

2023-2024 学年江苏省盐城市亭湖区毓龙路实验学校七年级（上）期中数 学试卷

一、选择题（本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分。）

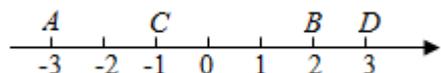
1. (3 分) 如果温度上升 3°C ，记作 $+3^{\circ}\text{C}$ ，那么温度下降 2°C 记作 ()

- A. -2°C B. $+2^{\circ}\text{C}$ C. $+3^{\circ}\text{C}$ D. -3°C

2. (3 分) 下列数是无理数的是 ()

- A. -5.1 B. 0 C. 1 D. π

3. (3 分) 如图表示互为相反数的两个点是 ()



- A. 点 A 与点 B B. 点 A 与点 D C. 点 C 与点 B D. 点 C 与点 D

4. (3 分) 单项式 $-5ab$ 的系数是 ()

- A. -5 B. 5 C. 2 D. 1

5. (3 分) 据报道，2023 年“十一”假期全国国内旅游出游合计 826000000 人次。数字 826000000 用科学记数法表示是 ()

- A. 82.6×10^7 B. 8.26×10^8 C. 0.826×10^9 D. 8.26×10^9

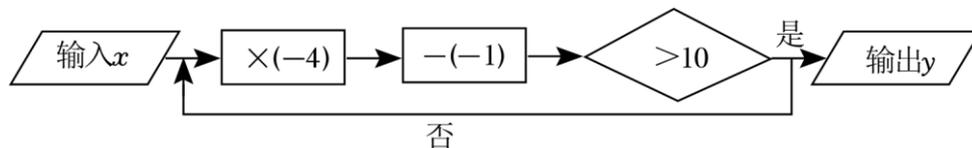
6. (3 分) 下列运用等式的性质变形不一定成立的是 ()

- A. 若 $a=b$ ，则 $a+6=b+6$ B. 若 $-3x=-3y$ ，则 $x=y$
 C. 若 $n+3=m+3$ ，则 $n=m$ D. 若 $a=b$ ，则 $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$

7. (3 分) 某月的月历上连续三天的日期之和不可能是 ()

- A. 87 B. 52 C. 18 D. 9

8. (3 分) 如图所示的程序计算，若开始输入的值为 3，则输出的结果 y 是 ()



- A. 25 B. 30 C. 45 D. 40

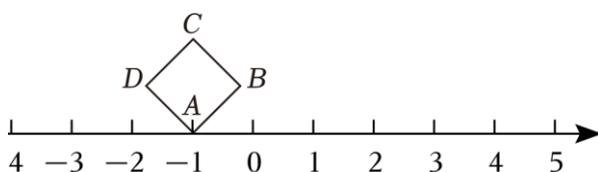
二、填空题（本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分。）

9. (3 分) 2023 的倒数是 _____.

10. (3 分) 若 $2x^3y^{a+1}$ 与 $-5x^b y^2$ 是同类项，则 $a+b=$ _____.

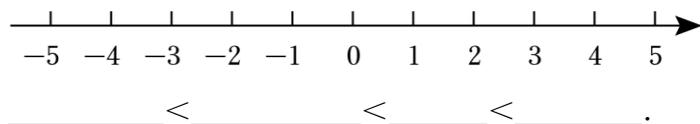
11. (3 分) 用代数式表示“比 a 的 3 倍大 5 的数” _____.

12. (3分) 已知 $x=2$ 是关于 x 的方程 $x - 3m = 5$ 的解, 则 m 的值是 _____.
13. (3分) 如果 $(m+6)^2 + |n - 5| = 0$, 那么 $(m+n)^{2023} =$ _____.
14. (3分) 如果 $a - b - 2 = 0$, 那么代数式 $1 + 2a - 2b$ 的值是 _____.
15. (3分) 甲、乙两人分别从相距 30 千米的 A, B 两地骑车相向而行, 甲骑车的速度是 10 千米/时, 乙骑车的速度是 8 千米/时, 甲先出发 1 小时后, 乙骑车出发, 乙出发后 x 小时两人相遇, 则列方程为 _____.
16. (3分) 如图, 正方形的边长为 1, 在正方形的 4 个顶点处标上字母 A, B, C, D , 先让正方形上的顶点 A 与数轴上的数 -1 所对应的点重合, 再让正方形沿着数轴按顺时针方向滚动, 那么数轴上的数 200 将与正方形上的字母 _____ 重合.



