

2023-2024 学年江苏省南通中学附属实验学校九年级（上）开学数学试卷

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.在每小题给出的四个选项中，恰有一项

1.（3 分）下列四个圆形图案中，既是中心对称图形又是轴对称图形的是（ ）



2.（3 分）抛物线 $y=3x^2+2$ 开口方向是（ ）

- A. 向上 B. 向下 C. 向左 D. 向右

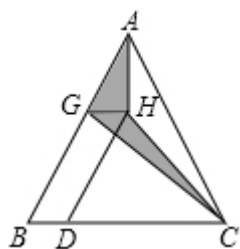
3.（3 分）若 $y=m \cdot x^{m^2+m+1}+m$ 是一次函数，则 m 的值等于（ ）

- A. 0 B. -1 C. 0 或 -1 D. ± 1

4.（3 分） $\square ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O ， $BC=10$ ， $AC=12$ ， $BD=16$ ，则四边形 $ABCD$ （ ）

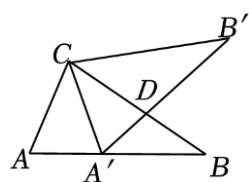
- A. 平行四边形 B. 矩形
C. 菱形 D. 正方形

5.（3 分）如图， $\triangle ABC$ 的面积为 20，点 D 是 BC 边上一点，且 $BD=\frac{1}{4}BC$ ，点 G 是 AB 上一点，点 H 在 $\triangle ABC$ 内部，且四边形 $BDHG$ 是平行四边形，则图中阴影部分的面积是（ ）



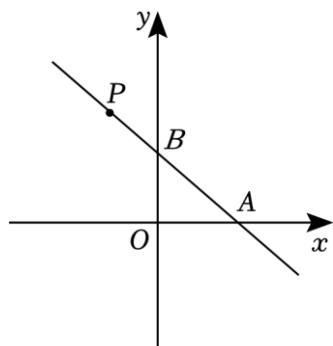
- A. 5 B. 10 C. 15 D. 20

6.（3 分）如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 按逆时针方向旋转得 $\triangle A'B'C$ ，且 A' 点在 AB 上， $A'B'$ 交 CB 于点 D ，若 $\angle BCB'=40^\circ$ ，则 $\angle CA'B'$ 的度数为（ ）



- A. 140° B. 70° C. 160° D. 110°

7. (3分) 如图, 直线 $l: y = -x + m$ 交 x 轴于点 A , 交 y 轴于点 $B(0, 4)$, 点 $P(n, 5)$ 在直线 l 上, 已知 M 是 x 轴上的动点, 当以 A, P, M 为顶点的三角形是直角三角形时, 点 M 的坐标为 ()



- A. $(-1, 0)$ B. $(-5, 0)$
C. $(-1, 0)$ 或 $(-6, 0)$ D. $(-1, 0)$ 或 $(-5, 0)$

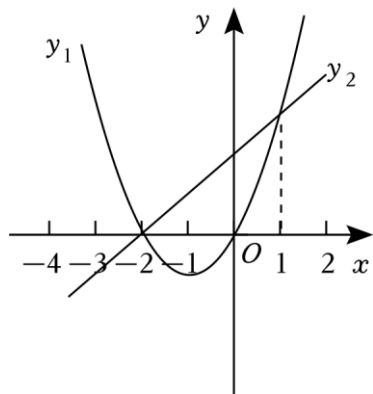
8. (3分) 已知一元二次方程 $a(x+m)^2 + n = 0$ ($a \neq 0$) 的两根分别为 $-4, 3$, 则方程 $a(x+m-1)^2 + n = 0$ ($a \neq 0$) 的两根分别为 ()

- A. $2, -5$ B. $-3, 4$ C. $3, -4$ D. $-2, 5$

二、填空题（本大题共 6 小题，每题 4 分，共 24 分. 不需写出解答过程，请把答案直接填写在

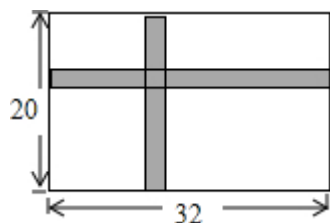
9. (4分) 如果一组数据 $a_1, a_2, \dots, a_6$ 的方差是 7, 那么一组新数据 $2a_1+5, 2a_2+5, \dots, 2a_6+5$ 的方差是 _____.

10. (4分) 如图是二次函数 $y_1 = ax^2 + bx + c$ 和一次函数 $y_2 = mx + n$ 的图象, 观察图象写出 $y_1 \geq y_2$ 时, x 的取值范围 _____.

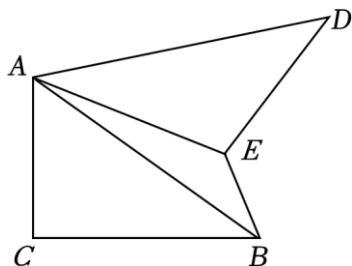


11. (4分) 若关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - 6x + 8 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 k 的取值范围 _____.

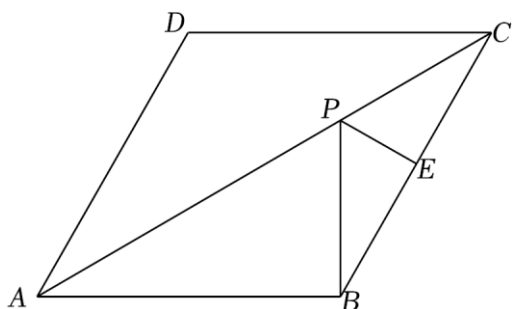
12. (4分) 校生物小组有一块长 $32m$, 宽 $20m$ 的矩形实验田, 为了管理方便, 准备沿平行于两边的方向纵、横个开辟一条等宽的小道, 要使种植面积为 $540m^2$, 小道的宽应是 _____ 米.



