDA = \underline{2}$ ；
- (2) 如图 2， $\odot O$ 经过正方形网格中的格点 A 、 B 、 C 、 D ，请利用（1）得到的结论，仅用网格中的格点及无刻度的直尺分别在图 2 中画出一个满足下列两个条件的 $\angle P$ ；

① 顶点 P 在 $\odot O$ 上且不与点 A 、 B 、 C 、 D 重合；

② $\angle P$ 在图 2 中的正弦值为 $\frac{4}{5}$.

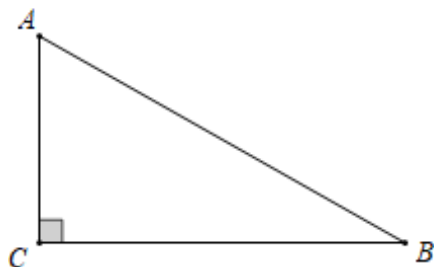


图1

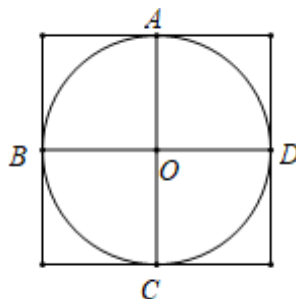
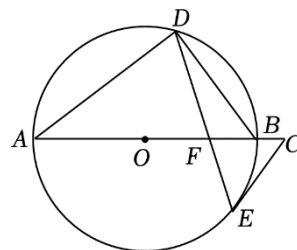


图2

25. (10 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 D 、 E 在 $\odot O$ 上, $\angle A = 2\angle BDE$, 过点 E 作直线 EC , 交 AB 的延长线于 C , $\angle C = \angle ABD$.

- (1) 求证: EC 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 如果 $\odot O$ 的半径为 8, $BF = 3$, 求 EF 的长.



26. (10 分) 某商贸公司购进某种商品, 经过市场调研, 整理出这种商品在第 x ($1 \leq x \leq 48$) 天的售价与日销售量的相关信息如表:

时间 x (天)	$1 \leq x < 30$	$30 \leq x \leq 48$
售价	$x+30$	60
日销售量 (kg)	$-2x+120$	

已知这种商品的进价为 20 元/ kg , 设销售这种商品的日销售利润为 y 元.

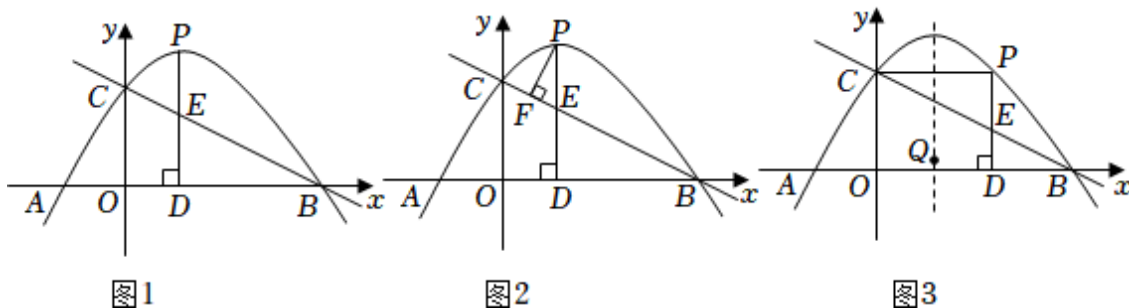
- (1) 求 y 与 x 的函数关系式;
- (2) 第几天的销售利润最大? 最大日销售利润为多少?
- (3) 公司在销售的前 28 天中, 每销售 $1kg$ 这种商品就捐赠 n 元利润 ($n < 9$) 给“希望工程”, 若每天扣除捐赠后的日销售利润随时间 x 的增大而增大, 求 n 的取值范围.

27. (10 分) 如图 1, 抛物线 $y=ax^2+x+c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 $A(-4, 0)$, $B(12, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 C , 点 P 是第一象限内抛物线上的一个动点, 过点 P 作 $PD \perp x$ 轴, 垂足为 D , PD 交直线 BC 于点 E , 设点 P 的横坐标为 m .

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 如图 2, 过点 P 作 $PF \perp CE$, 垂足为 F , 当 $CF=EF$ 时, 请求出 m 的值;

(3) 如图 3, 连接 CP , 当四边形 $OCPD$ 是矩形时, 在抛物线的对称轴上存在点 Q , 使原点 O 关于直线 CQ 的对称点 O' 恰好落在该矩形对角线所在的直线上, 请直接写出满足条件的点 Q 的坐标.



28. （12 分）如图，在菱形 $ABCD$ 中， $AB=10$ ， $\sin B=\frac{3}{5}$ ，点 E 从点 B 出发沿折线 $B-C-D$ 向终点 D 运动. 过点 E 作点 E 所在的边（ BC 或 CD ）的垂线，交菱形其它的边于点 F ，在 EF 的右侧作矩形 $EFGH$.

（1）求菱形 $ABCD$ 的面积.

（2）若 $EF=FG$ ，当 EF 过 AC 中点时，求 AG 的长.

（3）已知 $FG=8$ ，设点 E 的运动路程为 s （ $0 < s \leq 12$ ）. 当 s 满足什么条件时，以 G ， C ， H 为顶点的三角形与 $\triangle BEF$ 相似（包括全等）？

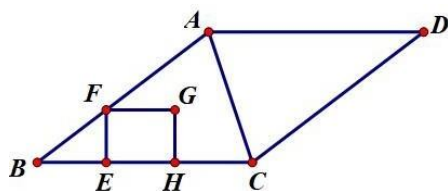


图 1

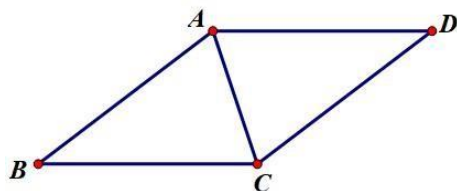
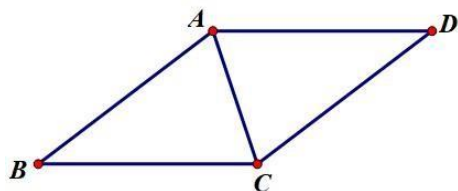
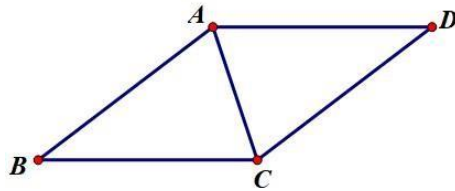


图 2（备用）



备用



备用