三、解答题（本大题共有 10 小题，共 72 分。）

17. (4分) 在数轴上把下列各数表示出来, 并用“<”连接各数: $2, -|-1|, -4.5, 2^2$.



18. (12分) 计算:

- (1) $10 + (-16) - (-24)$;
- (2) $(-1)^5 + |1 - 0.5| \times (-4)^2$;
- (3) $-3x + 4y - 6x - y$;
- (4) $4a^3 + 2(3ab - 2a^3)$.

19. (6分) 解方程:

- (1) $3x - 8 = x + 4$;
- (2) $\frac{x-1}{2} = x + 3$.

20. (6分) 先化简, 再求值: $3x^2 - 2(x^2 - 3xy) - 2xy$, 其中 $x = \frac{1}{2}, y = 1$.

21. (6分) 某果农把自家果园的柑橘包装后放到网上销售, 原计划每天卖 10 箱, 但由于种种原因, 实际每天的销售量与计划量相比有出入, 如表是某个星期的销售情况 (超额记为正, 不足记为负, 单位: 箱).

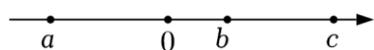
星期	一	二	三	四	五	六	日
----	---	---	---	---	---	---	---

与计划量 的差值	+4	-3	-5	+7	-9	+22	-6
-------------	----	----	----	----	----	-----	----

- (1) 根据记录的数据求前五天的共卖出多少箱。
 (2) 若每箱柑橘售价为 80 元，同时需要支出运费 9 元/箱，求该果农本周共收入多少元。

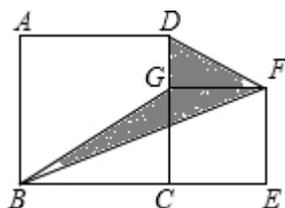
22. (6分) 有理数 a 、 b 、 c 在数轴上的位置如图：

- (1) 判断正负，用“ $>$ ”或“ $<$ ”填空： a _____ 0； b _____ 0； $c - a$ _____ 0。
 (2) 化简： $|b| - |a| + |c - a|$ 。



23. (6分) 如图，大正方形的边长为 a ，小正方形的边长为 b ，

- (1) 用代数式表示阴影部分的面积；
 (2) 当 $a=10$ ， $b=4$ 时，求阴影部分的面积。

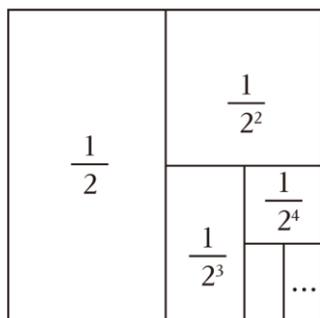


24. (8分) 现定义一种新运算“ \odot ”：对于任意有理数 x ， y ，都有 $x \odot y = 3x - 2y$ 。例如： $5 \odot 1 = 3 \times 5 - 2 \times 1 = 13$ 。

- (1) $(-4) \odot (-3) =$ _____；
 (2) 化简： $(a - 2b) \odot (b + 4a)$ ；
 (3) 若 $x = -2$ ，则 $(x - m) \odot (3 - 2x) = m$ ，求 m 的值。

25. (8分) 我国著名的数学家华罗庚曾说过：“数形结合百般好，割裂分家万事非。”如图，请你用“数形结合”的思想。

- (1) 求 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4}$ 的值为 _____；
 (2) 求 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^n}$ 的值为 _____；
 (3) 请你利用 (2) 的结论，求下列各式的值：
 ① $\frac{1}{2^7} + \frac{1}{2^8} + \frac{1}{2^9} + \dots + \frac{1}{2^{2023}} =$ _____；
 ② 计算： $\frac{13}{14} + \frac{27}{28} + \frac{55}{56} + \frac{111}{112}$ 。



26. (10分) 如图，在一张长方形纸条上画一条数轴.

