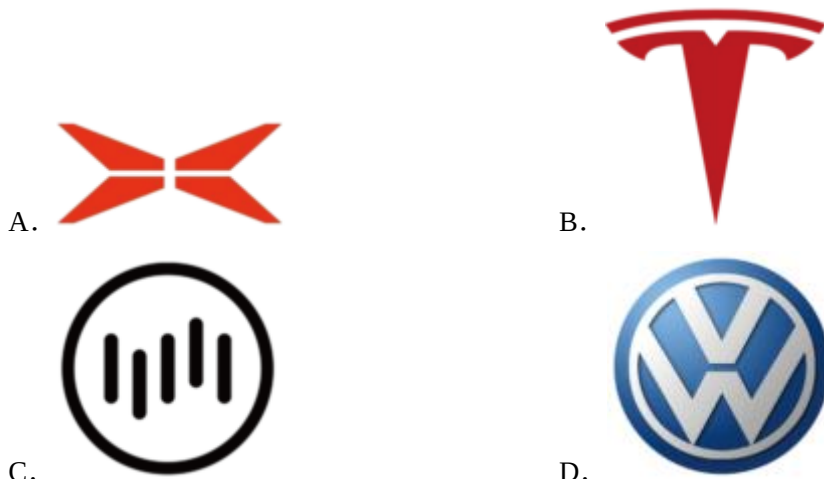


2023-2024 学年江苏省泰州市兴化市九年级（上）开学数学试卷

一、选择题（本大题共有 6 小题，每小题 3 分，共 18 分.在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

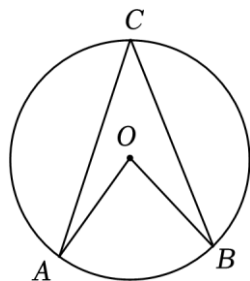
1.（3 分）下列新能源汽车标志图案中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（ ）



2.（3 分）若式子 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是（ ）

- A. $x < 1$ B. $x > 1$ C. $x \leq 1$ D. $x \geq 1$

3.（3 分）如图，点 A, B, C ，在 $\odot O$ 上， $\angle C = 40^\circ$. 则 $\angle AOB$ 的度数是（ ）

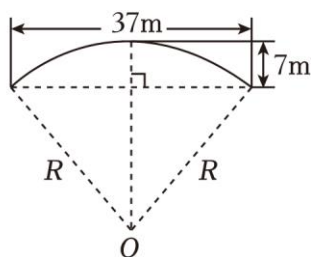


- A. 50° B. 60° C. 70° D. 80°

4.（3 分）在相同条件下的多次重复试验中，一个随机事件发生的频率为 f ，该事件的概率为 P . 下列说法正确的是（ ）

- A. 试验次数越多， f 越大
B. f 与 P 都可能发生变化
C. 试验次数越多， f 越接近于 P
D. 当试验次数很大时， f 在 P 附近摆动，并趋于稳定

5.（3 分）赵州桥是当今世界上建造最早，保存最完整的中国古代单孔敞肩石拱桥．如图，主桥拱呈圆弧形，跨度约为 $37m$ ，拱高约为 $7m$ ，则赵州桥主桥拱半径 R 约为（ ）



- A. 20m B. 28m C. 35m D. 40m

6. (3分) 在学校科技宣传活动中，某科技活动小组将3个标有“北斗”，2个标有“天眼”，5个标有“高铁”的小球（除标记外其它都相同）放入盒中，小红从盒中随机摸出1个小球，并对小球标记的内容进行介绍，下列叙述正确的是（ ）
- A. 摸出“北斗”小球的可能性最大
- B. 摸出“天眼”小球的可能性最大
- C. 摸出“高铁”小球的可能性最大
- D. 摸出三种小球的可能性相同

二、填空题（本大题共10小题，每小题3分，满分30分.请把答案直接填写在答题卡相应位置上.）

7. (3分) 为了调查某品牌护眼灯的使用寿命，比较适合的调查方式是 _____（填“普查”或“抽样调查”）.
8. (3分) 计算： $\sqrt{20} \times \sqrt{5} =$ _____.
9. (3分) 分式方程 $\frac{4}{x-2} = \frac{2}{x}$ 的解是 _____.
10. (3分) 若点A(-2, y_1)和点B(-1, y_2)都在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象上，则 y_1 _____ y_2 .（用“<”“>”或“=”填空）
11. (3分) 某种绿豆在相同条件下发芽试验的结果如下：

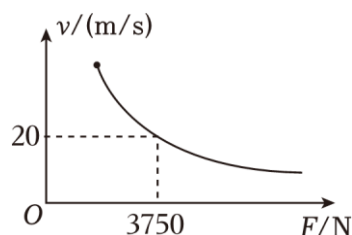
每批粒数 n	2	5	10	50	100	500	1000	1500	2000	3000
发芽的频数 m	2	4	9	44	92	463	928	1396	1866	2794
发芽的频率 $\frac{m}{n}$ (精确到)	1.000	0.800	0.900	0.880	0.920	0.926	0.928	0.931	0.933	0.931

0.001)										
--------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

这种绿豆发芽的概率的估计值为 _____（精确到 0.01）.

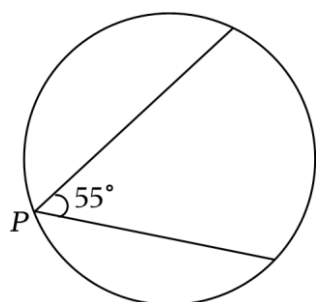
12. (3 分) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 6x + k = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 k 的取值范围是 _____.

13. (3 分) 某型号汽车行驶时功率一定, 行驶速度 v (单位: m/s) 与所受阻力 F (单位: N) 是反比例函数关系, 其图象如图所示. 若该型号汽车在某段公路上行驶时速度为 $30m/s$, 则所受阻力 F 为 N .

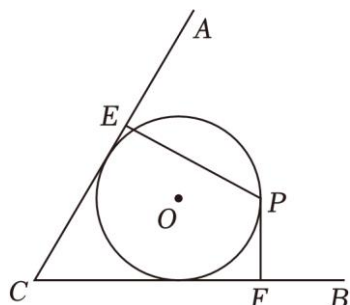


14. (3 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 的两个实数根分别为 x_1 和 x_2 , 则 $x_1 + x_2 - x_1x_2$ 的值为 _____.

15. (3 分) 如图, 某博览会上有一圆形展示区, 在其圆形边缘的点 P 处安装了一台监视器, 它的监控角度是 55° , 为了监控整个展区, 最少需要在圆形边缘上共安装这样的监视器 _____ 台.



16. (3 分) 如图, $\angle ACB = 60^\circ$, 半径为 2 的 $\odot O$ 与角的两边相切, 点 P 是 $\odot O$ 上任意一点, 过点 P 向角的两边作垂线, 垂足分别为 E, F , 设 $t = PE + 2PF$, 则 t 的取值范围是 _____.



