2023 年九年级第二次适应性练习

数学试题 2023.05

本试卷分试题卷和答题卷两部分，所有答案一律写在答题卷上。考试时间为 120 分钟，试卷满分为 150 分。

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题所给出的四个选项中，只有一项是正确的，请 用 2B 铅笔把答题卡上相应的选项标号涂黑 ）

1．下列各数中，绝对值最小的数是（　　）

A．0　　B．－1　　C．$-\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{2}$

2．下列运算正确的是（　　）

A．$(xy)^2=xy^2$　　B．$x^3+x^3=2x^3$　　C．$(x-y)^2=x^2-y^2$　　D．$x^8\div x^8=x$

3．函数 $y=\sqrt{2-x}$ 中自变量 x 的取值范围是（　　）

A．x≤2　　B．x≥2　　C．x<2　　D．x>2

4．为了调查我市某校学生的视力情况，在全校的 2000 名学生中随机抽取了 300 名学生，下列说法正确的是（　　）

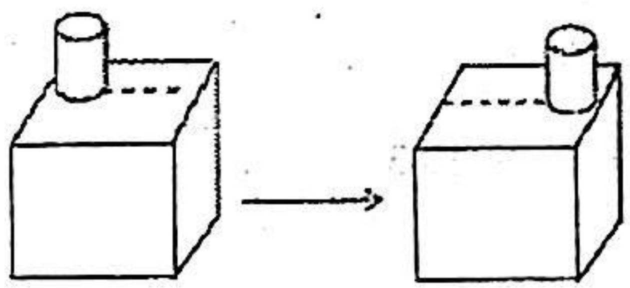
A．此次调查属于全面调查　　B．样本容量是 300

C．2000 名学生是总体　　D．被抽取的每一名学生称为个体

5．下列图形是中心对称图形但不是轴对称图形的是（　　）

A．平行四边形　　B．等边三角形　　C．圆　　D．线段

6．如图，一个圆柱体在正方体上表面沿虚线从左向右平移，则该组合体在该平移过程中不变的视图是（　　）

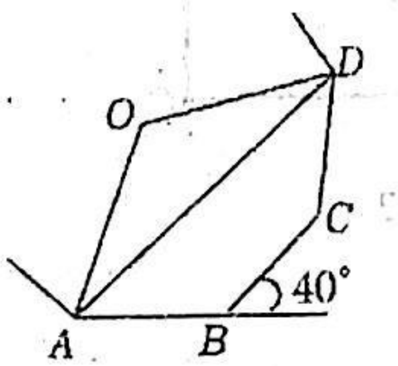


A．主视图和俯视图　B．主视图　　C．俯视图　　D．左视图

7．下列命题中：①菱形的对角线相等；②矩形的对角线互相垂直；③平行四边形的对角线互相平分；④正方形的对角线相等且互相垂直平分．真命题的个数为（　　）

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

8．如图，A、B、C、D 是一个外角为 40° 的正多边形的顶点．若 O 为正多边形的中心，则 $\angle OAD$ 的度数为（　　）

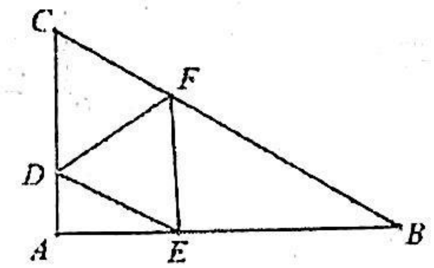


A．14° B．40° C．30° D．15°

9．若直线 $y=kx+k+1$ 经过点（m，$n+3$）和（$m+1$，$2n-1$），且 $0<k<2$，则 n 的值可以是（　　）

A．3 B．4 C．5 D．6

10．如图，Rt△ABC 中，∠ABC＝30°，AC＝1，点 D、E 分别是边 AC、AB 上的动点，将 DE 绕点 D 逆时针旋转 60°，使点 E 落在边 BC 的点 F 处，则 EF 的最小值是（　）



A．$\frac{\sqrt{21}}{7}$ B．$\frac{\sqrt{3}}{7}$ C．$\frac{\sqrt{3}}{5}$ D．1

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．不需写出解答过程，只需把答案直接填写在答题卡上相应的位置）

11. 分解因式：$4a^2-16$＝___________.