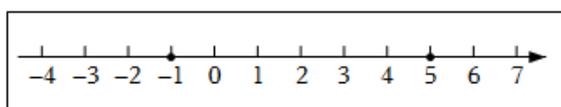


图1

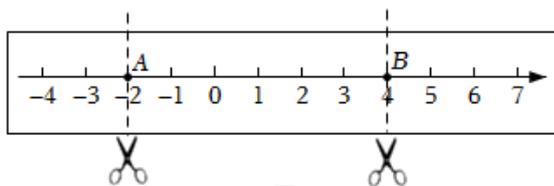


图2

(1) 折叠纸条使数轴上表示 -1 的点与表示 5 的点重合，折痕与数轴的交点表示的数是 _____；如果数轴上两点之间的距离为 11，经过上述的折叠方式能够重合，那么左边这个点表示的数是 _____；

(2) 如图 2，点 A、B 表示的数分别是 -2、4，数轴上有点 C，使点 C 到点 A 的距离是点 C 到点 B 距离的 2 倍，那么点 C 表示的数是 _____；

(3) 如图 2，若将此纸条沿 A、B 两处剪开，将中间的一段纸条对折，使其左右两端重合，这样连续对折 5 次后，再将其展开，求最左端的折痕与数轴的交点表示的数.

2023-2024 学年江苏省盐城市亭湖区毓龙路实验学校七年级（上）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分。）

1.（3 分）如果温度上升 3°C ，记作 $+3^{\circ}\text{C}$ ，那么温度下降 2°C 记作（ ）

- A. -2°C B. $+2^{\circ}\text{C}$ C. $+3^{\circ}\text{C}$ D. -3°C

【答案】 A

【分析】 在一对具有相反意义的量中，先规定其中一个为正，则另一个就用负表示.

【解答】 解：“正”和“负”相对，

如果温度上升 3°C ，记作 $+3^{\circ}\text{C}$ ，

温度下降 2°C 记作 -2°C .

故选：A.

2.（3 分）下列数是无理数的是（ ）

- A. -5.1 B. 0 C. 1 D. π

【答案】 D

【分析】 根据无理数的常见形式①最终结果含有开方开不尽的数，②最终结果含有 π 的数，③形如 $0.1010010001\cdots$ （每两个 1 增加一个 0），进行逐一判断即可.

【解答】 解：A. -5.1 是分数，属于有理数，故本选项不符合题意；

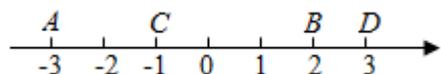
B. 0 是整数，属于有理数，故本选项不符合题意；

C. 1 是整数，属于有理数，故本选项不符合题意；

D. π 是无理数，故本选项符合题意.

故选：D.

3.（3 分）如图表示互为相反数的两个点是（ ）



- A. 点 A 与点 B B. 点 A 与点 D C. 点 C 与点 B D. 点 C 与点 D

【答案】 B

【分析】 根据一个数的相反数就是在这个数前面添上“ $-$ ”号，求解即可.

【解答】 解： 3 和 -3 互为相反数，则点 A 与点 D 表示互为相反数的两个点.

故选：B.

4. (3分) 单项式 $-5ab$ 的系数是 ()

- A. -5 B. 5 C. 2 D. 1

【答案】 A

【分析】 直接利用单项式的系数的确定方法分析得出答案.

【解答】 解：单项式 $-5ab$ 的系数是 -5 ,

故选：A.

5. (3分) 据报道，2023年“十一”假期全国国内旅游出游合计826000000人次. 数字826000000用科学记数法表示是 ()

- A. 82.6×10^7 B. 8.26×10^8 C. 0.826×10^9 D. 8.26×10^9

【答案】 B

【分析】 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 ≥ 10 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】 解：数字826000000科学记数法可表示为 8.26×10^8 .

故选：B.

6. (3分) 下列运用等式的性质变形不一定成立的是 ()

- A. 若 $a=b$ ，则 $a+6=b+6$ B. 若 $-3x=-3y$ ，则 $x=y$
 C. 若 $n+3=m+3$ ，则 $n=m$ D. 若 $a=b$ ，则 $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$

【答案】 D

【分析】 根据等式的性质即可求出答案.

【解答】 解：(A) 若 $a=b$ ，则 $a+6=b+6$ ，故 A 正确；

(B) 若 $-3x=-3y$ ，则 $x=y$ ，故 B 正确；

(C) 若 $n+3=m+3$ ，则 $n=m$ ，故 C 正确；

(D) 若 $c=0$ 时，则等式不成立，故 D 错误；

故选：D.

