

## 2023-2024 学年江苏省盐城市亭湖区八年级（上）期初数学试卷

### 一、选择题（每题 3 分）

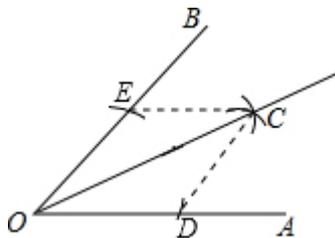
1. (3 分) 若  $a > b$ ，则下列式子正确的是 ( )

- A.  $a+2 > b+2$       B.  $\frac{a}{4} < \frac{b}{4}$       C.  $3a < 3b$       D.  $-\frac{a}{4} > -\frac{b}{4}$

2. (3 分) 下列语句中，是定义的是 ( )

- A. 点 A 到点 B 的距离是 3cm  
 B. 两直线平行，同位角相等  
 C. 直角都相等  
 D. 两边相等的三角形是等腰三角形

3. (3 分) 如图，用直尺和圆规作射线 OC，使它平分  $\angle AOB$ ，则  $\triangle ODC \cong \triangle OEC$  的理由是 ( )



- A. SSS      B. SAS      C. AAS      D. HL

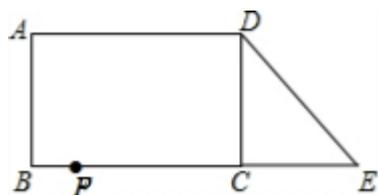
4. (3 分) 能说明命题“对于任何实数  $a$ ， $|a| > -a$ ”是假命题的一个反例可以是 ( )

- A.  $a = -2$       B.  $a = \frac{1}{3}$       C.  $a = 1$       D.  $a = \pi$

5. (3 分) 若方程组  $\begin{cases} 3x+y=k+1 \\ x+3y=3 \end{cases}$  的解为  $\begin{cases} x=a \\ y=b \end{cases}$  且  $a+b > 0$ ，则  $k$  的取值范围是 ( )

- A.  $k > 4$       B.  $k > -4$       C.  $k < 4$       D.  $k < -4$

6. (3 分) 已知：如图，在长方形 ABCD 中， $AB=4$ ， $AD=6$ 。延长 BC 到点 E，使  $CE=2$ ，连接 DE，动点 P 从点 B 出发，以每秒 2 个单位的速度沿 BC - CD - DA 向终点 A 运动，设点 P 的运动时间为  $t$  秒，当  $t$  的值为 ( ) 秒时， $\triangle ABP$  和  $\triangle DCE$  全等。



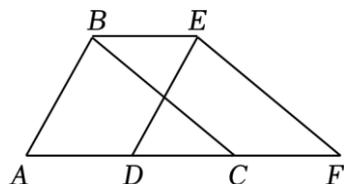
- A. 1      B. 1 或 3      C. 1 或 7      D. 3 或 7

### 二、填空（每题 3 分）

7. (3 分) “两直线平行，内错角相等”的逆命题是 \_\_\_\_\_.

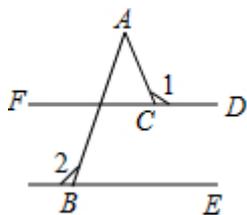
8. (3分) 若命题 “ $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$  不是方程  $ax - 2y = 1$  的解” 为假命题, 则实数  $a$  满足: \_\_\_\_\_;

9. (3分) 如图, 把  $\triangle ABC$  沿着射线  $AC$  方向平移得到  $\triangle DEF$ ,  $BE = DC = 2$ , 则  $AF =$  \_\_\_\_\_.

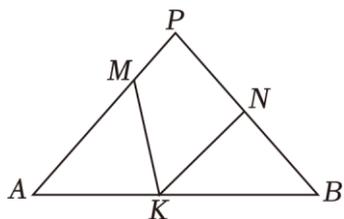


10. (3分) 若不等式  $-3x + n > 0$  的解集是  $x < 2$ , 则不等式  $-3x + n < 3$  解集是 \_\_\_\_\_.

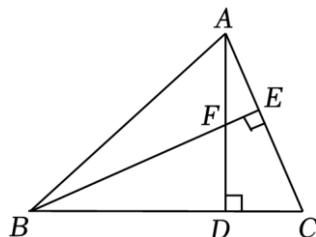
11. (3分) 如图,  $FD \parallel BE$ , 则  $\angle 1 + \angle 2 - \angle A =$  \_\_\_\_\_.



12. (3分) 如图, 在  $\triangle PAB$  中,  $\angle A = \angle B$ ,  $M, N, K$  分别是  $PA, PB, AB$  上的点, 且  $AM = BK, BN = AK$ . 若  $\angle MKN = 40^\circ$ , 则  $\angle P$  的度数为 \_\_\_\_\_.