12. 已知 $x^{2n}=2$，则 x^{6n} 的值为___________.

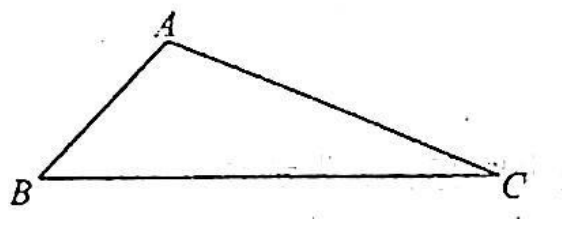
13. 一粒大米的质量约为0.000021千克，数据0.000021用科学记数法可表示为___________.

14. 如果点 A（－3，－2），B（1，m）在同一反比例函数的图象上，那么 m 的值为___________.

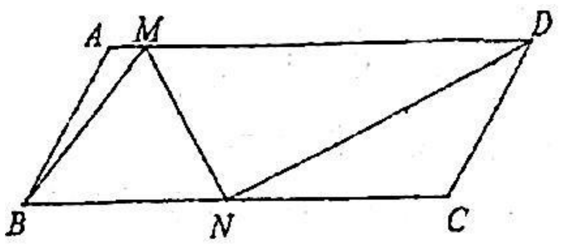
15. 如果圆锥的母线长为 5，底面半径为 2，那么这个圆锥的侧面积为___________.

16. “直角三角形的两个锐角互余”，它的逆命题是___________.

17. 如图，在△ABC 中，∠B＝2∠C＝45°，AC＝10，则△ABC 的面积是___________.



18. 如图，在▱$ABCD$ 中，AB＝2，AD＝5，M、N 分别是 AD、BC 边上的动点，且∠ABC＝∠MNB＝60°，则 $BM+MN+ND$ 的最小值是___________.

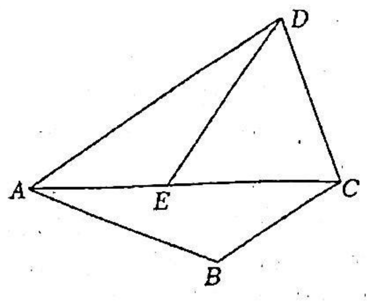


三、解答题（本大题共 10 小题，共 96 分．请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

19．（本题满分 8 分）计算：（1）$(\sqrt{3}-1)^0+\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-1}\times\sqrt{12}$；　　（2）（$x$＋$y$）（$x$－$y$）－$x$（$x$－$2y$）．

20．（本题满分 8 分）（1）解方程：$\dfrac{2x}{x-3}=\dfrac{1}{3-x}+1$；　　（2）解不等式组：$\begin{cases}x+4>-2x+1,\\ \dfrac{x}{2}-\dfrac{x-1}{3}\le 1.\end{cases}$

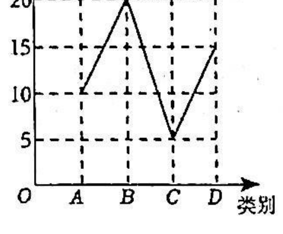
21．（本题满分 10 分）如图，点 E 在△ABC 边 AC 上，AE＝BC，BC∥AD，∠CED＝∠BAD．

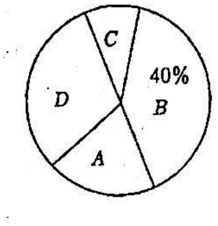


（1） 求证：△ABC≌△DEA；

（2） 若∠ACB＝30°，求∠BCD 的度数．

22．（本题满分 10 分）为了让同学们进一步了解中国科技的快速发展，某中学九（1）班团支部组织了一次手抄报比赛，该班每位同学从 A．“中国天眼”，B．“5G 时代”，C．“夸父一号”，D．“巅峰使命”四主题中任选一个自己喜欢的主题．统计同学们所选主题的频数，绘制了不完整的统计图如下，请根据统计图中的信息解答下列问题：