13. (4分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AC=2$, $BC=3\sqrt{3}$, 将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 以点 A 为中心, 逆时针旋转 60° 得到 $\triangle ADE$, 则线段 BE 的长度为 _____.



14. (4分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle D=120^\circ$, $AB=6$, 对角线 AC 平分 $\angle DAB$, 点 E 为 BC 的中点, 点 P 为 AC 上的任意一点, 连接 PB , PE , 则 $PB+PE$ 的最小值为 _____.

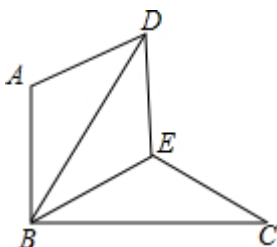


三、解答题（本大题共 6 小题，共 52 分，请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、

15. (8分) 如图, $\triangle BAD$ 是由 $\triangle BEC$ 在平面内绕点 B 旋转 60° 而得, 且 $AB \perp BC$, $BE=CE$, 连接 DE .

(1) 求证: $\triangle BDE \cong \triangle BCE$;

(2) 试判断四边形 $ABED$ 的形状, 并说明理由.



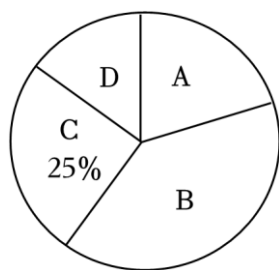
16. (8分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (2m+3)x + m^2 + 2 = 0$.

(1) 若方程有实数根, 求实数 m 的取值范围;

(2) 若方程的两个根分别为 x_1 、 x_2 , 且满足 $x_1^2 + x_2^2 = 3x_1x_2 - 14$, 求实数 m 的值.

17. (8分) 习近平总书记说：“读书可以让人保持思想活力，让人得到智慧启发，让人滋养浩然之气。”某校响应号召，鼓励师生利用课余时间广泛阅读，该校文学社为了解学生课外阅读情况，抽样调查了 20 名学生每天用于课外阅读的时间，以下是部分数据和不完整的统计图表：阅读时间在 $40 \leq x < 60$ 范围内的数据：40, 50, 45, 50, 40, 55, 45, 40 不完整的统计图表：

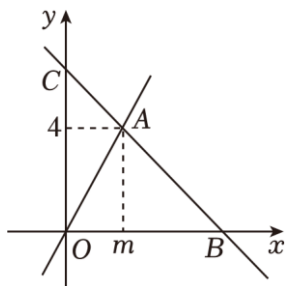
课外阅读时间 x (min)	等级	人数
$0 \leq x < 20$	D	3
$20 \leq x < 40$	C	a
$40 \leq x < 60$	B	8
$x \geq 60$	A	b



结合以上信息回答下列问题：

- (1) 统计表中的 $a =$ _____；统计图中 B 组对应扇形的圆心角为 _____度；
 - (2) 阅读时间在 $40 \leq x < 60$ 范围内的数据的众数是 _____min；根据调查结果，请你估计全校 600 名同学课外阅读时间不少于 40min 的人数有 _____人；
 - (3) A 等级学生中只有一名女生，从 A 等级学生中选两名学生对全校学生作读书的收获和体会的报告，用列举法或树状图法求恰好选择一名男生和一名女生的概率。
18. (8分) 利客来超市销售某种商品，平均每天可售出 20 件，每件盈利 40 元，为了扩大销售，增加盈利，该店采取了降价措施，在每件盈利不少于 25 元的前提下，经过一段时间销售，发现销售单价每降低 2 元，平均每天可多售出 4 件。
- (1) 若降价 8 元，则平均每天销售数量为 _____件；
 - (2) 当每件商品降价多少元时，该商店每天销售利润为 1200 元？
19. (10分) 如图，在平面直角坐标系中，一次函数 $y = -x + n$ 的图象与正比例函数 $y = 2x$ 的图象交于点 A ($m, 4$)。
- (1) 求 m, n 的值；
 - (2) 设一次函数 $y = -x + n$ 的图象与 x 轴交于点 B，与 y 轴交于点 C，求点 B，点 C 的坐标；

(3) 在 x 轴上是否存在点 P 使 $\triangle PAB$ 为等腰三角形，若存在，请直接写出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由。



20. (10 分) 如图 1，已知 $\triangle ABC$ 为等边三角形， D, E 分别在 AC, AB 上，且 $BE=2CD$ ，连接 DE ，过 D 点作 $DF \perp DE$ 交 BC 于 F 点，连接 EF 。

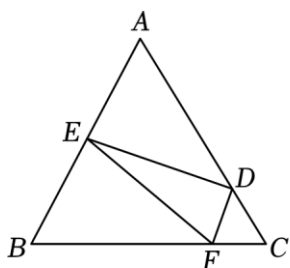


图1

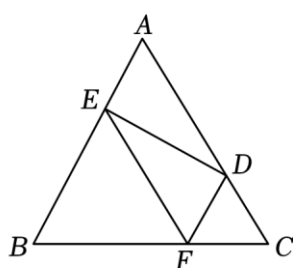


图2

- (1) 若 E 点和 A 点重合，则 $\angle EFD =$ _____；
- (2) 若 $DF \parallel AB$ ，如图 2，求证：四边形 $AEFD$ 为平行四边形；
- (3) 猜想线段 AE, EF, CF 之间的数量关系，并利用图 1 给出证明。

2023-2024 学年江苏省南通中学附属实验学校九年级（上）开学数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.在每小题给出的四个选项中，恰有一项

1.（3 分）下列四个圆形图案中，既是中心对称图形又是轴对称图形的是（ ）



【答案】C

【分析】根据轴对称图形和中心对称图形的定义对各选项分析判断即可得解.

【解答】解：A、该图形是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项不符合题意；

B、该图形不是轴对称图形，是中心对称图形，故本选项不符合题意；

C、该图形既是轴对称图形，又是中心对称图形，故本选项符合题意；

D、该图形既不是轴对称图形，也不是中心对称图形，故本选项不符合题意；

故选：C.