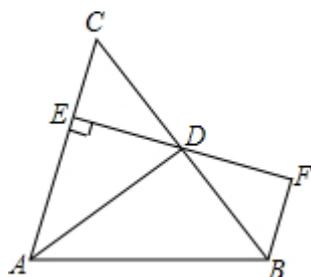
13. (3分)  $\triangle ABC$ ,  $\angle ABC = 45^\circ$ ,  $AC = 8\text{cm}$ ,  $F$  是高  $AD$  和  $BE$  的交点, 则  $BF$  的长是 \_\_\_\_\_.



14. (3分) 下面有 3 个命题: ①两个锐角的和还是锐角; ②同位角相等; ③平方后等于 4 的数一定是 2. 其中有 \_\_\_\_\_ 个假命题.

15. (3分) 已知关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} x - a > 0 \\ 5 - 2x \geq -1 \end{cases}$  无解, 则  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

16. (3分) 如图,  $AD$  是  $\triangle ABC$  的角平分线,  $DE \perp AC$ , 垂足为  $E$ ,  $BF \parallel AC$  交  $ED$  的延长线于点  $F$ , 若  $BC$  恰好平分  $\angle ABF$ ,  $AE = 2BF$ . 给出下列四个结论: ①  $DE = DF$ ; ②  $DB = DC$ ; ③  $AD \perp BC$ ; ④  $AC = 3BF$ , 其中正确的结论是 \_\_\_\_\_.



二、解答题（52分）

17.（8分）解下列不等式，并把解集在数轴上表示出来： $\frac{2(x+1)}{3} < \frac{5(x-1)}{6} - 1$ .

18.（10分）（1）完成下面的推理说明：

已知：如图， $BE \parallel CF$ ， $BE$ 、 $CF$  分别平分  $\angle ABC$  和  $\angle BCD$ 。

求证： $AB \parallel CD$ 。

证明： $\because BE$ 、 $CF$  分别平分  $\angle ABC$  和  $\angle BCD$ （已知），

$\therefore \angle 1 = \frac{1}{2} \angle \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\angle 2 = \frac{1}{2} \angle \underline{\hspace{2cm}}$ （ $\underline{\hspace{2cm}}$ ）。

$\because BE \parallel CF$ （ $\underline{\hspace{2cm}}$ ），

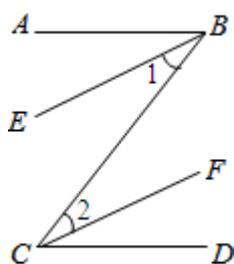
$\therefore \angle 1 = \angle 2$ （ $\underline{\hspace{2cm}}$ ）。

$\therefore \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \angle BCD$ （ $\underline{\hspace{2cm}}$ ）。

$\therefore \angle ABC = \angle BCD$ （等式的性质）。

$\therefore AB \parallel CD$ （ $\underline{\hspace{2cm}}$ ）。

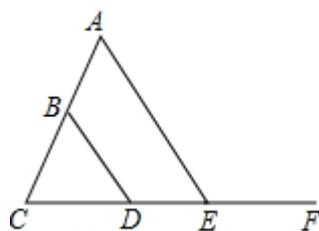
（2）说出（1）的推理中运用了哪两个互逆的真命题。



19.（10分）如图，在  $\triangle BCD$  中， $BC=4$ ， $BD=5$ ，

（1）若设  $CD$  的长为奇数，则  $CD$  的取值是  $\underline{\hspace{2cm}}$ ；

（2）若  $AE \parallel BD$ ， $\angle A=55^\circ$ ， $\angle BDE=125^\circ$ ，求  $\angle C$  的度数。



20. (12分) 在“抗击疫情”期间，某超市购进甲，乙两种有机蔬菜销售．设甲种蔬菜进价每千克  $a$  元，乙种蔬菜进价每千克  $b$  元．

(1) 该超市购进甲种蔬菜 15 千克和乙种蔬菜 20 千克需要 430 元；购进甲种蔬菜 10 千克和乙种蔬菜 8 千克需要 212 元．求  $a, b$  的值．

(2) 该超市决定每天购进甲，乙两种蔬菜共 100 千克，且投入资金不少于 1152 元又不多于 1168 元，设购买甲种蔬菜  $x$  千克 ( $x$  为正整数)，请写出所有可能的购买方案．

21. (12分) 已知  $\triangle ABC$  中， $\angle ABC = \angle ACB$ ， $D$  为射线  $CB$  上一点（不与  $C, B$  重合），点  $E$  为射线  $CA$  上一点， $\angle ADE = \angle AED$ ．设  $\angle BAD = \alpha$ ， $\angle CDE = \beta$ ．