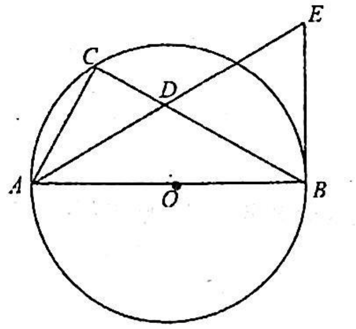
（1） 九（1）班共有__________名学生；

（2） 请以九（1）班的统计数据估计全校 2000 名学生大约有多少人选择 D 主题？

（3） 甲和乙从 A、B、C、D 四个主题中任选一个主题，请用列表法或画树状图法求出他们

选择相同主题的概率．

23．（本题满分 10 分）如图，AB 是⊙O 的直径，点 C 在⊙O 上，$\angle CAB$ 的平分线与 BC 相交于点 D，与⊙O 过点 B 的切线相交于点 E．



（1） 判断△BDE 的形状，并证明你的结论；

（2） 若 AB＝4，BD＝2，求 AD 的长．

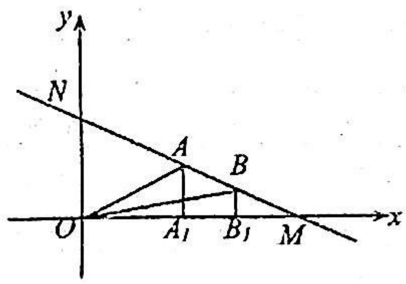
24．（本题满分 10 分）我市为了打造湿地公园，今年计划改造一片绿化地种植 A、B 两种景观树．种植 3 棵 A 种、4 棵 B 种景观树需要 1800 元，种植 4 棵 A 种、3 棵 B 种景观树需要 1700 元．

（1） 种植每棵 A 种景观树和每棵 B 种景观树各需要多少元？

（2） 今年计划种植 A、B 两种景观树共 400 棵，且 A 种景观树的数量不超过 B 种景观树数量的 3 倍，那么种植这两种景观树的总费用最低为多少元？

（3） 相关资料表明：A、B 两种景观树的成活率分别为 70%和 90%．今年计划投入 10 万元种植 A、B 两种景观树共 400 棵，要求这两种树的总成活率不低于 85%，投入的钱是否够用？请说明理由．

25．（本题满分 10 分）如图，函数 $y=-\frac{1}{2}x+2$ 的图象分别交 x 轴、y 轴于 M、N 两点，过线段 MN 上两点 A、B 分别作 x 轴的垂线，垂足为 A_1、B_1，记△OAA_1 的面积为 S_1，△OBB_1 的面积为 S_2．



（1） 若点 A 的横坐标为 2，求 S_1 的值；（2）若 $OA_1+OB_1>4$，求证：$S_1>S_2$．

26．（本题满分 10 分）定义：如图 1，点 C 把线段 AB 分成两部分，如果 $\frac{AC}{CB}=\sqrt{2}$，那么点 C 为线段 AB 的“白银分割点”．

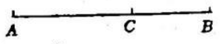


图 1

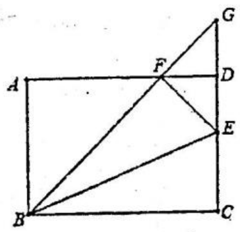


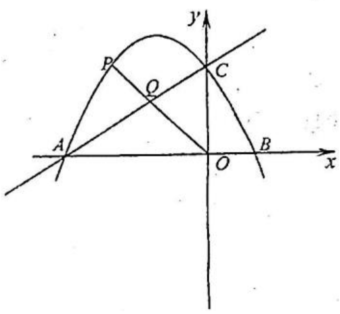
图 2

图 3

应用：（1）如图 2，矩形 $ABCD$ 中，AB＝1， $BC\sqrt{2}$，E 为 CD 上一点，将矩形 $ABCD$ 沿 BE 折叠，使得点 C 落在 AD 边上的点 F 处，延长 BF 交 CD 的延长线于点 G，说明点 E 为线段 GC 的“白银分割点”．

（2） 已知线段 AB（如图 3），作线段 AB 的一个“白银分割点”，（要求：尺规作图，保留作图痕迹，不写作法）

27．（本题满分 10 分）如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y=ax^2+bx+4$ 与 x 轴交于 A（－6，0）、B（2，0）两点，与 y 轴交于点 C，点 P 为直线 AC 上方抛物线上一动点，连接 OP 交 AC 于点 Q.