三、解答题（本大题共 10 小题，满分 102 分，请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出必要的文字

17. (12 分) 解下列方程：

(1) $(x+2)^2 = 1$;

$$(2) x^2 + 2 = 2\sqrt{2}x;$$

$$(3) (x-5)^2 = 8(x-5).$$

18. (8分) 计算：

$$(1) (5\sqrt{48} + \sqrt{12} - 3\sqrt{3}) \div \sqrt{3};$$

$$(2) (\sqrt{3} + \sqrt{2})^{2023} \times (\sqrt{2} - \sqrt{3})^{2023}.$$

19. (8分) 在一个不透明的盒子里装有颜色不同的黑、白两种球共 60 个，它们除颜色不同外，其余都相同，王颖做摸球试验，她将盒子里面的球搅匀后从中随机摸出一个球记下颜色，再把它放回盒子中搅匀，经过大量重复上述摸球的过程，发现摸到白球的频率稳定于 0.25，

(1) 请估计摸到白球的概率将会接近 _____；

(2) 计算盒子里白、黑两种颜色的球各有多少个？

(3) 如果要使摸到白球的概率为 $\frac{2}{5}$ ，需要往盒子里再放入多少个白球？

20. (8分) 家庭过期药品属于“国家危险废物”，处理不当将污染环境，危害健康．某市药监部门为了解市民家庭处理过期药品的方式，对全市家庭作一次简单的随机抽样调查，调查问卷中有六个选项：A. 直接抛弃；B. 卖给药贩；C. 直接焚烧；D. 送回收点；E. 放置家中；F. 继续使用．（被调查的家庭从中选取一项）

(1) 下列选取样本的方法最合理的一种是 _____；（只需填写正确答案的序号）

①在全市医务工作者中以家庭为单位随机抽取；

②在全市常住人口中以家庭为单位随机抽取；

③在市中心某个居民区以家庭为单位随机抽取．

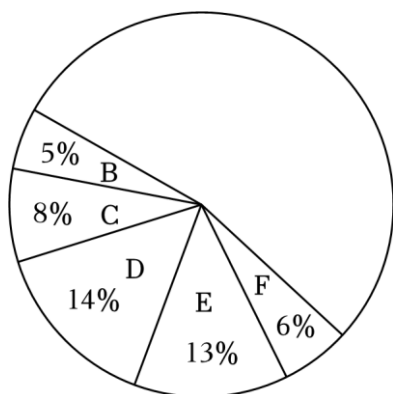
(2) 药监部门对所有抽样得到的数据进行整理，得到下列统计表和扇形统计图：

种类	频数（户数）
A（直接抛弃）	540
B（卖给药贩）	m
C（直接焚烧）	80
D（送回收点）	n
E（放置家中）	130
F（继续使用）	60

请根据统计图表，解答下列问题：① $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

②请补全扇形统计图；

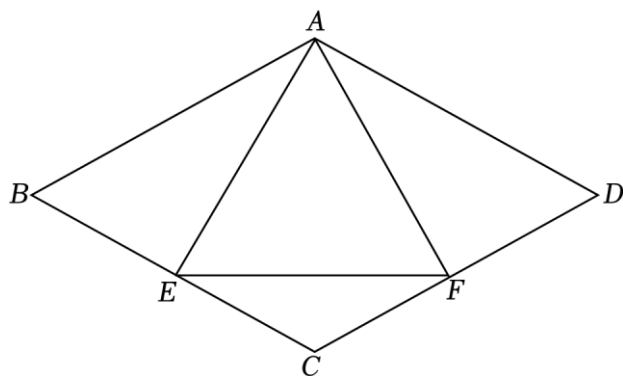
③家庭过期药品的正确处理方式是送回收点，若该市有 130 万户家庭，请估计有多少户家庭处理过期药品的方式是正确的。



21. (10 分) 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $AE \perp BC$ 于点 E ， $AF \perp CD$ 于点 F ，连结 EF 。

(1) 求证： $AE=AF$ ；

(2) 若 $\angle B=60^\circ$ ，求 $\angle AEF$ 的度数。



22. (10 分) 为推进全民健身设施建设，某体育中心准备改扩建一块运动场地。现有甲、乙两个工程队参与施工，具体信息如下：

信息一

工程队	每天施工面积（单位： m^2 ）	每天施工费用（单位：元）
甲	$x+300$	3600
乙	x	2200

信息二

甲工程队施工 $1800m^2$ 所需天数与乙工程队施工 $1200m^2$ 所需天数相等。
--

(1) 求 x 的值；

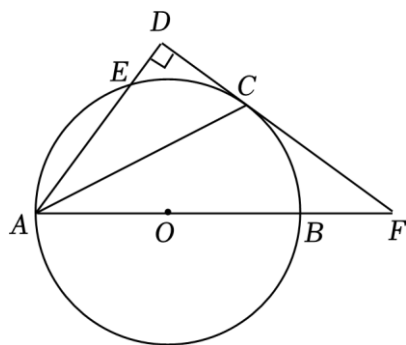
(2) 该工程计划先由甲工程队单独施工若干天，再由乙工程队单独继续施工，两队共施工 22 天，且完

成的施工面积不少于 $15000m^2$ 。该段时间内体育中心至少需要支付多少施工费用？

23. (10 分) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, E 为 $\odot O$ 上一点, 点 C 为 $\widehat{EB}$ 的中点, 过点 C 作 $CD \perp AE$, 交 AE 的延长线于点 D , 延长 DC 交 AB 的延长线于点 F .

(1) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线;

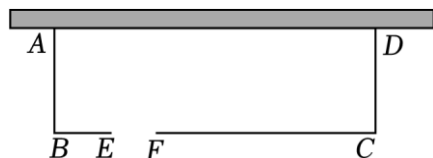
(2) 若 $DE=1$, $DC=2$, 求 $\odot O$ 的半径长.



24. (10 分) 如图, 老李想用长为 $70m$ 的栅栏, 再借助房屋的外墙 (外墙足够长) 围成一个矩形羊圈 $ABCD$, 并在边 BC 上留一个 $2m$ 宽的门 (建在 EF 处, 另用其他材料).

(1) 当羊圈的长和宽分别为多少米时, 能围成一个面积为 $640m^2$ 的羊圈?

(2) 羊圈的面积能达到 $650m^2$ 吗? 如果能, 请你给出设计方案; 如果不能, 请说明理由.



25. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(m, 0)$ 、 $B(m-a, 0)$ ($a > m > 0$) 的位置和函数 $y_1 = \frac{m}{x}$ ($x > 0$)、

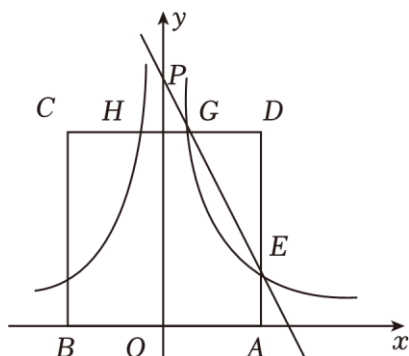
$y_2 = \frac{m-a}{x}$ ($x < 0$) 的图象如图所示. 以 AB 为边在 x 轴上方作正方形 $ABCD$, AD 边与函数 y_1 的图象相交于点 E , CD 边与函数 y_1 、 y_2 的图象分别相交于点 G 、 H , 一次函数 y_3 的图象经过点 E 、 G , 与 y 轴相交于点 P , 连接 PH .

(1) 若 $m=2$, $a=4$,

①求函数 y_3 的表达式及 $\triangle PGH$ 的面积;

②直接写出使 $y_1 > y_3 > 0$ 成立的 x 的范围;

(2) 当 a 、 m 在满足 $a > m > 0$ 的条件下任意变化时, $\triangle PGH$ 的面积是否变化? 请说明理由.

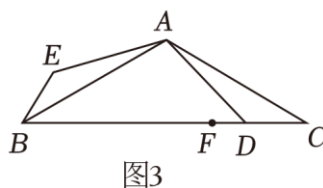
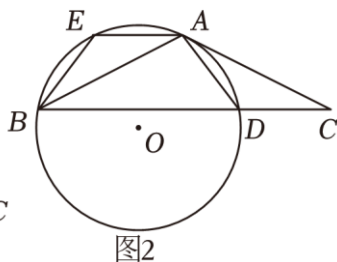
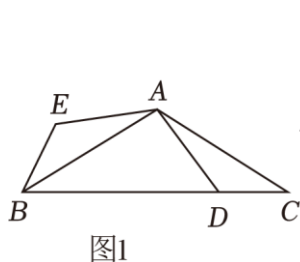


26. (14 分) $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=\alpha$ ($60^\circ < \alpha < 180^\circ$). 点 D 是 BC 边上的一动点 (点 D 不与 B, C 重合), 将线段 AD 绕点 A 顺时针旋转 α 到线段 AE , 连接 BE .

