

2022-2023 学年下学期期中考试押题卷 02

高二·数学

（考试时间：120 分钟 试卷满分：150 分）

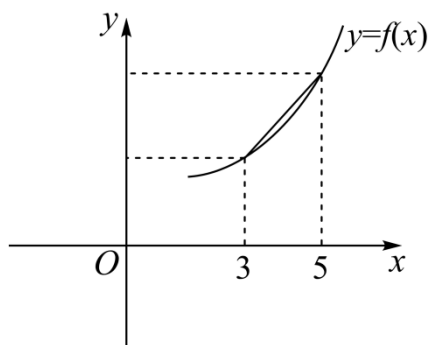
注意事项：

1. 本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分。答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答第I卷时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。写在本试卷上无效。
3. 回答第II卷时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
4. 测试范围：**选择性必修第二册第五章、选择性必修第三册第六章、第七章。**
5. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第I卷

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 4 名同学到 3 个小区参加垃圾分类宣传活动，每名同学只去 1 个小区，每个小区至少安排 1 名同学，则不同的安排方法种数为（ ）
A. 36 B. 64 C. 72 D. 81
2. 函数 $y = f(x)$ 的图象如图所示， $f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数，则下列数值排序正确的是（ ）



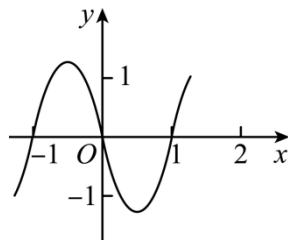
- A. $2f'(3) < f(5) - f(3) < 2f'(5)$
 - B. $2f'(3) < 2f'(5) < f(5) - f(3)$
 - C. $f(5) - f(3) < 2f'(3) < 2f'(5)$
 - D. $2f'(5) < 2f'(3) < f(5) - f(3)$
3. 同时抛掷两枚质地均匀的硬币（忽略客观因素对其的影响），如果已经知道有一枚硬币正面朝上，那么这两枚硬币都是正面朝上的概率是（ ）

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 不确定

4. 关于 $\left(\frac{1}{x} - 2x\right)^7$ 的二项展开式, 下列说法正确的是 ()

- A. 二项式系数和为 128
B. 各项系数和为 -7
C. 第三项和第四项的二项式系数相等
D. x^{-1} 项的系数为 -240

5. 已知函数 $y = xf'(x)$ 的图象如图所示 (其中 $f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数), 下列说法正确的个数为 ()



- ①函数 $f(x)$ 在区间 $(1, +\infty)$ 内是增加的;
②函数 $f(x)$ 在 $x = -1$ 处取得极大值;
③函数 $f(x)$ 在 $x = -\frac{1}{2}$ 处取得极大值;
④函数 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处取得极小值.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

6. 设 A, B 为两个随机事件, 以下命题错误的为 ()

- A. 若 A, B 是独立事件, $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{2}{3}$, 则 $P(\overline{AB}) = \frac{1}{9}$
B. 若 A, B 是对立事件, 则 $P(A \cup B) = 1$
C. 若 A, B 是互斥事件, $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{2}$, 则 $P(A \cup B) = \frac{1}{6}$
D. 若 $P(\overline{A}) = \frac{1}{3}$, $P(\overline{B}) = \frac{1}{4}$, 且 $P(\overline{AB}) = \frac{1}{4}$, 则 A, B 是独立事件

7. 已知函数 $g(x) = e^x - \frac{a}{2}x^2$ 有两个不同极值点, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(0, e)$ B. $\left(0, \frac{1}{e}\right)$ C. $(e, +\infty)$ D. $\left(\frac{1}{e}, +\infty\right)$

8. 已知函数 $f(x) = (x+1)e^x$, 过点 $M(1, t)$ 可作 3 条与曲线 $y = f(x)$ 相切的直线, 则实数 t 的取值范围是 ()

A. $\left(-\frac{4}{e^2}, 0\right)$ B. $\left(-\frac{4}{e^2}, \frac{2}{e}\right)$ C. $\left(-\frac{6}{e^3}, 2e\right)$ D. $\left(-\frac{6}{e^3}, 0\right)$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 若随机变量 X 服从两点分布，其中 $P(X=0)=\frac{1}{3}$ ， $E(X)$ ， $D(X)$ 分别为随机变量 X 的均值与方差，则下列结论正确的是（ ）

A. $P(X=1)=E(X)$ B. $E(3X+2)=4$

C. $D(3X+2)=4$ D. $D(X)=\frac{4}{9}$

10. 天山社区将红树林中学的甲、乙、丙、丁 4 名红志愿者分别安排到 A, B, C 三个村民小组进行暑期社会实践活动，要求每个村民小组至少安排一名志愿者，则下列选项正确的是（ ）

A. 共有 18 种安排方法

B. 若甲、乙两名志愿者被安排在同一村民小组，则有 6 种安排方法

C. 若两名志愿者被安排在 A 村民小组，则有 24 种安排方法

D. 若甲志愿者被安排在 A 村民小组，则有 12 种安排方法

11. 已知 $(8-9x)^7 = a_0 + a_1x + \cdots + a_7x^7$ ，则（ ）

A. $a_0 + a_1 + \cdots + a_7 = 1$

B. $a_1 = -63 \times 8^6$

C. $a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \cdots + 7a_7 = -63$

D. $|a_0| + |a_1| + \cdots + |a_7| = 17^7$

12. 已知函数 $f(x) = e^x - a \sin x$ ，则下列说法正确的是（ ）。

A. 当 $a=0$ 时，过原点作曲线 $y=f(x)$ 的切线 l ，则 l 的方程为 $y=ex$

B. 当 $a=1$ 时， $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增

C. 若 $f(x)$ 在 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递增，则 $a < \sqrt{2}e^{-\frac{\pi}{4}}$

D. 当 $a=-1$ 时， $f(x)$ 在 $\left(-\pi, -\frac{\pi}{2}\right)$ 上有极小值点

第II卷

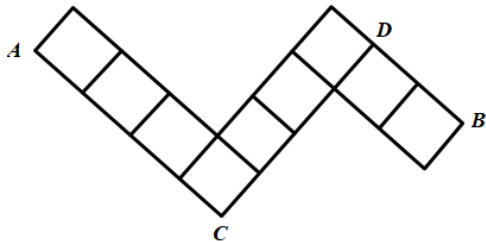
三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知函数 $f(x) = ax - \ln x$ ，且 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(1+2\Delta x) - f(1-\Delta x)}{\Delta x} = 3$ ，则函数 $f(x)$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线方程是_____。