（1） 求抛物线的函数表达式；

（2） 当 $\dfrac{PQ}{OQ}$ 的值最大时，求点 P 的坐标和 $\dfrac{PQ}{OQ}$ 的最大值；

（3） 若点 M 是抛物线对称轴上一动点，点 N 是平面内任意一点，当以 A、C、M、N 为顶点的四边形为菱形时，直接写出点 N 的坐标.

28．（本题满分 10 分）已知：在矩形 $ABCD$ 中，AB＝3，AD＝4，点 P 是 DC 边上的一个动点，将矩形 $ABCD$ 折叠，使点 B 与点 P 重合，点 A 落在点 G 处，折痕为 EF.

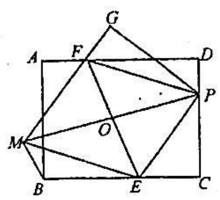


图 1

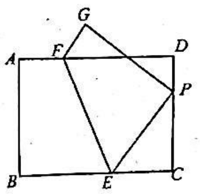


图 2

（1） 如图 1，当点 P 与点 D、C 均不重合时，取 EF 的中点 O，连接 PO 并延长与 GF 的延长线交于点 M，连接 PF、ME、MB.

①求证：四边形 $MEPF$ 是平行四边形；

②当 $\tan\angle ABM=\dfrac{1}{2}$ 时，求四边形 $MEPF$ 的面积.

（2） 如图 2，设 $PC=t$，用含 t 的式子表示四边形 $ECDF$ 的面积 S，并求出 S 的最大值及此时 t 的值.

2023年九年级第二次适应性练习

数学答案 2023.05

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分.）

1．A　2．B　3．A　4．B　5．A　6．D　7．C　8．C　9．C　10．A

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.）

11．4（a＋2）（a－2）　12．8　13．2.1×10^{-5}　14．6　15．10π

16．两角互余的三角形是直角三角形　17．25　18．$\sqrt{37}+2$

三、解答题（本大题共 10 小题，共 96 分.）

19．（1）解：原式 $=1+3\times2\sqrt{3}$　　（2）解：原式$=x^2-y^2-x^2+2xy$

$=1+6\sqrt{3}$　　$=2xy-y^2$

20．（1）解：$2x=-1+x-3$　　（2）解：由①得：$x>-1$

$x=-4$　　由②得：$x\leqslant4$

经检验：$x=-4$ 是原方程的解　　∴$-1<x\leqslant4$.

21. ⑴证明：∵ $BC\parallel AD$，∴$\angle DAC=\angle ACB$，

∵$\angle CED=\angle BAD$，$\angle CED=\angle ADE+\angle DAC$，$\angle BAD=\angle DAC+\angle BAC$，

∴$\angle ADE=\angle BAC$，

在△ABC 和△DEA，

$$\begin{cases}\angle BAC=\angle ADE\\ \angle ACB=\angle DAC\\ BC=AE\end{cases}$$

∴△ABC≌△DEA（AAS）.

⑵∵△ABC≌△DEA，∴$AC=AD$

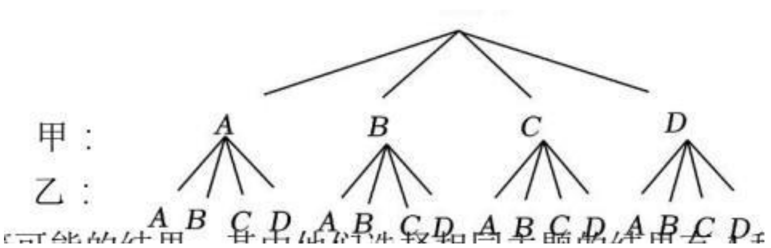
∵$\angle DAC=\angle ACB$，$\angle ACB=30°$ ∴$\angle DAC=30°$

∴$\angle ACD=75°$ ∴$\angle BCD=\angle BCA+\angle ACD=105°$.

22. 解：（1）50；　（2）$2000\times\dfrac{15}{50}=600$（人）.

∴估计全校 2000 名学生大约有 600 人选择 D 主题.