2.（3 分）抛物线 $y=3x^2+2$ 开口方向是（ ）

A. 向上

B. 向下

C. 向左

D. 向右

【答案】A

【分析】根据 $a>0$ ，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 开口向上即可解答.

【解答】解：在 $y=3x^2+2$ 中，

$\because 3>0$,

$\therefore$ 抛物线 $y=3x^2+2$ 开口方向是向上；

故选：A.

3.（3 分）若 $y=m_x^{m^2+m+1}+m$ 是一次函数，则 m 的值等于（ ）

A. 0

B. -1

C. 0 或 -1

D. ± 1

【答案】B

【分析】根据一次函数的定义列式进行计算即可得解.

【解答】解：根据题意得， $m^2+m+1=1$ 且 $m \neq 0$,

解得 $m_1 = -1$, $m_2 = 0$ 且 $m \neq 0$,

所以, $m = -1$.

故选: B.

4. (3分) $\square ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O , $BC=10$, $AC=12$, $BD=16$, 则四边形 $ABCD$ ()

A. 平行四边形

B. 矩形

C. 菱形

D. 正方形

【答案】C

【分析】由平行四边形的性质可得 $AO=CO=6$, $BO=DO=8$, 由勾股定理的逆定理可证 $AC \perp BD$, 即可求解.

【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $AC=12$, $BD=16$,

$$\therefore AO=CO=6, BO=DO=8,$$

$$\therefore CO^2+BO^2=100, CB^2=100,$$

$$\therefore OC^2+BO^2=CB^2,$$

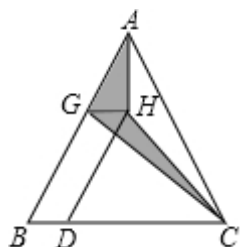
$$\therefore \angle BOC=90^\circ,$$

$$\therefore AC \perp BD,$$

$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 是菱形,

故选: C.

5. (3分) 如图, $\triangle ABC$ 的面积为 20, 点 D 是 BC 边上一点, 且 $BD=\frac{1}{4}BC$, 点 G 是 AB 上一点, 点 H 在 $\triangle ABC$ 内部, 且四边形 $BDHG$ 是平行四边形, 则图中阴影部分的面积是 ()



A. 5

B. 10

C. 15

D. 20

【答案】A

【分析】设 $\triangle ABC$ 底边 BC 上的高为 h , $\triangle AGH$ 底边 GH 上的高为 h_1 , $\triangle CGH$ 底边 GH 上的高为 h_2 ,

根据图形可知 $h=h_1+h_2$. 利用三角形的面积公式结合平行四边形的性质即可得出 $S_{\text{阴影}}=\frac{1}{4}S_{\triangle ABC}$, 由此即可得出结论.

【解答】解: 设 $\triangle ABC$ 底边 BC 上的高为 h , $\triangle AGH$ 底边 GH 上的高为 h_1 , $\triangle CGH$ 底边 GH 上的高为 h_2 ,

$$\text{则有 } h=h_1+h_2, S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC \cdot h=20,$$

$$\therefore S_{\text{阴影}}=S_{\triangle AGH}+S_{\triangle CGH}=\frac{1}{2}GH \cdot h_1+\frac{1}{2}GH \cdot h_2=\frac{1}{2}GH \cdot (h_1+h_2)=\frac{1}{2}GH \cdot h.$$

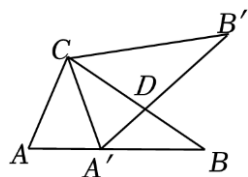
$$\because \text{四边形 } BDHG \text{ 是平行四边形, 且 } BD=\frac{1}{4}BC,$$

$$\therefore GH=BD=\frac{1}{4}BC,$$

$$\therefore S_{\text{阴影}}=\frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{2}BC \cdot h \right) = \frac{1}{4}S_{\triangle ABC}=5.$$

故选: A.

6. (3分) 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 按逆时针方向旋转得 $\triangle A'B'C$, 且 A' 点在 AB 上, $A'B'$ 交 CB 于点 D , 若 $\angle BCB'=40^\circ$, 则 $\angle CA'B'$ 的度数为 ()



- A. 140° B. 70° C. 160° D. 110°

【答案】B

【分析】根据旋转的性质得出 $AC=A'C$, $\angle ACA'=\angle BCB'=40^\circ$, $\angle A=\angle CA'B'$, 即可得出结果.

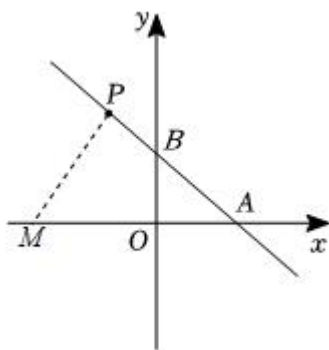
【解答】解: $\because$ 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 按逆时针方向旋转得 $\triangle A'B'C$, 且 A' 点在 AB 上, $A'B'$ 交 CB 于点 D ,

$$\therefore AC=A'C, \angle ACA'=\angle BCB'=40^\circ, \angle A=\angle CA'B',$$

$$\therefore \angle A=\angle AA'C=\angle CA'B'=\frac{180^\circ-40^\circ}{2}=70^\circ,$$

故选: B.