14. 把一颗骰子投掷两次，观察出现的点数，并记第一次出现的点数为 a ，第二次出现的

点数为 b ，向量 $\vec{m} = (a, b)$, $\vec{n} = (1, 2)$ ，则向量 $\vec{m}$ 与向量 $\vec{n}$ 不共线的概率是_____.

15. 有一道路网如图所示，通过这一路网从 A 点出发不经过 C 、 D 点到达 B 点的最短路径有_____种.



16. 已知 $f'(x)$ 是函数 $f(x) = \frac{1}{3}ax^3 + \frac{1}{2}bx^2 + cx$ 的导函数，且 $f'(1) = -\frac{1}{2}a$ ， $3a > 2c > 2b$ ，

则下列说法正确的是_____.

- (1) $f'(0) > 0$;
- (2) 曲线 $y = f(x)$ 在 $x = -\frac{b}{2a}$ 处的切线斜率最小;
- (3) 函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 存在极大值和极小值;
- (4) $f'(x)$ 在区间 $(0, 2)$ 上至少有一个零点.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

已知函数 $f(x) = ax^2 - (a+2)x + \ln x$ ($a > 0$).

(1) 若 $x=1$ 是函数 $f(x)$ 的极值点，求 $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ 上的最值;

(2) 求函数 $f(x)$ 的单调增区间.

18. (12 分)

据天气预报，在元旦期间甲、乙两地都降雨的概率为 $\frac{1}{6}$ ，至少有一个地方降雨的概率为 $\frac{2}{3}$ ，

已知甲地降雨的概率大于乙地降雨的概率，且在这段时间甲、乙两地降雨互不影响.

(1) 分别求甲、乙两地降雨的概率.

(2) 在甲、乙两地 3 天假期中，仅有一地降雨的天数为 X ，求 X 的分布列、均值与方差.

19.（12 分）

为响应国家提出的“大众创业万众创新”的号召，小王大学毕业后决定利用所学专业进行自主创业，生产某小型电子产品.经过市场调研，生产该小型电子产品需投入年固定成本 2 万元，每生产 x 万件，需另投入流动成本 $W(x)$ 万元.已知在年产量不足 4 万件时，

$$W(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x, \text{ 在年产量不小于 4 万件时, } W(x) = 7x + \frac{64}{x} - 27. \text{ 每件产品售价 6 元.通过}$$

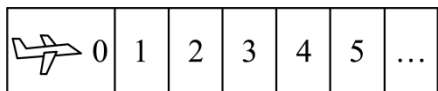
市场分析，小王生产的产品当年能全部售完.

(1)写出年利润 $P(x)$ （万元）关于年产量 x （万件）的函数解析式.（年利润=年销售收入-年固定成本-流动成本.）

(2)年产量为多少万件时，小王在这一产品的生产中所获年利润最大？最大年利润是多少？

20.（12 分）

如图是飞行棋部分棋盘图示，飞机的初始位置为 0 号格，抛掷一个质地均匀的骰子，若抛出的点数为 1, 2，飞机在原地不动；若抛出的点数为 3, 4，飞机向前移一格；若抛出的点数为 5, 6，飞机向前移两格.记抛掷骰子一次后，飞机到达 1 号格为事件 A.记抛掷骰子两次后，飞机到达 2 号格为事件 B.



(1)求 $P(B|A)$;

(2)抛掷骰子 2 次后，记飞机所在格子的号为 X ，求随机变量 X 的分布列和数学期望.

21.（12 分）

在某地区进行某种疾病调查，需要对其居民血液进行抽样化验，若结果呈阳性，则患有该疾病；若结果为阴性，则未患有该疾病.现有 n ($n \in \mathbf{N}_+$, $n \geq 2$) 个人，每人一份血液待检验，有如下两种方案：

方案一：逐份检验，需要检验 n 次；

方案二：混合检验，将 n 份血液分别取样，混合在一起检验，若检验结果呈阴性，则 n 个

人都未患有该疾病；若检验结果呈阳性，再对 n 份血液逐份检验，此时共需要检验 $n+1$ 次。

(1) 若 $n=5$ ，且其中两人患有该疾病，采用方案一，求恰好检验 3 次就能确定患病两人的概率；

(2) 已知每个人患该疾病的概率为 $p(0 \leq p \leq 1)$ 。

(i) 若两种方案检验总次数的期望值相同，求 p 关于 n 的函数解析式 $p=f(n)$ ；

(ii) 若 $n=8$ ，且每单次检验费用相同，为降低总检验费用，选择哪种方案更好？试说明理由。

22. (12 分)

已知 $x=2$ 是函数 $f(x)=e^x-ax^2$ 的极值点。

(1) 求 a ；

(2) 证明： $f(x)$ 有两个零点，且其中一个零点 $x_0 \in \left(-\frac{2}{e}, 0\right)$ ；

(3) 证明： $f(x)$ 的所有零点都大于 $\frac{1}{\ln 2 - 2}$ 。