7. (3分) 某月的月历上连续三天的日期之和不可能是 ()

- A. 87 B. 52 C. 18 D. 9

【答案】 B

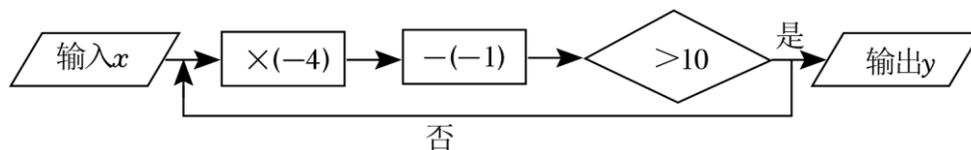
【分析】根据题意设中间一天为 x 日，则前一天的日期为 $x-1$ ，后一天的日期为 $x+1$ 日，然后列出代数式即可求出答案.

【解答】解：设中间一天为 x 日，则前一天的日期为： $x-1$ ，后一天的日期为 $x+1$ 日，根据题意得：连续三天的日期之和是： $(x-1)+x+(x+1)=3x$ ，

所以连续三天的日期之和是 3 的倍数，52 不是 3 的倍数，

故选： B .

8. (3 分) 如图所示的程序计算，若开始输入的值为 3，则输出的结果 y 是 ()



A. 25

B. 30

C. 45

D. 40

【答案】 C

【分析】输入 3，然后列式计算，直至结果大于 10 即可.

【解答】解：开始输入的值为 3，

则 $3 \times (-4) - (-1) = -12 + 1 = -11 < 10$ ，返回继续运算；

$-11 \times (-4) - (-1) = 44 + 1 = 45 > 10$ ，输出结果，即 $y=45$ ；

故选： C .

二、填空题（本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.）

9. (3 分) 2023 的倒数是 $\frac{1}{2023}$.

【答案】见试题解答内容

【分析】根据倒数的定义进行求解即可.

【解答】解：2023 的倒数是 $\frac{1}{2023}$ ，

故答案为： $\frac{1}{2023}$.

10. (3 分) 若 $2x^3y^{a+1}$ 与 $-5x^b y^2$ 是同类项，则 $a+b=$ 4.

【答案】4.

【分析】根据同类项的定义（所含字母相同，相同字母的指数相同）列出方程，求出 a ， b 的值，再代入代数式计算即可.

【解答】解： \because 单项式 $2x^3y^{a+1}$ 与 $-5x^b y^2$ 是同类项，

$\therefore b=3, 2=a+1$,

解得 $a=1$, $b=3$,

$$\therefore a+b=3+1=4,$$

故答案为：4.

11. (3分) 用代数式表示“比 a 的 3 倍大 5 的数” $3a+5$.

【答案】 见试题解答内容

【分析】 根 a 的 3 倍即 $3a$, 大 5 即 $+5$, 据此可得.

【解答】 解: 比 a 的 3 倍大 5 的数”用代数式表示为: $3a+5$,

故答案为: $3a+5$.

12. (3分) 已知 $x=2$ 是关于 x 的方程 $x-3m=5$ 的解, 则 m 的值是 -1 .

【答案】 -1 .

【分析】 将 $x=2$ 代入原方程, 可得出关于 m 的一元一次方程, 解之即可得出结论.

【解答】 解: 将 $x=2$ 代入原方程得: $2-3m=5$,

解得: $m=-1$,

$\therefore m$ 的值是 -1 .

故答案为: -1 .

13. (3分) 如果 $(m+6)^2+|n-5|=0$, 那么 $(m+n)^{2023}=\underline{-1}$.

【答案】 -1 .

【分析】 根据偶次方、绝对值的非负性求出 m 、 n 的值, 再代入要求的代数式计算即可.

【解答】 解: $\because (m+6)^2+|n-5|=0$,

又 $\because (m+6)^2 \geq 0, |n-5| \geq 0$,

$$\therefore m+6=0, n-5=0,$$

$$\therefore m=-6, n=5,$$

$$\therefore (m+n)^{2023} = (-6+5)^{2023} = (-1)^{2023} = -1,$$

故答案为: -1 .

14. (3分) 如果 $a-b-2=0$, 那么代数式 $1+2a-2b$ 的值是 5 .

【答案】 见试题解答内容

【分析】 将所求式子化简后再将已知条件中 $a-b=2$ 整体代入即可求值;

【解答】 解: $\because a-b-2=0$,

$$\therefore a-b=2,$$

$$\therefore 1+2a-2b=1+2(a-b)=1+4=5;$$

故答案为 5.