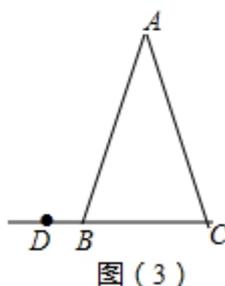
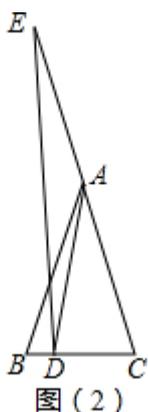
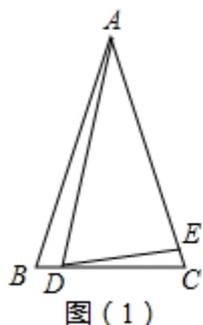
(1) 如图 (1)，

①若  $\angle BAC = 40^\circ$ ， $\angle DAE = 30^\circ$ ，则  $\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\beta = \underline{\hspace{2cm}}$ ．

②写出  $\alpha$  与  $\beta$  的数量关系，并说明理由；

(2) 如图 (2)，当  $D$  点在  $BC$  边上， $E$  点在  $CA$  的延长线上时，其它条件不变，写出  $\alpha$  与  $\beta$  的数量关系，并说明理由．

(3) 如图 (3)， $D$  在  $CB$  的延长线上，根据已知补全图形，并直接写出  $\alpha$  与  $\beta$  的关系式  $\underline{\hspace{2cm}}$ ．



## 2023-2024 学年江苏省盐城市亭湖区八年级（上）期初数学试卷

## 参考答案与试题解析

## 一、选择题（每题 3 分）

1. (3 分) 若  $a > b$ ，则下列式子正确的是 ( )

- A.  $a+2 > b+2$       B.  $\frac{a}{4} < \frac{b}{4}$       C.  $3a < 3b$       D.  $-\frac{a}{4} > -\frac{b}{4}$

【答案】A

【分析】根据不等式的性质求解即可.

【解答】解：A、两边都加 2，不等号的方向不变，故 A 符合题意；

B、两边都除以 4，不等号的方向不变，故 B 不符合题意；

C、两边都乘 3，不等号的方向不变，故 B 不符合题意；

D、两边都除以 -4，不等号的方向改变，故 C 不符合题意.

故选：A.

2. (3 分) 下列语句中，是定义的是 ( )

- A. 点 A 到点 B 的距离是  $3cm$   
B. 两直线平行，同位角相等  
C. 直角都相等  
D. 两边相等的三角形是等腰三角形

【答案】D

【分析】根据定义的概念判断即可.

【解答】解：A、点 A 到点 B 的距离是  $3cm$ ，不是定义，不符合题意；

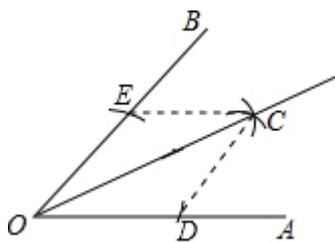
B、两直线平行，同位角相等，是定理，不是定义，不符合题意；

C、直角都相等，不是定义，不符合题意；

D、两边相等的三角形是等腰三角形，是定义，符合题意；

故选：D.

3. (3 分) 如图，用直尺和圆规作射线  $OC$ ，使它平分  $\angle AOB$ ，则  $\triangle ODC \cong \triangle OEC$  的理由是 ( )



- A. SSS                      B. SAS                      C. AAS                      D. HL

【答案】A

【分析】根据 SSS 证明三角形全等即可.

【解答】解：由作图可知， $OE=OD$ ， $DC=EC$ ，

在  $\triangle ODC$  与  $\triangle OEC$  中

$$\begin{cases} OC=OC \\ OE=OD, \\ DC=EC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ODC \cong \triangle OEC$  (SSS),

故选：A.

4. (3分) 能说明命题“对于任何实数  $a$ ， $|a| > -a$ ”是假命题的一个反例可以是 ( )

- A.  $a = -2$                       B.  $a = \frac{1}{3}$                       C.  $a = 1$                       D.  $a = \pi$

【答案】A

【分析】根据绝对值的性质、有理数的大小比较法则解答即可.

【解答】解：当  $a = -2$  时， $|a| = -a$ ，

说明命题“对于任何实数  $a$ ， $|a| > -a$ ”是假命题，

故选：A.

5. (3分) 若方程组  $\begin{cases} 3x+y=k+1 \\ x+3y=3 \end{cases}$  的解为  $\begin{cases} x=a \\ y=b \end{cases}$  且  $a+b > 0$ ，则  $k$  的取值范围是 ( )

- A.  $k > 4$                       B.  $k > -4$                       C.  $k < 4$                       D.  $k < -4$

【答案】B

【分析】将  $\begin{cases} x=a \\ y=b \end{cases}$  代入原方程组，用含  $k$  的代数式表示出  $a+b$ ，再计算出此题结果.