（3）画树状图如下：



由上图可知共有 16 种等可能的结果，其中他们选择相同主题的结果有 4 种是：（A，A）、（B，B），（C，C），（D，D）

∴P（甲乙选择相同主题）$=\dfrac{4}{16}=\dfrac{1}{4}$.

23. 证明：∵AE 平分$\angle BAC$，∴$\angle BAE=\angle CAE$，

∵AB 为直径，∴$\angle C=90°$，∴$\angle CAD+\angle ADC=90°$，

∵BE 切⊙O 于 B，∴$AB\perp BE$，∴$\angle BAE+\angle E=90^\circ$，∴$\angle ADC=\angle E$，

而$\angle ADC=\angle BDE$，∴$\angle BDE=\angle E$，∴$BE=BD$，∴$\triangle BDE$是等腰三角形.

（2）解：∵$\angle BAE=\angle CAD$，∴$Rt\triangle ACD\backsim Rt\triangle ABE$，∴$CD:AC=BE:AB=2:4$，

设 $CD=x$，$AC=2x$，则 $AD=\sqrt{5}x$，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$BC=BD+CD=x+2$，

∵$(2x)^2+(2+x)^2=4^2$，解得 $x_1=\frac{6}{5}$，$x_2=-2$（舍去），

∴$AD=\sqrt{5}x=\frac{6}{5}\sqrt{5}$.

24. 解：（1）设种植每棵 A 种景观树需要 a 元，每棵 B 种景观树需要 b 元，

根据题意得：$\begin{cases}3a+4b=1800\\4a+3b=1700\end{cases}$，解得：$\begin{cases}a=200\\b=300\end{cases}$.

答：种植每棵 A 种景观树需要 200 元，每棵 B 种景观树需要 300 元；

（2）设种植 A 种景观树 x 棵，则种植 B 种景观树（$400-x$）棵，

根据题意得：$y=200x+300(400-x)=-100x+120000$，

∵A 种景观树的数量不超过 B 种景观树数量的 3 倍，∴$x\leqslant 3(400-x)$，∴$x\leqslant 300$，

∵$-100<0$，∴y 随 x 的增大而减小，

∴当 $x=300$ 时，$y_{最小}=-30000+120000=90000$（元），

∴这两种景观树的总费用最低为 90000 元；

（3）投入的钱不够用.

理由：∵$70\%x+(400-x)\times 90\%\geqslant 400\times 85\%$，∴$x\leqslant 100$，

∵$y=100x+120000\leqslant 100000$，∴$x\geqslant 200$，

∴投入的钱不够用.

25.（1）当 $x=2$ 时，$y=-\frac{1}{2}\times 2+2=1$，∴（2，1）

∴$S_1=\frac{1}{2}\times 2\times 1=1$

（2）设 A、B 两点的横坐标分别为 x_1、x_2，且 $0<x_1<x_2<4$

于是 $A\left(x_1,-\frac{1}{2}x_1+2\right)$、$B\left(x_2,-\frac{1}{2}x_2+2\right)$、$x_1+x_2>4$

$S_1=\frac{1}{2}x_1\left(-\frac{1}{2}x_1+2\right)=-\frac{1}{4}x_1^2+x_1$，$S_2=\frac{1}{2}x_2\left(-\frac{1}{2}x_2+2\right)=-\frac{1}{4}x_2^2+x_2$，

∴$S_1-S_2=\left(-\frac{1}{4}x_1^2+x_1\right)-\left(-\frac{1}{4}x_2^2+x_2\right)=-\frac{1}{4}(x_1-x_2)(x_1+x_2-4)>0$

∴$S_1>S_2$

26.（1）∵四边形 $ABCD$ 是矩形，∴$\angle A=90^\circ=\angle C$，

∵矩形 $ABCD$ 沿 BE 折叠，使得点 C 落在 AD 边上的点 F 处，

∴$BF=BC=\sqrt{2}$，$\angle BFE=\angle C=90^\circ=\angle GFE$，$EF=CE$，

∵$AB=1$，∴$AF=\sqrt{BF^2-AB^2}=\sqrt{(\sqrt{2})^2-1^2}=1$

∴$AB=AF$，∴$\triangle ABF$是等腰直角三角形，$\angle AFB=45^\circ=\angle GFD$，

∵$\angle ADC=90^\circ=\angle ADG$，∴$\angle G=45^\circ$，

∴△*GFE* 的等腰直角三角形，

∴ $GE=\sqrt{2}EF$，∴ $GE=\sqrt{2}CE$，∴*E* 是线段 *GC* 的“白银分割点”

（2）作法：过 *B* 作 *BH*⊥*AB*，在 *BH* 上取 *BE*＝*AB*，连接 *AE*，作∠*AEB* 的角平分线交 *AB* 于 *K*，点 *K* 即为线段 *AB* 的“白银分割点”.