7. (3分) 如图, 直线 $l: y=-x+m$ 交 x 轴于点 A , 交 y 轴于点 $B(0, 4)$, 点 $P(n, 5)$ 在直线 l 上, 已知 M 是 x 轴上的动点, 当以 A, P, M 为顶点的三角形是直角三角形时, 点 M 的坐标为 ()



$$\therefore AP^2 = [4 - (-1)]^2 + (5 - 0)^2 = 50, AM^2 = (a - 4)^2 = a^2 - 8a + 16, PM^2 = (-1 - a)^2 + (5 - 0)^2 = a^2 + 2a + 26,$$

$$\therefore AP^2 + PM^2 = AM^2,$$

$$\therefore 50 + a^2 + 2a + 26 = a^2 - 8a + 16,$$

解得： $a = -6$ ，

$\therefore$ 点 M 的坐标为 $(-6, 0)$ 。

综上所述，点 M 的坐标为 $(-1, 0)$ 或 $(-6, 0)$ 。

故选：C。

8. (3分) 已知一元二次方程 $a(x+m)^2 + n = 0$ ($a \neq 0$) 的两根分别为 $-4, 3$ ，则方程 $a(x+m-1)^2 + n = 0$ ($a \neq 0$) 的两根分别为 ()

A. 2, -5 B. -3, 4 C. 3, -4 D. -2, 5

【答案】 B

【分析】 根据已知方程的解得出 $x - 1 = -4$ 或 $x - 1 = 3$ ，求出 x 的值即可

【解答】 解： $\because$ 一元二次方程 $a(x+m)^2 + n = 0$ ($a \neq 0$) 的两根分别为 $-4, 3$ ，

$\therefore$ 方程 $a(x+m-1)^2 + n = 0$ ($a \neq 0$) 中 $x - 1 = -4$ 或 $x - 1 = 3$ ，

解得： $x = -3$ 或 4 ，

即方程 $a(x+m-1)^2 + n = 0$ ($a \neq 0$) 的两根分别为 -3 和 4 ，

故选：B。

二、填空题（本大题共 6 小题，每题 4 分，共 24 分. 不需写出解答过程，请把答案直接填写在

9. (4分) 如果一组数据 $a_1, a_2, \dots, a_6$ 的方差是 7，那么一组新数据 $2a_1+5, 2a_2+5, \dots, 2a_6+5$ 的方差是 28。

【答案】 28.

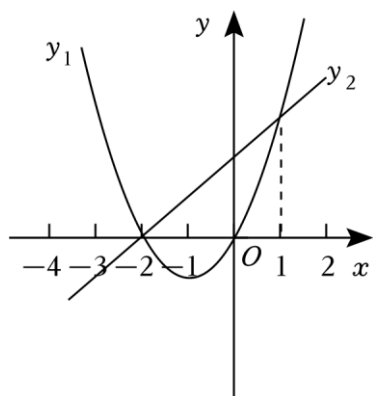
【分析】 根据方差公式以及方差的变化规律解答即可。

【解答】 解：一组数据 $a_1, a_2, \dots, a_6$ 的方差是 7，

则一组新数据 $2a_1, 2a_2, \dots, 2a_6$ 的方差 $2^2 \times 7 = 28$.

故答案为：28.

10. (4 分) 如图是二次函数 $y_1 = ax^2 + bx + c$ 和一次函数 $y_2 = mx + n$ 的图象，观察图象写出 $y_1 \geq y_2$ 时， x 的取值范围 $x \geq 1$ 或 $x \leq -2$.



【答案】 $x \geq 1$ 或 $x \leq -2$.

【分析】根据函数图象写出二次函数图象在直线上方部分的 x 的取值范围即可.

【解答】解：从图中可看出 $y_1 \geq y_2$ 时， x 的取值范围 $x \geq 1$ 或 $x \leq -2$.

故答案为： $x \geq 1$ 或 $x \leq -2$.

11. (4 分) 若关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - 6x + 8 = 0$ 有两个不相等的实数根，则 k 的取值范围 $k < \frac{9}{8}$ 且 $k \neq 0$.

【答案】 $k < \frac{9}{8}$ 且 $k \neq 0$.

【分析】根据一元二次方程 $kx^2 - 6x + 8 = 0$ 有两个不相等的实数根，知 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ ，然后据此列出关于 k 的方程，解方程即可.

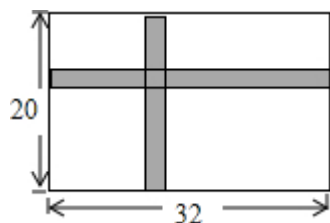
【解答】解： $\because kx^2 - 6x + 8 = 0$ 有两个不相等的实数根，

$\therefore \Delta = 36 - 32k > 0$ ，且 $k \neq 0$ ，

解得 $k < \frac{9}{8}$ 且 $k \neq 0$ ；

故答案为： $k < \frac{9}{8}$ 且 $k \neq 0$.

12. (4 分) 校生物小组有一块长 $32m$ ，宽 $20m$ 的矩形实验田，为了管理方便，准备沿平行于两边的方向纵、横个开辟一条等宽的小道，要使种植面积为 $540m^2$ ，小道的宽应是 2 米.



【答案】见试题解答内容

【分析】设道路的宽为 xm ，将 4 块草地平移为一个长方形，长为 $(32 - x)m$ ，宽为 $(20 - x)m$ ．根据长方形面积公式即可求出道路的宽．

【解答】解：设道路的宽为 xm ，依题意有

$$(32 - x)(20 - x) = 540,$$

整理，得 $x^2 - 52x + 100 = 0$ ，

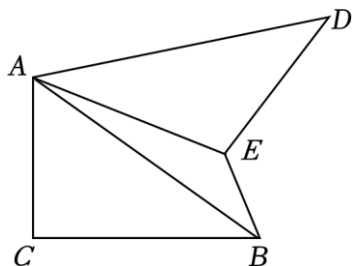
$$\therefore (x - 50)(x - 2) = 0,$$

$$\therefore x_1 = 2, x_2 = 50 \text{ (不合题意, 舍去),}$$

答：小道的宽应是 $2m$ ．

故答案为：2．

13. (4 分) 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $AC=2$ ， $BC=3\sqrt{3}$ ，将 $Rt\triangle ABC$ 以点 A 为中心，逆时针旋转 60° 得到 $\triangle ADE$ ，则线段 BE 的长度为 $\sqrt{13}$ ．