(1) 如图 1, 求证: $\triangle ADC \cong \triangle AEB$;

(2) 如图 2, 四边形 $AEBD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形, 若 AC 是 $\odot O$ 的切线, 当 $AD=4$ 时, 求 CD 的值;

(3) 如图 3, 已知 $\alpha=120^\circ$, $BC=12$, 点 F 在边 BC 上且 $CF=4$, 若点 P 是 $\triangle ABD$ 的外接圆的圆心, 连接 FP , 求 FP 的最小值.

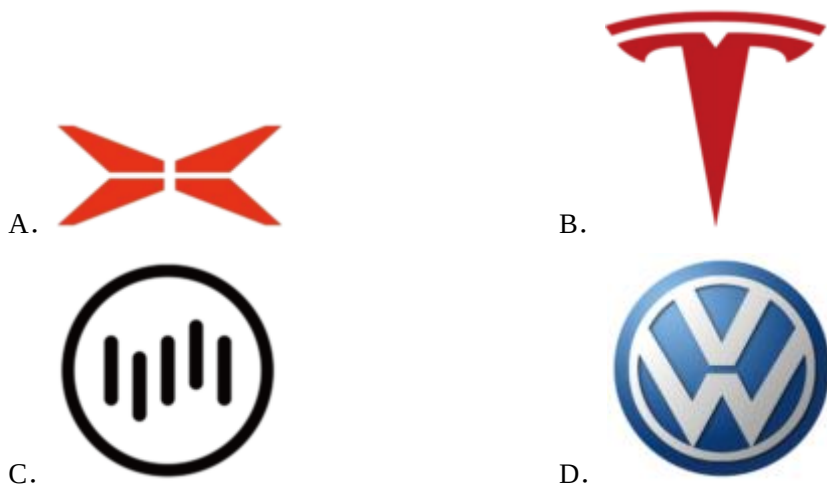


2023-2024 学年江苏省泰州市兴化市九年级（上）开学数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共有 6 小题，每小题 3 分，共 18 分.在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1.（3 分）下列新能源汽车标志图案中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（ ）



【答案】A

【分析】把一个图形绕某一点旋转 180° ，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形，如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形，由此即可得到答案.

【解答】解：A、既是轴对称图形，又是中心对称图形，故 A 符合题意；

B、D，是轴对称图形，但不是中心对称图形，故 B、D 不符合题意；

C、不是轴对称图形，是中心对称图形. 故 C 不符合题意.

故选：A.

2.（3 分）若式子 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是（ ）

A. $x < 1$ B. $x > 1$ C. $x \leq 1$ D. $x \geq 1$

【答案】D

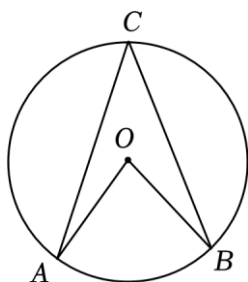
【分析】直接利用二次根式的有意义，被开方数不小于 0，进而得出答案.

【解答】解：式子 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义，则 $x-1 \geq 0$,

解得： $x \geq 1$.

故选：D.

3. (3分) 如图，点 A, B, C ，在 $\odot O$ 上， $\angle C = 40^\circ$. 则 $\angle AOB$ 的度数是 ()



- A. 50° B. 60° C. 70° D. 80°

【答案】D

【分析】由圆周角定理即可得到答案.

【解答】解： $\because \angle C = \frac{1}{2} \angle AOB$, $\angle C = 40^\circ$,

$\therefore \angle AOB = 80^\circ$.

故选：D.

4. (3分) 在相同条件下的多次重复试验中，一个随机事件发生的频率为 f ，该事件的概率为 P . 下列说法正确的是 ()

- A. 试验次数越多， f 越大
B. f 与 P 都可能发生变化
C. 试验次数越多， f 越接近于 P
D. 当试验次数很大时， f 在 P 附近摆动，并趋于稳定

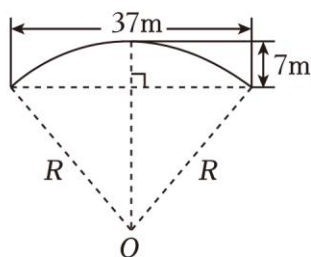
【答案】D

【分析】根据频率的稳定性解答即可.

【解答】解：在多次重复试验中，一个随机事件发生的频率会在某一个常数附近摆动，并且趋于稳定这个性质称为频率的稳定性.

故选：D.

5. (3分) 赵州桥是当今世界上建造最早，保存最完整的中国古代单孔敞肩石拱桥. 如图，主桥拱呈圆弧形，跨度约为 $37m$ ，拱高约为 $7m$ ，则赵州桥主桥拱半径 R 约为 ()



- A. $20m$ B. $28m$ C. $35m$ D. $40m$

【答案】B

【分析】设主桥拱半径 R ，根据垂径定理得到 $AD = \frac{37}{2}$ ，再利用勾股定理列方程求解，即可得到答案.

【解答】解：由题意可知， $AB = 37m$ ， $CD = 7m$ ，

设主桥拱半径为 Rm ，

$$\therefore OD = OC - CD = (R - 7)m,$$

$\because OC$ 是半径， $OC \perp AB$ ，

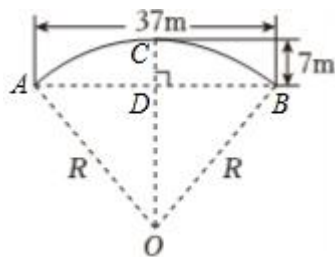
$$\therefore AD = BD = \frac{1}{2}AB = \frac{37}{2}(m),$$

在 $Rt\triangle ADO$ 中， $AD^2 + OD^2 = OA^2$ ，

$$\therefore \left(\frac{37}{2}\right)^2 + (R - 7)^2 = R^2,$$

$$\text{解得 } R = \frac{1565}{56} \approx 28.$$

故选：B.



6. (3分) 在学校科技宣传活动中，某科技活动小组将3个标有“北斗”，2个标有“天眼”，5个标有“高铁”的小球（除标记外其它都相同）放入盒中，小红从盒中随机摸出1个小球，并对小球标记的内容进行介绍，下列叙述正确的是（ ）
- A. 摸出“北斗”小球的可能性最大
 - B. 摸出“天眼”小球的可能性最大
 - C. 摸出“高铁”小球的可能性最大
 - D. 摸出三种小球的可能性相同

【答案】C

【分析】分别求出摸出三种小球的概率，再比较大小即可.

【解答】解： $\because$ 有3个标有“北斗”，2个标有“天眼”，5个标有“高铁”的小球，

$$\therefore \text{小红从盒中随机摸出1个小球，摸出标有“北斗”的概率是 } \frac{3}{3+2+5} = \frac{3}{10};$$

$$\text{摸出标有“天眼”的概率是 } \frac{2}{3+2+5} = \frac{2}{10};$$

摸出标有“高铁”的概率是 $\frac{5}{3+2+5} = \frac{5}{10}$,

$$\therefore \frac{5}{10} > \frac{3}{10} > \frac{2}{10},$$

$\therefore$ 摸出标有“高铁”小球的可能性最大.

故选：C.

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分.请把答案直接填写在答题卡相应位置上.）

- 7.（3 分）为了调查某品牌护眼灯的使用寿命，比较适合调查方式是 抽样调查（填“普查”或“抽样调查”）.

【答案】见试题解答内容

【分析】根据全面调查与抽样调查的特点解答即可.

【解答】解：调查某品牌护眼灯的使用寿命，具有破坏性，适合采用的调查方式是抽样调查.

故答案为：抽样调查.

- 8.（3 分）计算： $\sqrt{20} \times \sqrt{5} = \underline{10}$.

【答案】10.

【分析】根据二次根式的乘法法则和性质进行运算即可.

【解答】解： $\sqrt{20} \times \sqrt{5} = \sqrt{20 \times 5} = \sqrt{100} = 10$,

故答案为：10.

- 9.（3 分）分式方程 $\frac{4}{x-2} = \frac{2}{x}$ 的解是 $x = -2$.