27．（1）不妨设抛物线为 y＝a（x＋6）（x－2），由－12a＝4，得$a=-\dfrac{1}{3}$

故抛物线的函数表达式是 $y=-\dfrac{1}{3}x^2-\dfrac{4}{3}x+4$

（2）过点 *P* 作 *y* 轴的平行线，交线段 *BC* 于点 *K*，

可设 $P\left(t,-\dfrac{1}{3}t^2-\dfrac{4}{3}t+4\right)$，$K\left(t,\dfrac{2}{3}t+4\right)$，

$PK=-\dfrac{1}{3}t^2-\dfrac{4}{3}t+4-\left(\dfrac{2}{3}t+4\right)=-\dfrac{1}{3}t^2-2t$

$\because \dfrac{PQ}{OQ}=\dfrac{PK}{OC}=\dfrac{-\dfrac{1}{3}t^2-2t}{4}=-\dfrac{1}{12}t^2-\dfrac{1}{2}t=-\dfrac{1}{12}(t+3)^2+\dfrac{3}{4}$

∴当 t＝－3，即 *P*（－3，5）时，$\left(\dfrac{PQ}{OQ}\right)_{最大}=\dfrac{3}{4}$

（3）$N\left(-4,\dfrac{7}{2}\right)$，$N(-8,\pm4\sqrt{3})$，*N*（4，10）、*N*（4，－2）

28．（1）①∵纸片折叠，仍有 *MG*∥*EP*，∴∠*FMO*＝∠*EPO*，∠*MFO*＝∠*PEO*，

又∵*OF*＝*OE*，∴△*MOF*≌△*POE*，∴*OM*＝*OP*，∴四边形 *MEPF* 是平行四边形.

②连结 *PB*，交 *EF* 于点 *N*，

∵沿 *EF* 折叠使点 *B* 与点 *P* 重合，∴*EF*⊥*BP*，*BN*＝*PN*，设 *BE*＝*PE*＝*a*

又∵*OM*＝*OP*，∴*ON* 是△*PBM* 的中位线， *ON*∥*BM*

∴∠*MBP*＝∠*FNP*＝90°＝∠*ABC*，∴∠*PBC*＝∠*ABM*

在矩形 *ABCD* 中，∠*C*＝90°，$\tan\angle PBC=\tan\angle ABM=\dfrac{1}{2}$，*BC*＝*AD*＝4，∴*PC*＝2

∴在 Rt△*PBC* 中，a^2＝2^2＋（4－a）^{2}，解得 $a=\dfrac{5}{2}$，∴ $S_{▱MEPF}=\dfrac{5}{2}\times3=\dfrac{15}{2}$

（2）连结 *BP*、*BF*、*PF*，设四边形 *ECDF* 中，*CE*＝*a*，*DF*＝*b*

在 Rt△*PEC* 中，$a^2+t^2=(4-a)^2$，∴ $a=2-\dfrac{t^2}{8}$

由 *BF*＝*PF*，得 $3^2+(4-b)^2=b^2+(3-t)^2$，∴ $b=-\dfrac{t^2}{8}+\dfrac{3t}{4}+2$

$$\therefore S=\frac{3}{2}(a+b)=\frac{3}{2}\left(2-\frac{t^2}{8}-\frac{t^2}{8}+\frac{3t}{4}+2\right)=-\frac{3t^2}{8}+\frac{9t}{8}+6=-\frac{3}{8}\left(t-\frac{3}{2}\right)^2+6\frac{27}{32}$$

故当 $t=\dfrac{3}{2}$ 时，$S_{最大}=6\dfrac{27}{32}$.