【答案】 $\sqrt{13}$ ．

【分析】由旋转的性质可得 $\angle CAE = 60^\circ$ ， $AC = AE$ ，可证 $\triangle ACE$ 是等边三角形，可得 $CE = AC = 2$ ， $\angle ACE = 60^\circ$ ，由直角三角形的性质可得 $EF = \frac{1}{2}CE = 1$ ， $CF = \sqrt{3}EF = \sqrt{3}$ ，由勾股定理可求解．

【解答】解：连接 CE ，作 $EF \perp BC$ 于 F ，

由旋转变换的性质可知， $\angle CAE = 60^\circ$ ， $AC = AE$ ，

$\therefore \triangle ACE$ 是等边三角形，

$$\therefore CE = AC = 2, \angle ACE = 60^\circ,$$

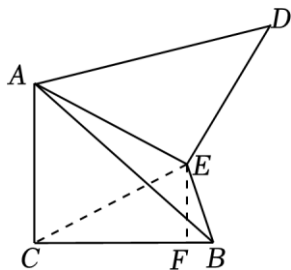
$$\therefore \angle ECF = 30^\circ,$$

$$\therefore EF = \frac{1}{2}CE = 1, CF = \sqrt{3}EF = \sqrt{3},$$

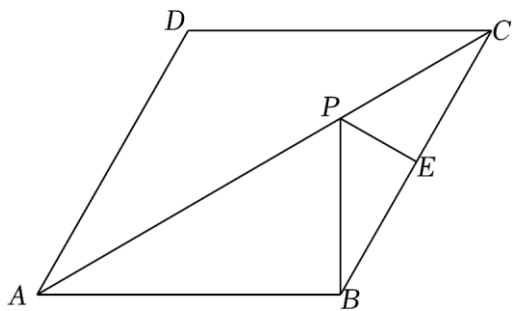
$$\therefore BF = BC - CF = 2\sqrt{3},$$

$$\text{由勾股定理得, } BE = \sqrt{EF^2 + BF^2} = \sqrt{1+12} = \sqrt{13},$$

故答案为: $\sqrt{13}$.



14. (4分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle D = 120^\circ$, $AB = 6$, 对角线 AC 平分 $\angle DAB$, 点 E 为 BC 的中点, 点 P 为 AC 上的任意一点, 连接 PB , PE , 则 $PB + PE$ 的最小值为 $3\sqrt{3}$.



【答案】 $3\sqrt{3}$.

【分析】 找出 B 点关于 AC 的对称点 D , 连接 DE 交 AC 于 P , 则 DE 就是 $PB + PE$ 的最小值, 求出即可.

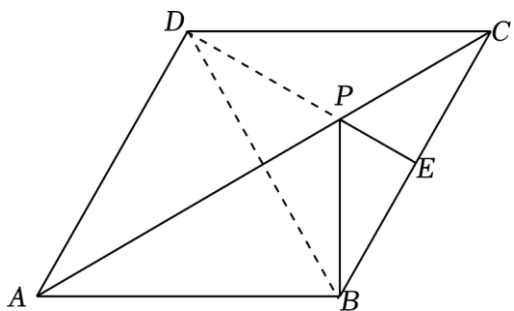
【解答】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\angle D = 120^\circ$, 对角线 AC 平分 $\angle DAB$,

$$\therefore \angle DAC = \angle DCA = 30^\circ,$$

$$\therefore DA = DC,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

连接 DE 交 AC 于 P , 连接 DB ,



由菱形的对角线互相垂直平分, 可得 B 、 D 关于 AC 对称, 则 $PD = PB$,

$$\therefore PE+PB=PE+PD=DE,$$

即 DE 就是 $PE+PB$ 的最小值，

$$\because \angle ADC=120^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD=60^\circ,$$

$$\because CD=BC,$$

$\therefore \triangle BCD$ 是等边三角形，

$$\because CE=BE,$$

$\therefore DE \perp BC$ （等腰三角形三线合一的性质）。

$$\text{在 Rt}\triangle CDE \text{ 中, } DE=\sqrt{CD^2-CE^2}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}.$$

$$\therefore PB+PE \text{ 的最小值为 } 3\sqrt{3}.$$

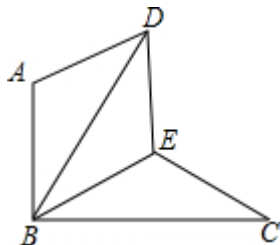
故答案为： $3\sqrt{3}$ 。

三、解答题（本大题共 6 小题，共 52 分，请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、

15.（8 分）如图， $\triangle BAD$ 是由 $\triangle BEC$ 在平面内绕点 B 旋转 60° 而得，且 $AB \perp BC$ ， $BE=CE$ ，连接 DE 。

（1）求证： $\triangle BDE \cong \triangle BCE$ ；

（2）试判断四边形 $ABED$ 的形状，并说明理由。



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）根据旋转的性质可得 $DB=CB$ ， $\angle ABD=\angle EBC$ ， $\angle ABE=60^\circ$ ，然后根据垂直可得出 $\angle DBE=\angle CBE=30^\circ$ ，继而可根据 SAS 证明 $\triangle BDE \cong \triangle BCE$ ；

（2）根据（1）以及旋转的性质可得， $\triangle BDE \cong \triangle BCE \cong \triangle BDA$ ，继而得出四条棱相等，证得四边形 $ABED$ 为菱形。

【解答】（1）证明： $\because \triangle BAD$ 是由 $\triangle BEC$ 在平面内绕点 B 旋转 60° 而得，

$$\therefore DB=CB, \angle ABD=\angle EBC, \angle ABE=60^\circ,$$

$$\because AB \perp BC,$$

$$\therefore \angle ABC=90^\circ,$$

$$\therefore \angle DBE=\angle CBE=30^\circ,$$

在 $\triangle BDE$ 和 $\triangle BCE$ 中，

$$\begin{cases} DB=CB \\ \angle DBE=\angle CBE, \\ BE=BE \end{cases}$$

$\therefore \triangle BDE \cong \triangle BCE$ (SAS);

(2) 四边形 $ABED$ 为菱形;

由(1)得 $\triangle BDE \cong \triangle BCE$,

$\therefore \triangle BAD$ 是由 $\triangle BEC$ 旋转而得,

$\therefore \triangle BAD \cong \triangle BEC$,

$\therefore BA=BE, AD=EC=ED$,

又 $\because BE=CE$,

$\therefore AB=BE=ED=AD$,

$\therefore$ 四边形 $ABED$ 为菱形.