【答案】见试题解答内容

【分析】根据解分式方程的步骤，方程两边同乘最简公分母，化为整式方程后再求解，然后进行检验，可得结果.

【解答】解： $\frac{4}{x-2} = \frac{2}{x}$,

方程两边同乘 $x(x-2)$ ，去分母得 $4x = 2(x-2)$,

解这个整式方程得 $x = -2$,

检验：把 $x = -2$ 代入 $x(x-2) \neq 0$,

$\therefore x = -2$ 是分式方程的解.

故答案为： $x = -2$.

- 10.（3 分）若点 $A(-2, y_1)$ 和点 $B(-1, y_2)$ 都在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象上，则 y_1 $>$ y_2 .（用“ $<$ ”

“ $>$ ”或“ $=$ ”填空）

【答案】>.

【分析】把 $x = -2$ 和 $x = -1$ 分别代入反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 中计算 y 的值，即可作出判断.

【解答】解：令 $x = -2$,

$$\text{则 } y_1 = \frac{2}{-2} = -1,$$

令 $x = -1$,

$$\text{则 } y_2 = \frac{2}{-1} = -2,$$

$$\because -1 > -2,$$

$$\therefore y_1 > y_2,$$

故答案为：>.

11. (3分) 某种绿豆在相同条件下发芽试验的结果如下：

每批粒数 n	2	5	10	50	100	500	1000	1500	2000	3000
发芽的频数 m	2	4	9	44	92	463	928	1396	1866	2794
发芽的频率 $\frac{m}{n}$ (精确到 0.001)	1.000	0.800	0.900	0.880	0.920	0.926	0.928	0.931	0.933	0.931

这种绿豆发芽的概率的估计值为 0.93 (精确到 0.01).

【答案】见试题解答内容

【分析】当试验次数足够大时，发芽的频率逐渐稳定并趋于某一个值，这个值作为概率的估计值.

【解答】解：根据表中的发芽的频率，当实验次数的增多，发芽的频率越来越稳定在 0.93 左右，所以可估计这种绿豆发芽的机会大约是 0.93.

故答案为：0.93.

12. (3分) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 6x + k = 0$ 有两个不相等的实数根，则 k 的取值范围是 $k < 9$.

【答案】 $k < 9$.

【分析】利用一元二次方程根的判别式列式计算即可.

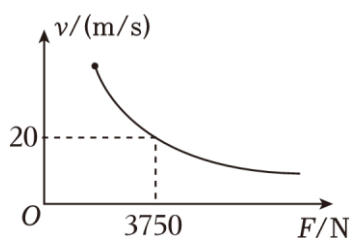
【解答】解：∵关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 6x + k = 0$ 有两个不相等的实数根，

$$\therefore \Delta = (-6)^2 - 4k > 0,$$

解得： $k < 9$ ，

故答案为： $k < 9$ 。

13. (3 分) 某型号汽车行驶时功率一定，行驶速度 v (单位： m/s) 与所受阻力的 F (单位： N) 是反比例函数关系，其图象如图所示。若该型号汽车在某段公路上行驶时速度为 $30m/s$ ，则所受阻力的 F 为 2500 N 。



【答案】2500。

【分析】根据题意可知此函数为反比例函数，由图中数据可以求出反比例函数，再将 $v=30m/s$ 代入即可求解。

【解答】解：设功率为 P ，由题可知 $P = Fv$ ，即 $v = \frac{P}{F}$ ，将 $F=3750N$ ， $v=20m/s$ 代入可得： $P=75000$ ，
即反比例函数为： $v = \frac{75000}{F}$ 。当 $v=30m/s$ 时， $F = \frac{75000}{30} = 2500N$ 。

故答案为：2500。

14. (3 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 的两个实数根分别为 x_1 和 x_2 ，则 $x_1 + x_2 - x_1x_2$ 的值为 2。

【答案】2。

【分析】直接利用根与系数的关系 $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 3$ ， $x_1x_2 = \frac{c}{a} = 1$ ，再代入计算即可求解。

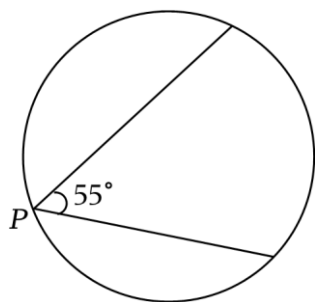
【解答】解：∵关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 的两个实数根分别为 x_1 和 x_2 ，

$$\therefore x_1 + x_2 = -\frac{-3}{1} = 3, \quad x_1x_2 = \frac{1}{1} = 1,$$

$$\therefore x_1 + x_2 - x_1x_2 = 3 - 1 = 2.$$

故答案为：2。

15. (3 分) 如图，某博览会上有一圆形展示区，在其圆形边缘的点 P 处安装了一台监视器，它的监控角度是 55° ，为了监控整个展区，最少需要在圆形边缘上共安装这样的监视器 4 台。



【答案】见试题解答内容

【分析】根据一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的一半，得该圆周角所对的弧所对的圆心角是 110° ，则共需安装 $360^\circ \div 110^\circ = 3\frac{3}{11} \approx 4$ 台。

【解答】解： $\because \angle P = 55^\circ$ ，

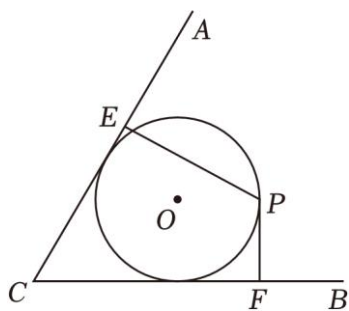
$\therefore \angle P$ 所对弧所对的圆心角是 110° ，

$$\therefore 360^\circ \div 110^\circ = 3\frac{3}{11},$$

$\therefore$ 最少需要在圆形边缘上共安装这样的监视器 4 台。

故答案为：4.

16. (3 分) 如图， $\angle ACB = 60^\circ$ ，半径为 2 的 $\odot O$ 与角的两边相切，点 P 是 $\odot O$ 上任意一点，过点 P 向角的两边作垂线，垂足分别为 E, F ，设 $t = PE + 2PF$ ，则 t 的取值范围是 $6 - 2\sqrt{3} \leq t \leq 6 + 2\sqrt{3}$ 。



【答案】 $6 - 2\sqrt{3} \leq t \leq 6 + 2\sqrt{3}$ 。

【分析】设半径为 2 的 $\odot O$ 与角的两边相切于 M, N ，连接 OM, ON ，延长 NO 交 CB 于 D ，求得 $\angle CND = \angle OMD = 90^\circ$ ，根据直角三角形的性质得到 $\angle CDN = 30^\circ$ ，求得 OD ，得到 $CN = \frac{\sqrt{3}}{3}DN$ ，如图 1，延长 EP 交 BC 于 Q ，推出 $\triangle ECQ$ 与 $\triangle PFQ$ 是直角三角形，根据直角三角形的性质得到 $CE = EQ$ ， $PQ = 2PF$ ，求得 $t = PE + 2PF = PE + PQ = EQ$ ，当 EQ 与 $\odot O$ 相切且点 P 在圆心的右侧时， t 有最大值，连接 OP ，则四边形 $ENOP$ 是正方形，根据正方形的性质得到 $EN = OP = 2$ ，求得 t ；如图 2，当 EQ 与 $\odot O$ 相切且点 P 在圆心的左侧时， t 有最小值，同理可得 t ，于是得出结论。

【解答】解：设半径为 2 的 $\odot O$ 与角的两边相切于 M, N ，如图 1，连接 OM, ON ，延长 NO 交 CB 于

D ,

$$\therefore \angle CND = \angle OMD = 90^\circ,$$

$$\because \angle ACB = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle CND$ 是直角三角形,

$$\therefore \angle CDN = 30^\circ,$$

$$\because ON = OM = 2,$$

$$\therefore OD = 4,$$

$$\therefore DN = OD + ON = 4 + 2 = 6,$$

$$\therefore CN = \frac{\sqrt{3}}{3} DN = 2\sqrt{3},$$

如图 1, 延长 EP 交 BC 于 Q ,

$$\because EQ \perp AC, PF \perp BC,$$

$$\therefore \angle CEQ = \angle PFQ = 90^\circ,$$

$$\because \angle ACB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle EQC = 30^\circ,$$