15. (3分) 甲、乙两人分别从相距 30 千米的 A, B 两地骑车相向而行, 甲骑车的速度是 10 千米/时, 乙骑车的速度是 8 千米/时, 甲先出发 1 小时后, 乙骑车出发, 乙出发后 x 小时两人相遇, 则列方程为 $10+10x+8x=30$.

【答案】见试题解答内容

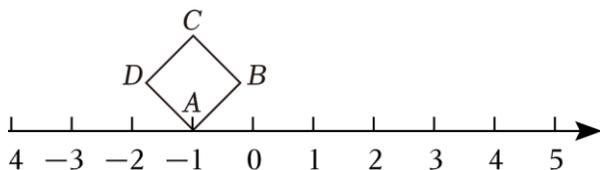
【分析】设乙出发 x 小时后两人相遇, 根据题意列方程即可得到结论.

【解答】解: 设乙出发 x 小时后两人相遇.

依题意得: $10+10x+8x=30$,

故答案为: $10+10x+8x=30$.

16. (3分) 如图, 正方形的边长为 1, 在正方形的 4 个顶点处标上字母 A, B, C, D, 先让正方形上的顶点 A 与数轴上的数 -1 所对应的点重合, 再让正方形沿着数轴按顺时针方向滚动, 那么数轴上的数 200 将与正方形上的字母 B 重合.



【答案】B.

【分析】观察可知, 正方形滚动 4 次为一个循环, 起点为 -1, $(200+1) \div 4 = 50 \cdots 1$, 表明正方形滚动了 50 周后再滚动了一个单位长度, 即可得出答案.

【解答】解: \because 正方形的边长为 1, 顶点 A 与数轴上的数 -1 所对应的点重合, 正方形沿着数轴按顺时针方向滚动,

\therefore 第 1 次滚动时, 点 B 与 0 重合, 第 2 次滚动时, 点 C 与 1 重合, 第 3 次滚动时, 点 D 与 2 重合, 第 4 次滚动时, 点 A 与 3 重合, 第 5 次滚动时, 点 B 与 4 重合, \cdots ,

\therefore 正方形滚动 4 次为一个循环,

$\because (200+1) \div 4 = 50 \cdots 1$,

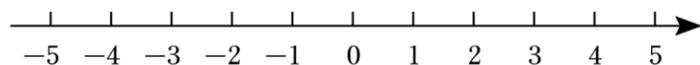
\therefore 表明正方形滚动了 50 周后再滚动了一个单位长度,

\therefore 数轴上的数 200 将与正方形上的字母 B 重合,

故答案为: B.

三、解答题（本大题共有 10 小题，共 72 分。）

17. (4分) 在数轴上把下列各数表示出来, 并用“ $<$ ”连接各数: 2, $-|-1|$, -4.5 , 2^2 .



$$\underline{-4.5} < \underline{-|-1|} < \underline{2} < \underline{2^2}.$$

【答案】 $-4.5, -|-1|, 2, 2^2$; 表示各数见数轴.

【分析】 先计算再比较大小.

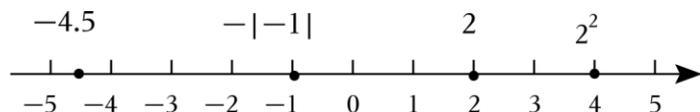
【解答】 解: $-|-1| = -1$,

$$2^2 = 4,$$

$$\therefore -4.5 < -1 < 2 < 4,$$

$$\therefore -4.5 < -|-1| < 2 < 2^2.$$

故答案为: $-4.5, -|-1|, 2, 2^2$.



18. (12分) 计算:

(1) $10 + (-16) - (-24)$;

(2) $(-1)^5 + |1 - 0.5| \times (-4)^2$;

(3) $-3x + 4y - 6x - y$;

(4) $4a^3 + 2(3ab - 2a^3)$.

【答案】 (1) 18; (2) 7; (3) $-9x + 3y$; (4) $6ab$.

【分析】 (1) 根据有理数的混合运算法则进行计算;

(2) 根据有理数的混合运算法则进行计算;

(3) 根据整式的加减法则进行计算;

(4) 根据整式的加减法则进行计算.