16. (8分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (2m+3)x + m^2 + 2 = 0$.

(1) 若方程有实数根, 求实数 m 的取值范围;

(2) 若方程的两个根分别为 x_1 、 x_2 , 且满足 $x_1^2 + x_2^2 = 3x_1x_2 - 14$, 求实数 m 的值.

【答案】 (1) $m \geq -\frac{1}{12}$;

(2) 1.

【分析】 (1) 根据方程有实数根结合根的判别式, 即可得出关于 m 的一元一次不等式, 解之即可得出结论;

(2) 利用根与系数的关系可得出 $x_1+x_2=2m+3$ 、 $x_1 \cdot x_2=m^2+2$, 结合 $x_1^2 + x_2^2 = 3x_1x_2 - 14$ 即可得出关于 m 的一元二次方程, 解之即可得出 m 的值.

【解答】 解: (1) $\because$ 方程 $x^2 - (2m+3)x + m^2 + 2 = 0$ 有实数根,

$$\therefore \Delta = [-(2m+3)]^2 - 4(m^2+2) = 12m+1 \geq 0,$$

解得: $m \geq -\frac{1}{12}$.

(2) $\because$ 方程 $x^2 - (2m+3)x + m^2 + 2 = 0$ 的两个根分别为 x_1 、 x_2 ,

$$\therefore x_1+x_2=2m+3, x_1 \cdot x_2=m^2+2,$$

$$\because x_1^2 + x_2^2 = x_1^2 + x_2^2 = 3x_1x_2 - 14,$$

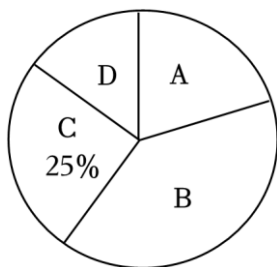
$$\therefore (x_1+x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 3x_1x_2 - 14, \text{ 即 } m^2+12m-13=0,$$

解得： $m_1=1$ ， $m_2=-13$ （舍去），

∴实数 m 的值为 1.

- 17.（8 分）习近平总书记说：“读书可以让人保持思想活力，让人得到智慧启发，让人滋养浩然之气。”某校响应号召，鼓励师生利用课余时间广泛阅读，该校文学社为了解学生课外阅读情况，抽样调查了 20 名学生每天用于课外阅读的时间，以下是部分数据和不完整的统计图表：阅读时间在 $40 \leq x < 60$ 范围内的数据：40，50，45，50，40，55，45，40 不完整的统计图表：

课外阅读时间 x (min)	等级	人数
$0 \leq x < 20$	D	3
$20 \leq x < 40$	C	a
$40 \leq x < 60$	B	8
$x \geq 60$	A	b



结合以上信息回答下列问题：

- 统计表中的 $a = \underline{5}$ ；统计图中 B 组对应扇形的圆心角为 $\underline{144}$ 度；
- 阅读时间在 $40 \leq x < 60$ 范围内的数据的众数是 $\underline{40}$ min；根据调查结果，请你估计全校 600 名同学课外阅读时间不少于 40min 的人数有 $\underline{480}$ 人；
- A 等级学生中只有一名女生，从 A 等级学生中选两名学生对全校学生作读书的收获和体会的报告，用列举法或树状图法求恰好选择一名男生和一名女生的概率。

【答案】 见试题解答内容

【分析】 (1) 由调查的学生人数乘以 C 组所占的比例得出 a 的值，再由 360° 乘以 B 组所占的比例即可；

(2) 由众数的定义得出众数，再用样本估计总体列式计算即可；

(3) 画树状图，共有 12 种等可能的情况，其中恰好选择一名男生和一名女生的情况有 6 种，再由概率公式求解即可。

【解答】 解：(1) 由题意得： $a = 20 \times 25\% = 5$ ，

统计图中 B 组对应扇形的圆心角度数为： $360^\circ \times \frac{8}{20} = 144^\circ$ ，

故答案为：5，144；

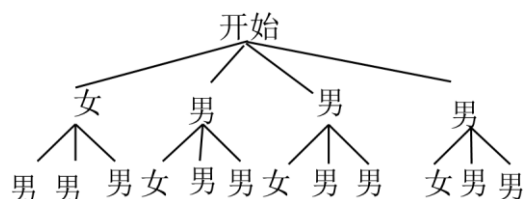
（2）阅读时间在 $40 \leq x < 60$ 范围内的数据的众数是 40min，

$$\therefore b = 20 - 3 - 5 - 8 = 4,$$

$$\therefore \text{估计全校 800 名同学课外阅读时间不少于 } 40\text{min} \text{ 的人数为：} 800 \times \frac{8+4}{20} = 480 \text{ (人),}$$

故答案为：40，480；

（3）画树状图如下：



共有 12 种等可能的情况，其中恰好选择一名男生和一名女生的情况有 6 种，

$$\therefore \text{恰好选择一名男生和一名女生的概率为 } \frac{6}{12} = \frac{1}{2}.$$

- 18.（8 分）利客来超市销售某种商品，平均每天可售出 20 件，每件盈利 40 元，为了扩大销售，增加盈利，该店采取了降价措施，在每件盈利不少于 25 元的前提下，经过一段时间销售，发现销售单价每降低 2 元，平均每天可多售出 4 件。