$\therefore \triangle ECQ$ 与 $\triangle PFQ$ 是直角三角形,

$$\therefore \sqrt{3}CE = EQ, PQ = 2PF,$$

$$\therefore t = PE + 2PF = PE + PQ = EQ,$$

当 EQ 与 $\odot O$ 相切且点 P 在圆心的右侧时, t 有最大值,

连接 OP ,

则四边形 $ENOP$ 是正方形,

$$\therefore EN = OP = 2, CN = CM = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore t = PE + 2PF = PE + PQ = EQ = \sqrt{3}CE = \sqrt{3}(CN + EN) = \sqrt{3}(2\sqrt{3} + 2) = 6 + 2\sqrt{3};$$

如图 2, 当 EQ 与 $\odot O$ 相切且点 P 在圆心的左侧时, t 有最小值,

$$\text{同理可得 } t = PE + 2PF = PE + PQ = EQ = \sqrt{3}CE = \sqrt{3}(CN - EN) = \sqrt{3}(2\sqrt{3} - 2) = 6 - 2\sqrt{3};$$

故 t 的取值范围是 $6 - 2\sqrt{3} \leq t \leq 6 + 2\sqrt{3}$,

故答案为: $6 - 2\sqrt{3} \leq t \leq 6 + 2\sqrt{3}$.

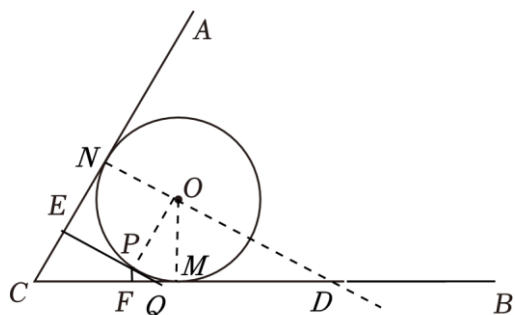


图2

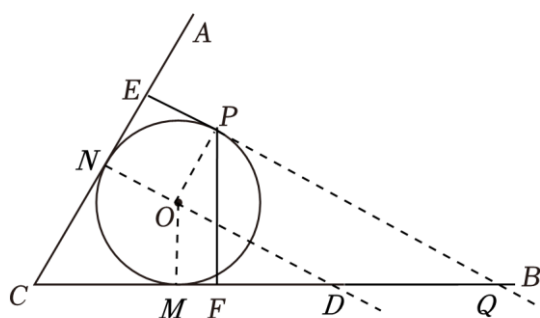


图1

三、解答题（本大题共 10 小题，满分 102 分，请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出必要的文字

17.（12 分）解下列方程：

(1) $(x+2)^2=1$;

(2) $x^2+2=2\sqrt{2}x$;

(3) $(x-5)^2=8(x-5)$.

【答案】(1) $x_1=-1$, $x_2=-3$;

(2) $x_1=x_2=\sqrt{2}$;

(3) $x_1=5$, $x_2=13$.

【分析】(1) 方程两边开方，即可得出两个一元一次方程，再求出方程的解即可；

(2) 移项后配方，再开方，再求出方程的解即可；

(3) 移项后把方程的左边分解因式，即可得出两个一元一次方程，再求出方程的解即可.

【解答】解：(1) $(x+2)^2=1$,

开方得： $x+2=\pm 1$,

解得： $x_1=-1$, $x_2=-3$;

(2) $x^2+2=2\sqrt{2}x$,

$x^2-2\sqrt{2}x+2=0$,

$$(x - \sqrt{2})^2 = 0,$$

$$\text{解得: } x_1 = x_2 = \sqrt{2};$$

$$(3) (x - 5)^2 = 8(x - 5),$$

$$(x - 5)^2 - 8(x - 5) = 0,$$

$$(x - 5)(x - 5 - 8) = 0,$$

$$x - 5 = 0 \text{ 或 } x - 5 - 8 = 0,$$

$$\text{解得: } x_1 = 5, x_2 = 13.$$

18. (8 分) 计算:

$$(1) (5\sqrt{48} + \sqrt{12} - 3\sqrt{3}) \div \sqrt{3};$$

$$(2) (\sqrt{3} + \sqrt{2})^{2023} \times (\sqrt{2} - \sqrt{3})^{2023}.$$

【答案】 (1) 19;

(2) -1.

【分析】 (1) 先把各二次根式化为最简二次根式，然后把括号内合并后进行二次根式的除法运算；

(2) 先根据积的乘方得到原式= $[(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})]^{2023}$ ，然后利用平方差公式计算.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: } (1) \text{ 原式} &= (20\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3}) \div \sqrt{3} \\ &= 19\sqrt{3} \div \sqrt{3} \\ &= 19; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{ 原式} &= [(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})]^{2023} \\ &= (2 - 3)^{2023} \\ &= (-1)^{2023} \\ &= -1. \end{aligned}$$

19. (8 分) 在一个不透明的盒子里装有颜色不同的黑、白两种球共 60 个，它们除颜色不同外，其余都相同，王颖做摸球试验，她将盒子里面的球搅匀后从中随机摸出一个球记下颜色，再把它放回盒子中搅匀，经过大量重复上述摸球的过程，发现摸到白球的频率稳定于 0.25，

(1) 请估计摸到白球的概率将会接近 0.25；

(2) 计算盒子里白、黑两种颜色的球各有多少个？

(3) 如果要使摸到白球的概率为 $\frac{2}{5}$ ，需要往盒子里再放入多少个白球？

【答案】 见试题解答内容

【分析】 (1) 根据题意容易得出结果；

(2) 由 $60 \times 0.25 = 15$, $60 - 15 = 45$, 即可得出结果;

(3) 设需要往盒子里再放入 x 个白球; 根据题意得出方程, 解方程即可.

【解答】解: (1) 根据题意得: 当 n 很大时, 摸到白球的概率将会接近 0.25; 假如你摸一次, 你摸到白球的概率为 0.25;

故答案为: 0.25;

(2) $60 \times 0.25 = 15$, $60 - 15 = 45$;

答: 盒子里白、黑两种颜色的球分别有 15 个、45 个;

(3) 设需要往盒子里再放入 x 个白球;

根据题意得: $\frac{15+x}{60+x} = \frac{2}{5}$,

解得: $x = 15$;

经检验 $x = 15$ 是原方程的解,

答: 需要往盒子里再放入 15 个白球.

20. (8 分) 家庭过期药品属于“国家危险废物”, 处理不当将污染环境, 危害健康. 某市药监部门为了解市民家庭处理过期药品的方式, 对全市家庭作一次简单的随机抽样调查, 调查问卷中有六个选项: A. 直接抛弃; B. 卖给药贩; C. 直接焚烧; D. 送回收点; E. 放置家中; F. 继续使用. (被调查的家庭从中选取一项)

(1) 下列选取样本的方法最合理的一种是 ②; (只需填写正确答案的序号)

①在全市医务工作者中以家庭为单位随机抽取;

②在全市常住人口中以家庭为单位随机抽取;

③在市中心某个居民区以家庭为单位随机抽取.