【解答】 解: (1) $10 + (-16) - (-24)$

$$= 10 - 16 + 24$$

$$= 18;$$

(2) $(-1)^5 + |1 - 0.5| \times (-4)^2$

$$= -1 + 0.5 \times 16$$

$$= -1 + 8$$

$$= 7;$$

(3) $-3x + 4y - 6x - y$

$$= -3x - 6x - y + 4y$$

$$= -9x + 3y;$$

$$\begin{aligned} & (4) 4a^3+2(3ab-2a^3) \\ & =4a^3+6ab-4a^3 \\ & =6ab. \end{aligned}$$

19. (6分) 解方程:

$$(1) 3x-8=x+4;$$

$$(2) \frac{x-1}{2}=x+3.$$

【答案】(1) $x=6$;

$$(2) x=-7.$$

【分析】(1) 利用移项，合并同类项，系数化为1的步骤解方程即可；

(2) 利用去分母，去括号，移项，合并同类项，系数化为1的步骤解方程即可。

【解答】解：(1) 原方程移项得： $3x-x=4+8$,

合并同类项得： $2x=12$,

系数化为1得： $x=6$;

(2) 原方程去分母得： $x-1=2(x+3)$,

去括号得： $x-1=2x+6$,

移项，合并同类项得： $-x=7$,

系数化为1得： $x=-7$.

20. (6分) 先化简，再求值： $3x^2-2(x^2-3xy)-2xy$ ，其中 $x=\frac{1}{2}$ ， $y=1$.

【答案】 x^2+4xy ， $\frac{9}{4}$.

【分析】直接去括号合并同类项，再把已知数据代入计算即可。

【解答】解： $3x^2-2(x^2-3xy)-2xy$

$$=3x^2-2x^2+6xy-2xy$$

$$=x^2+4xy,$$

将 $x=\frac{1}{2}$ ， $y=1$ 代入得：

$$\text{原式} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times 1$$

$$= \frac{1}{4} + 2$$

$$= \frac{9}{4}.$$

21.（6分）某果农把自家果园的柑橘包装后放到网上销售，原计划每天卖 10 箱，但由于种种原因，实际每天的销售量与计划量相比有出入，如表是某个星期的销售情况（超额记为正，不足记为负，单位：箱）.

星期	一	二	三	四	五	六	日
与计划量的差值	+4	-3	-5	+7	-9	+22	-6

(1) 根据记录的数据求前五天共卖出多少箱.

(2) 若每箱柑橘售价为 80 元，同时需要支出运费 9 元/箱，求该果农本周共收入多少元.

【答案】(1) 44 箱；

(2) 5680 元.

【分析】(1) 根据正数和负数的实际意义列式计算即可；

(2) 根据正数和负数的实际意义列式计算即可.

【解答】解：(1) $10 \times 5 + (4 - 3 - 5 + 7 - 9)$

$$= 50 - 6$$

$$= 44 \text{ (箱)},$$

即前五天共卖出 44 箱；

$$(2) (80 - 9) \times (44 + 10 \times 2 + 22 - 6)$$

$$= 71 \times 80$$

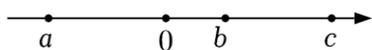
$$= 5680 \text{ (元)},$$

即该果农本周共收入 5680 元.

22.（6分）有理数 a 、 b 、 c 在数轴上的位置如图：

(1) 判断正负，用“>”或“<”填空： a < 0； b > 0； $c - a$ > 0.

(2) 化简： $|b| - |a| + |c - a|$.



【答案】(1) $a < 0$, $b > 0$, $c - a > 0$; (2) $b + c$.

【分析】(1) 根据数轴即可得出答案；

(2) 根据绝对值的性质去绝对值，再进行计算即可得出答案.

【解答】解：(1) 由数轴可知 $a < 0$, $b > 0$, $c - a > 0$.

故答案为：<；>；>.

$$(2) \text{原式} = b - (-a) + c - a$$

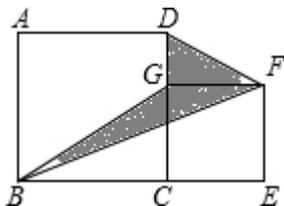
$$=b+a+c-a$$

$$=b+c.$$

23. (6分) 如图，大正方形的边长为 a ，小正方形的边长为 b ，

(1) 用代数式表示阴影部分的面积；

(2) 当 $a=10$ ， $b=4$ 时，求阴影部分的面积.



【答案】 见试题解答内容

【分析】 (1) 阴影部分分为两个三角形面积之和，表示出即可；

(2) 把 a 与 b 的值代入 (1) 中结果中计算即可.