（1）若降价 8 元，则平均每天销售数量为 36 件；

（2）当每件商品降价多少元时，该商店每天销售利润为 1200 元？

【答案】 见试题解答内容

【分析】（1）根据销售单价每降低 2 元，平均每天可多售出 4 件，可得若降价 8 元，则平均每天可多售出 $4 \times 4 = 16$ 件，即平均每天销售数量为 $20 + 16 = 36$ 件；

（2）利用商品平均每天售出的件数 $\times$ 每件盈利 = 每天销售这种商品利润列出方程解答即可。

【解答】解：（1）若降价 8 元，则平均每天销售数量为 $20 + 4 \times 4 = 36$ （件）；

故答案为：36；

（2）设每件商品应降价 x 元时，该商店每天销售利润为 1200 元。

根据题意，得 $(40 - x)(20 + 2x) = 1200$ ，

整理，得 $x^2 - 30x + 200 = 0$ ，

解得： $x_1 = 10$ ， $x_2 = 20$ 。

$\therefore$ 要求每件盈利不少于 25 元，

$\therefore x_2 = 20$ 应舍去，

解得： $x = 10$ 。

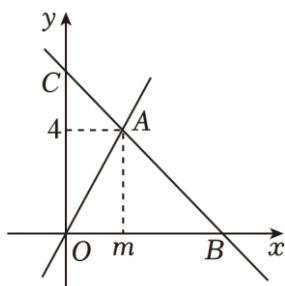
答：每件商品应降价 10 元时，该商店每天销售利润为 1200 元.

19. (10 分) 如图，在平面直角坐标系中，一次函数 $y = -x + n$ 的图象与正比例函数 $y = 2x$ 的图象交于点 $A(m, 4)$.

(1) 求 m, n 的值；

(2) 设一次函数 $y = -x + n$ 的图象与 x 轴交于点 B ，与 y 轴交于点 C ，求点 B ，点 C 的坐标；

(3) 在 x 轴上是否存在点 P 使 $\triangle PAB$ 为等腰三角形，若存在，请直接写出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.



【答案】 (1) $m=2, n=6$;

(2) 点 B 坐标为 $(6, 0)$ ，点 C 坐标为 $(0, 6)$;

(3) 存在，点 P 坐标为 $(6+4\sqrt{2}, 0)$ 或 $(6-4\sqrt{2}, 0)$ 或 $(-2, 0)$ 或 $(2, 0)$.

【分析】 (1) 将点 A 的坐标代入正比例函数的解析式中即可求出 m 的值. 将点 A 的坐标代入一次函数的解析式中即可求出 n 的值.

(2) 令 $x=0$ ，可得 $y=6$ ，令 $y=0$ ，可得 $x=6$ ，即可求解；

(3) 分三种情况讨论，由等腰三角形的性质可求解.

【解答】 解：(1) 正比例函数 $y=2x$ 的图象过点 $A(m, 4)$.

$$\therefore 4 = 2m,$$

$$\therefore m = 2.$$

又 $\because$ 一次函数 $y = -x + n$ 的图象过点 $A(2, 4)$.

$$\therefore 4 = -2 + n,$$

$$\therefore n = 6;$$

(2) 一次函数 $y = -x + n$ 的图象与 x 轴交于点 B ,

$$\therefore \text{令 } y=0, \text{ 则 } 0 = -x + 6$$

$$\therefore x = 6,$$

$$\therefore \text{点 } B \text{ 坐标为 } (6, 0),$$

$$\text{令 } x=0, \text{ 则 } y=6,$$

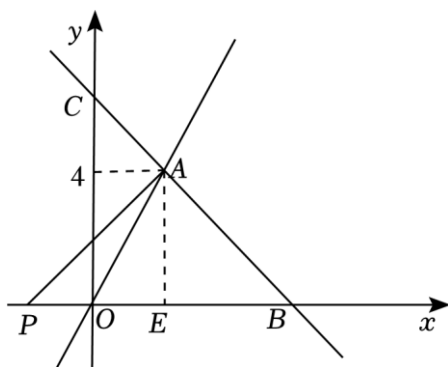
∴点C坐标为(0, 6);

(3) 存在, ∵点A(2, 4),

$$\therefore AB = \sqrt{(2-6)^2 + (4-0)^2} = 4\sqrt{2},$$

当 $AB=BP=4\sqrt{2}$ 时, 则点P $(6+4\sqrt{2}, 0)$ 或 $(6-4\sqrt{2}, 0)$;

当 $AB=AP$ 时, 如图, 过点A作 $AE \perp BO$ 于E, 则点E(2, 0),



∵ $AB=AP$, $AE \perp BO$,

∴ $PE=BE=4$,

∴点P(-2, 0);

当 $PA=PB$ 时,

∴ $\angle PBA = \angle PAB = 45^\circ$,

∴ $\angle APB = 90^\circ$,

∴点P(2, 0),

综上所述: 点P坐标为 $(6+4\sqrt{2}, 0)$ 或 $(6-4\sqrt{2}, 0)$ 或 $(-2, 0)$ 或 $(2, 0)$.

20. (10分) 如图1, 已知 $\triangle ABC$ 为等边三角形, D, E分别在AC, AB上, 且 $BE=2CD$, 连接DE, 过D点作 $DF \perp DE$ 交BC于F点, 连接EF.

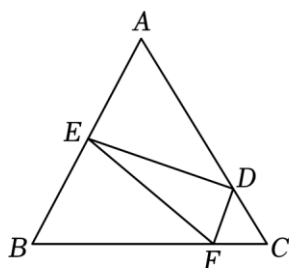


图1

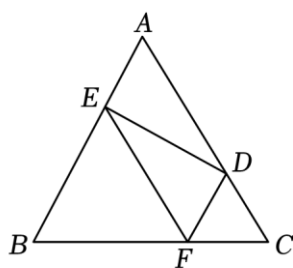


图2

- (1) 若E点和A点重合, 则 $\angle EFD = \underline{30^\circ}$;
- (2) 若 $DF \parallel AB$, 如图2, 求证: 四边形AEFD为平行四边形;
- (3) 猜想线段AE, EF, CF之间的数量关系, 并利用图1给出证明.