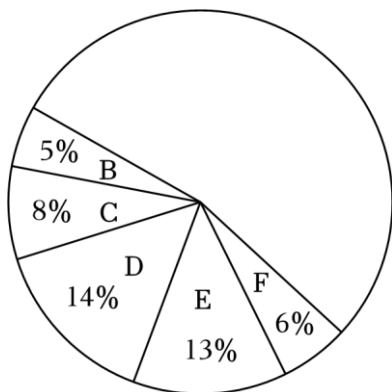
(2) 药监部门对所有抽样得到的数据进行整理, 得到下列统计表和扇形统计图:

种类	频数 (户数)
A (直接抛弃)	540
B (卖给药贩)	m
C (直接焚烧)	80
D (送回收点)	n
E (放置家中)	130
F (继续使用)	60

请根据统计图表，解答下列问题：① $m=$ 50， $n=$ 140；

②请补全扇形统计图；

③家庭过期药品的正确处理方式是送回收点，若该市有 130 万户家庭，请估计有多少户家庭处理过期药品的方式是正确的。



【答案】（1）②；

（2）①50，140；②见解答；③18.2 万户。

【分析】（1）根据抽样调查的样本要具有代表性和广泛性可得答案；

（2）①用 C 的频数除以 8% 可得样本容量，再根据“频数=总数×频率”可得 m 、 n 的值；

②求出 A 所占百分比即可补全扇形统计图；

③用 130 万乘 D 所占百分比可得答案。

【解答】解：（1）在全市常住人口中以家庭为单位随机抽取具有代表性，

故答案为：②；

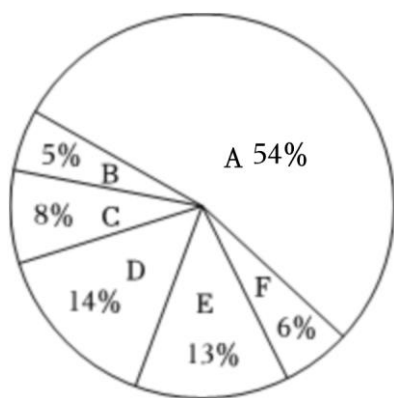
（2）①由题意可知，样本容量为： $80 \div 8\% = 1000$ ，

故 $m = 1000 \times 5\% = 50$ ， $n = 1000 \times 14\% = 140$ ，

故答案为：50，140；

②A（直接抛弃）所占百分比为： $\frac{540}{1000} \times 100\% = 54\%$ ，

补全扇形统计图如下：



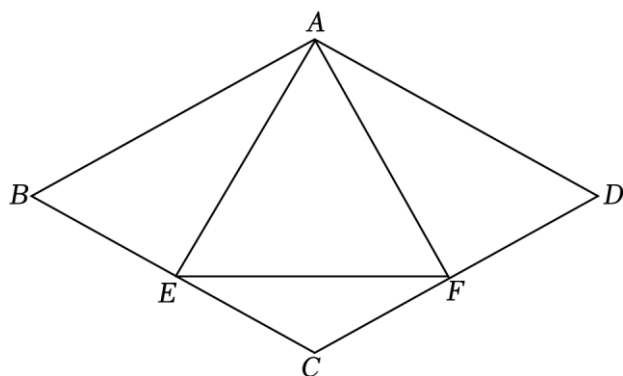
③ $130 \times 14\% = 18.2$ （万户），

答：估计约 18.2 万户家庭处理过期药品的方式是正确的。

21.（10 分）如图，在菱形 $ABCD$ 中， $AE \perp BC$ 于点 E ， $AF \perp CD$ 于点 F ，连结 EF 。

（1）求证： $AE = AF$ ；

（2）若 $\angle B = 60^\circ$ ，求 $\angle AEF$ 的度数。



【答案】（1）证明见解答；

（2） 60° 。

【分析】（1）欲证明 $AE = AF$ ，只需要证得 $\triangle ABE \cong \triangle ADF$ 即可；

（2）根据菱形的邻角互补和全等三角形的性质进行推理解答。

【解答】（1）证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$$\therefore AB = AD, \angle B = \angle D.$$

又 $\because AE \perp BC$ 于点 E ， $AF \perp CD$ 于点 F ，

$$\therefore \angle AEB = \angle AFD = 90^\circ,$$

在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle ADF$ 中，

$$\therefore \begin{cases} \angle B = \angle D \\ \angle AEB = \angle AFD \\ AB = AD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ADF \text{ (AAS).}$$

$$\therefore AE=AF;$$

(2) 解：∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$$\therefore \angle B + \angle BAD = 180^\circ .$$

而 $\angle B = 60^\circ$,

$$\therefore \angle BAD = 120^\circ .$$

又 $\because \angle AEB = 90^\circ$, $\angle B = 60^\circ$,

$$\therefore \angle BAE = 30^\circ .$$

由 (1) 知 $\triangle ABE \cong \triangle ADF$,

$$\therefore \angle BAE = \angle DAF = 30^\circ .$$

$$\therefore \angle EAF = 120^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 60^\circ .$$

$\therefore \triangle AEF$ 是等边三角形.

$$\therefore \angle AEF = 60^\circ .$$

22. (10 分) 为推进全民健身设施建设, 某体育中心准备改扩建一块运动场地. 现有甲、乙两个工程队参与施工, 具体信息如下:

信息一

工程队	每天施工面积 (单位: m^2)	每天施工费用 (单位: 元)
甲	$x+300$	3600
乙	x	2200

信息二

甲工程队施工 $1800m^2$ 所需天数与乙工程队施工 $1200m^2$ 所需天数相等.

(1) 求 x 的值;

(2) 该工程计划先由甲工程队单独施工若干天, 再由乙工程队单独继续施工, 两队共施工 22 天, 且完成的施工面积不少于 $15000m^2$. 该段时间内体育中心至少需要支付多少施工费用?

【答案】 见试题解答内容

【分析】 (1) 利用工作时间 = 工作总量 ÷ 工作效率, 结合甲工程队施工 $1800m^2$ 所需天数与乙工程队施工 $1200m^2$ 所需天数相等, 可列出关于 x 的分式方程, 解之经检验后, 即可得出 x 的值;

(2) 设甲工程队施工 m 天, 则乙工程队单独施工 $(22 - m)$ 天, 根据 22 天完成的施工面积不少于 $15000m^2$, 可列出关于 m 的一元一次不等式, 解之可得出 m 的取值范围, 设该段时间内体育中心需要支付 w 元施工费用, 利用总费用 = $3600 \times$ 甲工程队施工时间 + $2200 \times$ 乙工程队施工时间, 可找出 w 关于 m 的函数关

系式，再利用一次函数的性质，即可解决最值问题.

【解答】解：（1）根据题意得： $\frac{1800}{x+300} = \frac{1200}{x}$,

解得： $x=600$,

经检验， $x=600$ 是所列方程的解，且符合题意.

答： x 的值为 600；

（2）设甲工程队施工 m 天，则乙工程队单独施工 $(22 - m)$ 天，

根据题意得： $(600+300)m+600(22 - m) \geq 15000$,

解得： $m \geq 6$,

设该段时间内体育中心需要支付 w 元施工费用，则 $w=3600m+2200(22 - m)$,

即 $w=1400m+48400$,

$\because 1400 > 0$,

$\therefore w$ 随 m 的增大而增大，

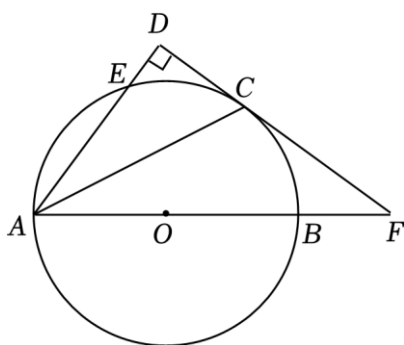
$\therefore$ 当 $m=6$ 时， w 取得最小值，最小值 $=1400 \times 6 + 48400 = 56800$.

答：该段时间内体育中心至少需要支付 56800 元施工费用.

23. (10 分) 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径， E 为 $\odot O$ 上一点，点 C 为 $\widehat{EB}$ 的中点，过点 C 作 $CD \perp AE$ ，交 AE 的延长线于点 D ，延长 DC 交 AB 的延长线于点 F .

(1) 求证： CD 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $DE=1$ ， $DC=2$ ，求 $\odot O$ 的半径长.