【解答】 解：(1) 根据题意得： $\frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{2}b(a-b) = \frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{2}ab - \frac{1}{2}b^2 = \frac{1}{2}ab$;

(2) 当 $a=10$ ， $b=4$ 时，原式=20.

24. (8分) 现定义一种新运算“ \odot ”：对于任意有理数 x ， y ，都有 $x \odot y = 3x - 2y$. 例如： $5 \odot 1 = 3 \times 5 - 2 \times 1 = 13$.

(1) $(-4) \odot (-3) = \underline{-6}$;

(2) 化简： $(a - 2b) \odot (b + 4a)$;

(3) 若 $x = -2$ ，则 $(x - m) \odot (3 - 2x) = m$ ，求 m 的值.

【答案】 (1) -6;

(2) $-5a - 8b$;

(3) $m = -5$.

【分析】 (1) 直接根据新定义的运算法则进行计算即可；

(2) 根据新定义先列式，再去括号，合并同类项即可；

(3) 将 $x = -2$ 代入所求式子，然后根据新定义的运算法则进行计算即可.

【解答】 解：(1) $\because x \odot y = 3x - 2y$,

$$\therefore (-4) \odot (-3)$$

$$= 3 \times (-4) - 2 \times (-3)$$

$$= -12 + 6$$

$$= -6,$$

故答案为：-6；

$$(2) \because x \odot y = 3x - 2y,$$

$$\therefore (a - 2b) \odot (b + 4a)$$

$$= 3(a - 2b) - 2(b + 4a)$$

$$= 3a - 6b - 2b - 8a$$

$$= -5a - 8b;$$

$$(3) \because \text{当 } x = -2 \text{ 时, } (x - m) \odot (3 - 2x) = m,$$

$$\therefore (-2 - m) \odot [3 - 2 \times (-2)] = m,$$

$$\therefore (-2 - m) \odot 7 = m,$$

$$\therefore 3(-2 - m) - 2 \times 7 = m,$$

解得 $m = -5$.

25. (8分) 我国著名的数学家华罗庚曾说过：“数形结合百般好，割裂分家万事非。”如图，请你用“数形结合”的思想。

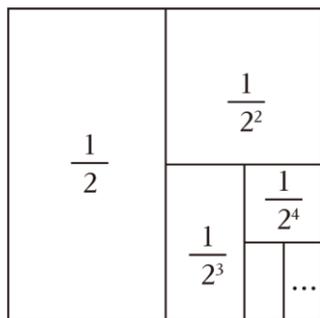
(1) 求 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4}$ 的值为 $\frac{15}{16}$ ；

(2) 求 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^n}$ 的值为 $1 - \frac{1}{2^n}$ ；

(3) 请你利用(2)的结论，求下列各式的值：

① $\frac{1}{2^7} + \frac{1}{2^8} + \frac{1}{2^9} + \dots + \frac{1}{2^{2023}} = \frac{1}{2^6} - \frac{1}{2^{2023}}$ ；

② 计算： $\frac{13}{14} + \frac{27}{28} + \frac{55}{56} + \frac{111}{112}$.



【答案】 (1) $\frac{15}{16}$;

(2) $1 - \frac{1}{2^n}$;

(3) ① $\frac{1}{2^6} - \frac{1}{2^{2023}}$;

② $\frac{433}{112}$.

【分析】（1）根据图中表示的面积计算即可；

（2）有（1）总结出规律，再计算即可；

（3）①将算式看成两部分的差，再根据（1）的求法计算即可；

②分别化简，再由（1）算法计算.

【解答】解：（1）由图得，

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} \\ &= 1 - \frac{1}{2^4} \\ &= \frac{15}{16}, \end{aligned}$$

故答案为： $\frac{15}{16}$ ；

（2）由（1）中规律得，

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^n} \\ &= 1 - \frac{1}{2^n}, \end{aligned}$$

故答案为： $1 - \frac{1}{2^n}$ ；

$$\begin{aligned} & (3) \text{ ① } \frac{1}{2^7} + \frac{1}{2^8} + \frac{1}{2^9} + \dots + \frac{1}{2^{2023}} \\ &= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{2023}} \right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^6} \right) \\ &= \left(1 - \frac{1}{2^{2023}} \right) - \left(1 - \frac{1}{2^6} \right) \\ &= \frac{1}{2^6} - \frac{1}{2^{2023}}, \end{aligned}$$