【答案】（1） 30° ；

（2）见解析；

（3） $AE+CF=EF$ ，理由见解析．

【分析】（1）当 E 点和 A 点重合时，可得 $BE=AC=2CD$ ，再根据等边三角形的“三线合一”性质即可求解；

（2）由平行线的性质可得 $\angle CFD=\angle B=60^\circ$ ， $\angle CDF=\angle A=60^\circ$ ，进而得到 $\triangle CDF$ 为等边三角形， $CD=DF=CF$ ，过点 F 作 $FG\perp AB$ 于点 G ，则四边形 $DEGF$ 为矩形，得到 $EG=DF=CD$ ，由 $BE=2CD$ 可得 $EG=BG=\frac{1}{2}BE$ ，由 $DF\perp DE$ 和 $\angle B=60^\circ$ 可得 $\triangle BEF$ 为等边三角形， $\angle BEF=60^\circ$ ，以此得到 $EF\parallel AD$ ，即可证明四边形 $AEFD$ 为平行四边形；

（3）过点 E 作 $EH\parallel BC$ ，交 AC 于点 M ，交 FD 的延长线于点 H ，由平行线的性质可得 $\angle AEM=\angle B=60^\circ$ ， $\angle AME=\angle C=60^\circ$ ，则 $\triangle AEM$ 为等边三角形， $AE=EM=AM$ ，进而可得到 $BE=CM$ ，由 $BE=2CD$ 得到 $CD=DM$ ，以此可通过 ASA 证明 $\triangle MDH\cong\triangle CDF$ ，得到 $DH=DF$ ， $MH=CF$ ，由 $DF\perp DH$ 可得 $\triangle EFH$ 为等腰三角形， $EH=EF$ ，于是利用线段之间的关系即可得到结论．

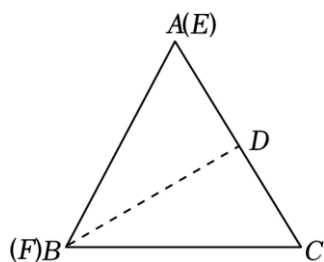
【解答】（1）解： $\because \triangle ABC$ 为等边三角形，

$$\therefore AB=BC=AC, \angle ABC=\angle ACB=\angle BAC=60^\circ,$$

$$\because BE=2CD,$$

$$\therefore AC=2CD,$$

当 E 点和 A 点重合时，如图，



则 $BD\perp DE$ ，

$$\because DF\perp DE,$$

$\therefore$ 点 B 与点 F 重合，

$$\therefore \angle EFD=\angle CFD=\frac{1}{2}\angle ABC=30^\circ;$$

故答案为： 30° ；

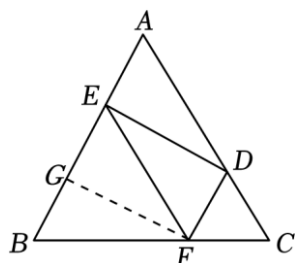
（2）证明： $\because DF\parallel AB$ ，

$$\therefore \angle CFD = \angle B = 60^\circ, \quad \angle CDF = \angle A = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle CDF$ 为等边三角形,

$$\therefore CD = DF = CF,$$

如图, 过点 F 作 $FG \perp AB$ 于点 G ,



$$\because DF \perp DE, \quad FG \perp AB, \quad DF \parallel AB,$$

$$\therefore \angle EDF = \angle DEG = \angle EGF = \angle DFG = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $DEGF$ 为矩形,

$$\therefore EG = DF = CD,$$

$$\because BE = 2CD,$$

$$\therefore BE = 2EG, \text{ 即 } EG = BG = \frac{1}{2}BE,$$

$\therefore FG$ 垂直平分 BE ,

$\therefore \triangle BEF$ 为等腰三角形,

$$\because \angle B = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle BEF$ 为等边三角形, $\angle BEF = 60^\circ$,

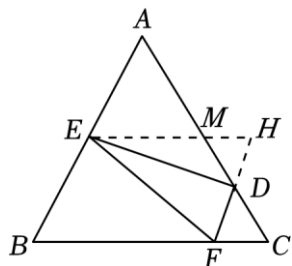
$$\because \angle BEF = \angle A = 60^\circ,$$

$$\therefore EF \parallel AD,$$

$\therefore$ 四边形 $AEFD$ 为平行四边形;

(3) 解: $AE + CF = EF$, 理由如下:

如图, 过点 E 作 $EH \parallel BC$, 交 AC 于点 M , 交 FD 的延长线于点 H ,



$$\text{则 } \angle AEM = \angle B = 60^\circ, \quad \angle AME = \angle C = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle AEM$ 为等边三角形, $AE=EM=AM$,

$\therefore AB - AE = AC - AM$, 即 $BE=CM$,

$\because BE=2CD$,

$\therefore CM=2CD$,

$\therefore CD=DM$,

$\because EH \parallel BC$,

$\therefore \angle HMD = \angle FCD$,

在 $\triangle MDH$ 和 $\triangle CDF$ 中,

$$\begin{cases} \angle HMD = \angle FCD \\ DM = CD \\ \angle MDH = \angle CDF \end{cases},$$

$\therefore \triangle MDH \cong \triangle CDF$ (ASA),

$\therefore DH=DF$, $MH=CF$,

$\because DF \perp DH$, $DH=DF$,

$\therefore \triangle EFH$ 为等腰三角形, $EH=EF$,

$\therefore AE+CF=EM+MH=EH=EF$, 即 $AE+CF=EF$.