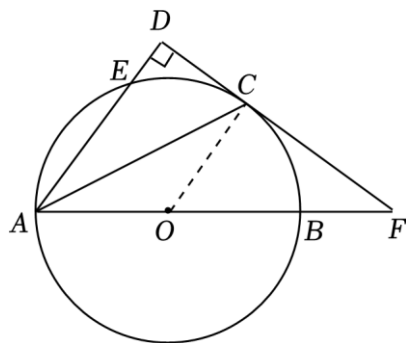
【答案】 见试题解答内容

【分析】 (1) 连接 OC ，由等弧所对的圆周角相等得出 $\angle EAC = \angle BAC$ ，根据同圆的半径相等得出 $\angle BAC = \angle OCA$ ，于是有 $\angle EAC = \angle OCA$ ，可得出 $AE \parallel OC$ ，再根据 $CD \perp AE$ ，即可得出 $OC \perp DF$ ，从而问题得证；

(2) 连接 CE ， BC ，先根据切割线定理求出 AD 的长，然后由勾股定理求出 AC 、 CE 的长，再根据等

弧所对的弦相等得出 $BC=CE$ ，在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中根据勾股定理求出 AB 的长，即可求出 $\odot O$ 的半径．

【解答】（1）证明：连接 OC ，



$\because$ 点 C 为 $\widehat{EB}$ 的中点，

$\therefore \widehat{EC} = \widehat{BC}$ ，

$\therefore \angle EAC = \angle BAC$ ，

$\because OA = OC$ ，

$\therefore \angle BAC = \angle OCA$ ，

$\therefore \angle EAC = \angle OCA$ ，

$\therefore AE \parallel OC$ ，

$\therefore \angle ADC = \angle OCF$ ，

$\because CD \perp AE$ ，

$\therefore \angle ADC = 90^\circ$ ，

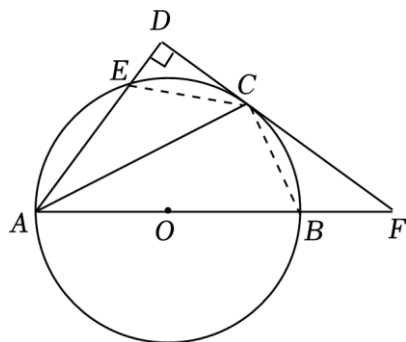
$\therefore \angle OCF = 90^\circ$ ，

即 $OC \perp DF$ ，

又 OC 为 $\odot O$ 的半径，

$\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线；

（2）解：连接 CE ， BC ，



由（1）知 CD 是 $\odot O$ 的切线，

$$\therefore CD^2 = DE \cdot AD,$$

$$\because DE = 1, DC = 2,$$

$$\therefore AD = 4,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ADC \text{ 中, 由勾股定理得 } AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5},$$

$$\text{在 Rt}\triangle DCE \text{ 中, 由勾股定理得 } CE = \sqrt{CD^2 + DE^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5},$$

$\because$ 点 C 是 $\widehat{EB}$ 的中点，

$$\therefore \widehat{EC} = \widehat{BC},$$

$$\therefore EC = BC = \sqrt{5},$$

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径，

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

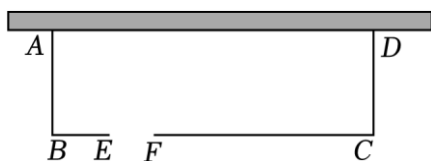
$$\text{由勾股定理得 } AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2} = 5,$$

$\therefore \odot O$ 的半径长是 2.5.

24. (10 分) 如图，老李想用长为 70m 的栅栏，再借助房屋的外墙（外墙足够长）围成一个矩形羊圈 $ABCD$ ，并在边 BC 上留一个 2m 宽的门（建在 EF 处，另用其他材料）。

（1）当羊圈的长和宽分别为多少米时，能围成一个面积为 $640m^2$ 的羊圈？

（2）羊圈的面积能达到 $650m^2$ 吗？如果能，请你给出设计方案；如果不能，请说明理由。



【答案】（1）当羊圈的长为 40m，宽为 16m 或长为 32m，宽为 20m 时，能围成一个面积为 $640m^2$ 的羊圈；（2）不能，理由见解答。

【分析】（1）根据 $BC = \text{栅栏总长} - 2AB$ ，再利用矩形面积公式即可求出；

（2）把 $S = 650$ 代入 $x(72 - 2x)$ 中函数解析式中，解方程，取在自变量范围内的值即可。

【解答】解：（1）设矩形 $ABCD$ 的边 $AB = x$ m，则边 $BC = 70 - 2x + 2 = (72 - 2x)$ m。

根据题意，得 $x(72 - 2x) = 640$ ，

化简，得 $x^2 - 36x + 320 = 0$ ，

解得 $x_1 = 16$ ， $x_2 = 20$ ，

当 $x=16$ 时， $72-2x=72-32=40$ (m)，

当 $x=20$ 时， $72-2x=72-40=32$ (m)。

答：当羊圈的长为 $40m$ ，宽为 $16m$ 或长为 $32m$ ，宽为 $20m$ 时，能围成一个面积为 $640m^2$ 的羊圈；

(2) 答：不能，

理由：由题意，得 $x(72-2x)=650$ ，

化简，得 $x^2-36x+325=0$ ，

$$\Delta = (-36)^2 - 4 \times 325 = -4 < 0,$$

$\therefore$ 一元二次方程没有实数根。

$\therefore$ 羊圈的面积不能达到 $650m^2$ 。

25. (12分) 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(m, 0)$ 、 $B(m-a, 0)$ ($a>m>0$) 的位置和函数 $y_1=\frac{m}{x}$ ($x>0$)、

$y_2=\frac{m-a}{x}$ ($x<0$) 的图象如图所示。以 AB 为边在 x 轴上方作正方形 $ABCD$ ， AD 边与函数 y_1 的图象相

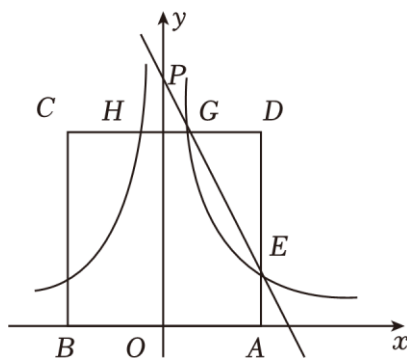
交于点 E ， CD 边与函数 y_1 、 y_2 的图象分别相交于点 G 、 H ，一次函数 y_3 的图象经过点 E 、 G ，与 y 轴相交于点 P ，连接 PH 。

(1) 若 $m=2$ ， $a=4$ ，

①求函数 y_3 的表达式及 $\triangle PGH$ 的面积；

②直接写出使 $y_1>y_3>0$ 成立的 x 的范围；

(2) 当 a 、 m 在满足 $a>m>0$ 的条件下任意变化时， $\triangle PGH$ 的面积是否变化？请说明理由。



【答案】 (1) ①函数 y_3 的表达式为 $y_3 = -2x+5$ ， $\triangle PGH$ 的面积为 $\frac{1}{2}$ ；

②当 $0 < x < \frac{1}{2}$ 或 $2 < x < \frac{5}{2}$ 时， $y_1 > y_3 > 0$ ；

(2) $\triangle PGH$ 的面积不变化。理由见解析过程。

【分析】 (1) ①先确定 E 、 G 两个点的坐标，再利用待定系数法求出函数 y_3 的表达式，进而求出点 P 的坐标，结合 H 点求 $\triangle PGH$ 的面积；

②结合图象，可求解；

（2）按（1）的思路求解；

【解答】解：（1）① $\because m=2, a=4$,

$$\therefore \text{点 } A(2, 0), B(-2, 0), y_1 = \frac{2}{x}, y_2 = -\frac{2}{x},$$

$$\therefore \text{点 } E(2, 1), G\left(\frac{1}{2}, 4\right), H\left(-\frac{1}{2}, 4\right),$$