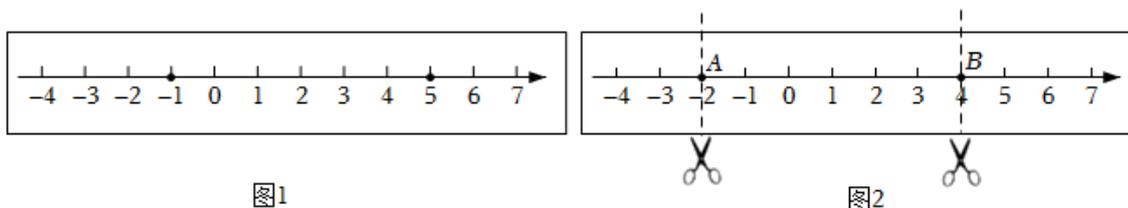
故答案为： $\frac{1}{2^6} - \frac{1}{2^{2023}}$ ；

② $\frac{13}{14} + \frac{27}{28} + \frac{55}{56} + \frac{111}{112}$

$$\begin{aligned} &= \left(1 - \frac{1}{14} \right) + \left(1 - \frac{1}{28} \right) + \left(1 - \frac{1}{56} \right) + \left(1 - \frac{1}{112} \right) \\ &= 4 - \left(\frac{1}{14} + \frac{1}{28} + \frac{1}{56} + \frac{1}{112} \right) \\ &= 4 - \frac{1}{7} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 4 - \frac{1}{7} \left(1 - \frac{1}{2^4} \right) \\
 &= 4 - \frac{1}{7} \times \frac{15}{16} \\
 &= \frac{433}{112}.
 \end{aligned}$$

26. (10分) 如图，在一张长方形纸条上画一条数轴.



(1) 折叠纸条使数轴上表示 -1 的点与表示 5 的点重合，折痕与数轴的交点表示的数是 2；如果数轴上两点之间的距离为 11，经过上述的折叠方式能够重合，那么左边这个点表示的数是 -3.5；

(2) 如图 2，点 A、B 表示的数分别是 -2、4，数轴上有点 C，使点 C 到点 A 的距离是点 C 到点 B 距离的 2 倍，那么点 C 表示的数是 2 或 10；

(3) 如图 2，若将此纸条沿 A、B 两处剪开，将中间的一段纸条对折，使其左右两端重合，这样连续对折 5 次后，再将其展开，求最左端的折痕与数轴的交点表示的数.

【答案】 (1) 2, -3.5;

(2) 2 或 10;

(3) $-\frac{29}{16}$.

【分析】 (1) 设折痕与数轴的交点表示的数为 x ，根据折痕与数轴的交点是 -1 与 5 对应点的中点可得方程 $x - (-1) = 5 - x$ ，解方程即可求得空一，进而按照 (1) 的折叠方式，中点为 2，两点之间的距离为 11，则左边数到中点的距离为 5.5 个单位，可得方程 $2 - x = 11 \times \frac{1}{2}$ ，解方程即可求得空二；

(2) 要分点 C 在小 B 之间和 B 点右侧两种情况解答；

(3) A、B 两点之间距离为 $4 - (-2) = 6$ ，连续对折 5 次后，共有 2^5 段，每两条相邻折痕间的距离为 $\frac{4 - (-2)}{2^5} = \frac{3}{16}$ ，则最左端的折痕与数轴的交点为 $-2 + \frac{3}{16}$ ，即可解得答案.

【解答】 解：(1) 设折痕与数轴的交点表示的数为 x ，

则 $x - (-1) = 5 - x$ ，

解得 $x = 2$ ，

设左边点表示的数为 x ，

则 $2 - x = 11 \times \frac{1}{2}$,

解得 $x = -3.5$,

故答案为：2， -3.5；

（2）设点 C 表示的数为 x ,

$\because AC = 2BC$,

\therefore 点 C 离点 B 较近，只有两种情况：

①点 C 在线段 AB 上时， $x - (-2) = 2(4 - x)$,

解得： $x = 2$,

②当点 C 在点 B 的右边数轴上时， $x - (-2) = 2(x - 4)$,

解得： $x = 10$,

故答案为：2 或 10；

（3）对折 5 次后，每两条相邻折痕间的距离为 $\frac{4 - (-2)}{2^5} = \frac{3}{16}$,

\therefore 最左端的折痕与数轴的交点表示的数为 $-2 + \frac{3}{16} = -\frac{29}{16}$.