$\therefore$ 一次函数 y_3 的图象经过点 E, G ,

$\therefore$ 设 $y_3 = kx + b$, 则

$$\begin{cases} 2k + b = 0 \\ \frac{1}{2}k + b = 4 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} k = -2 \\ b = 5 \end{cases},$$

$\therefore$ 函数 y_3 的表达式为 $y_3 = -2x + 5$,

$$\therefore P(0, 5),$$

$$\therefore PM = OP - OM = 1,$$

$$\therefore S_{\triangle PGH} = \frac{1}{2} \times HG \cdot PM = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2};$$

$$\text{②当 } y=0 \text{ 时, 则 } -2x+5=0, \text{ 即 } x=\frac{5}{2},$$

$$\therefore \text{当 } 0 < x < \frac{1}{2} \text{ 或 } 2 < x < \frac{5}{2} \text{ 时, } y_1 > y_3 > 0;$$

（2） $\triangle PGH$ 的面积不变化. 理由如下:

$$\therefore \text{点 } A(m, 0), B(m-a, 0), y_1 = \frac{m}{x}, y_2 = \frac{m-a}{x},$$

$$\therefore \text{点 } E(m, 1), G\left(\frac{m}{a}, a\right), H\left(\frac{m-a}{a}, a\right),$$

设 $y_3 = k_1x + b_1$, 则

$$\begin{cases} k_1 m + b_1 = 1 \\ \frac{k_1 m}{a} + b_1 = a \end{cases},$$

$$\therefore b_1 = a + 1,$$

$$\therefore P(0, a+1),$$

$$\therefore PM = OP - OM = 1,$$

$$\therefore S_{\triangle PGH} = \frac{1}{2} \times HG \cdot PM = \frac{1}{2} \times \left(\frac{m}{a} - \frac{m-a}{a}\right) \times 1 = \frac{1}{2}.$$

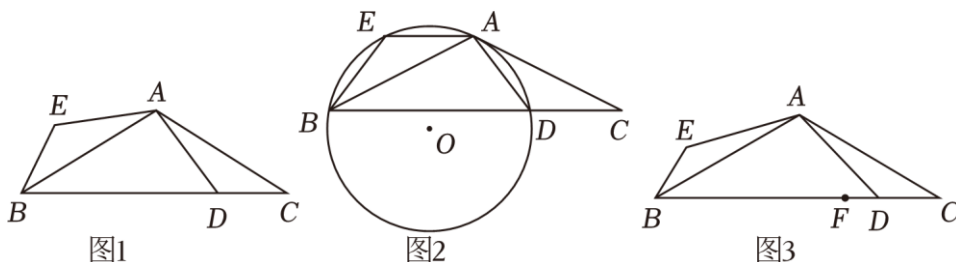
∴当 a, m 在满足 $a > m > 0$ 的条件下任意变化时， $\triangle PGH$ 的面积不变化。

26. (14 分) $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle BAC=\alpha$ ($60^\circ < \alpha < 180^\circ$)。点 D 是 BC 边上的一动点（点 D 不与 B, C 重合），将线段 AD 绕点 A 顺时针旋转 α 到线段 AE ，连接 BE 。

(1) 如图 1，求证： $\triangle ADC \cong \triangle AEB$ ；

(2) 如图 2，四边形 $AEBD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形，若 AC 是 $\odot O$ 的切线，当 $AD=4$ 时，求 CD 的值；

(3) 如图 3，已知 $\alpha=120^\circ$ ， $BC=12$ ，点 F 在边 BC 上且 $CF=4$ ，若点 P 是 $\triangle ABD$ 的外接圆的圆心，连接 FP ，求 FP 的最小值。



【答案】(1) 见解析；

(2) 4；

(3) FP 的最小值为 $2\sqrt{3}$ 。

【分析】(1) 根据旋转的性质得到 $AE=AD$ ， $\angle DAE=\alpha$ ，证明 $\angle BAE=\angle CAD$ ，进而证明 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ；

(2) 如图 2，连接 OA, OD ，根据切线的性质得到 $\angle OAC=90^\circ$ ，求得 $\angle OAD+\angle CAD=90^\circ$ ，根据等腰三角形的性质得到 $\angle OAD=\angle ODA$ ，根据等腰三角形的性质得到 $\angle C=\angle ABC$ ，于是得到结论；

(3) 如图 3 所示，作线段 AB 的垂直平分线，分别交 AB, BC 于 G, M ，过 A 作 $AN \perp BC$ 于 N ，根据等腰三角形的性质得到 $BN=CN=\frac{1}{2}BC=6$ ，求得 $\angle ABC=30^\circ$ ，根据三角函数的定义得到 $BG=\frac{1}{2}AB=2\sqrt{3}$ ，得到 $BF=8$ ，求得 $MF=BF-BM=4$ ，根据全等三角形的性质得到 $FP=BG=2\sqrt{3}$ 于是得到 FP 的最小值为 $2\sqrt{3}$ 。

【解答】(1) 证明：由旋转的性质可得 $AE=AD$ ， $\angle DAE=\alpha$ ，

∴ $\angle BAC=\angle DAE$ ，

∴ $\angle BAC - \angle BAD = \angle DAE - \angle BAD$ ，即 $\angle BAE = \angle CAD$ ，

又 ∵ $AB=AC$ ，

∴ $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ (SAS)；

(2) 解：如图 2，连接 OA, OD ，

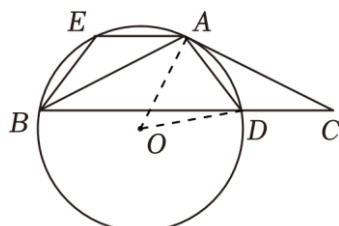


图2

$\because AC$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore \angle OAC = 90^\circ$,

$\therefore \angle OAD + \angle CAD = 90^\circ$,

$\because OA = OD$,

$\therefore \angle OAD = \angle ODA$,

$\therefore \angle AOD = 2\angle ABC = 180^\circ - 2\angle OAD = 180^\circ - 2(90^\circ - \angle CAD) = 2\angle CAD$,

$\therefore \angle ABC = \angle CAD$,

$\because AB = AC$,

$\therefore \angle C = \angle ABC$,

$\therefore \angle DAC = \angle C$,

$\therefore CD = AD = 4$;

(3) 解: 如图 3 所示, 作线段 AB 的垂直平分线, 分别交 AB 、 BC 于 G 、 M , 连接 AM , PF ,

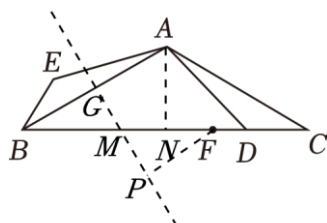


图3

过 A 作 $AN \perp BC$ 于 N ,

$\because AB = AC$,

$\therefore BN = CN = \frac{1}{2}BC = 6$,

$\because \angle BAC = 120^\circ$,

$\therefore \angle ABC = 30^\circ$,

$\therefore AB = \frac{BN}{\cos 30^\circ} = 4\sqrt{3}$,

$$\therefore BG = \frac{1}{2}AB = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore BM = \frac{BG}{\cos 30^\circ} = \frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 4,$$

$$\because BC = 12, \text{ 点 } F \text{ 在边 } BC \text{ 上且 } CF = 4,$$

$$\therefore BF = 8,$$

$$\therefore MF = BF - BM = 4,$$

$$\because \odot P \text{ 是 } \triangle ABD \text{ 的外接圆的圆心},$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 一定在 } AB \text{ 的垂直平分线上},$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 在直线 } GM \text{ 上},$$

$$\therefore \text{当 } FP \perp GM \text{ 时, } PF \text{ 有最小值},$$

$$\because \angle BGM = \angle FPM = 90^\circ, \angle BMG = \angle FMP, BM = FM = 4,$$

$$\therefore \triangle BGM \cong \triangle FPM \text{ (AAS)},$$

$$\therefore FP = BG = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore FP \text{ 的最小值为 } 2\sqrt{3}.$$