【解答】解：将  $\begin{cases} x=a \\ y=b \end{cases}$  代入原方程组得，

$$\begin{cases} 3a+b=k+1 \text{ ①} \\ a+3b=3 \text{ ②} \end{cases},$$

$$\frac{\text{①}+\text{②}}{4} \text{ 得, } a+b=\frac{k+4}{4},$$

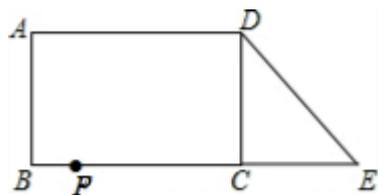
由题意得不等式，

$$\frac{k+4}{4} > 0,$$

解得， $k > -4$ ，

故选：B.

6. (3分) 已知：如图，在长方形  $ABCD$  中， $AB=4$ ， $AD=6$ 。延长  $BC$  到点  $E$ ，使  $CE=2$ ，连接  $DE$ ，动点  $P$  从点  $B$  出发，以每秒 2 个单位的速度沿  $BC - CD - DA$  向终点  $A$  运动，设点  $P$  的运动时间为  $t$  秒，当  $t$  的值为 ( ) 秒时， $\triangle ABP$  和  $\triangle DCE$  全等。



- A. 1                      B. 1 或 3                      C. 1 或 7                      D. 3 或 7

**【答案】** C

**【分析】** 分两种情况进行讨论，根据题意得出  $BP=2t=2$  和  $AP=16-2t=2$  即可求得。

**【解答】** 解：因为  $AB=CD$ ，若  $\angle ABP = \angle DCE = 90^\circ$ ， $BP=CE=2$ ，根据 SAS 证得  $\triangle ABP \cong \triangle DCE$ ，  
由题意得： $BP=2t=2$ ，

所以  $t=1$ ，

因为  $AB=CD$ ，若  $\angle BAP = \angle DCE = 90^\circ$ ， $AP=CE=2$ ，根据 SAS 证得  $\triangle BAP \cong \triangle DCE$ ，

由题意得： $AP=16-2t=2$ ，

解得  $t=7$ 。

所以，当  $t$  的值为 1 或 7 秒时， $\triangle ABP$  和  $\triangle DCE$  全等。

故选：C.

## 二、填空（每题 3 分）

7. (3分) “两直线平行，内错角相等”的逆命题是 两条直线被第三条直线所截，如果内错角相等，那么这两条直线平行。

**【答案】** 见试题解答内容

**【分析】** 把一个命题的条件和结论互换就得到它的逆命题。

**【解答】** 解：“两直线平行，内错角相等”的条件是：两直线平行，结论是：内错角相等。

将条件和结论互换得逆命题为：两条直线被第三条直线所截，如果内错角相等，那么这两条直线平行。

故答案为：两条直线被第三条直线所截，如果内错角相等，那么这两条直线平行。

8. (3分) 若命题“ $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 不是方程 $ax-2y=1$ 的解”为假命题，则实数 $a$ 满足： $a=-3$ ；

【答案】见试题解答内容

【分析】把方程的解代入方程求出 $a$ ，根据假命题的概念解答.

【解答】解：当 $x=1$ 、 $y=-2$ 时， $a+4=1$ ，

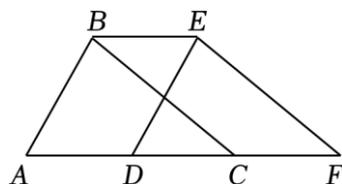
解得， $a=-3$ ，

故当 $a=-3$ 时， $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 是方程 $ax-2y=1$ 的解，

则 $a=-3$ 时，可以说明命题“ $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 不是方程 $ax-2y=1$ 的解”为假命题，

故答案为： $a=-3$ .

9. (3分) 如图，把 $\triangle ABC$ 沿着射线 $AC$ 方向平移得到 $\triangle DEF$ ， $BE=DC=2$ ，则 $AF=$ 6.



【答案】6.

【分析】根据已知条件和平移的性质推出 $AD=CF=BE=2$ ，因为 $DC=2$ ，即可得出 $AF$ 的长度.

【解答】解： $\because \triangle ABC$ 沿着射线 $AC$ 方向平移得到 $\triangle DEF$ ， $BE=2$ ，

$$\therefore AD=CF=BE=2,$$

$$\because DC=2,$$

$$\therefore AF=AD+CD+CF=2+2+2=6.$$

故答案为：6.

10. (3分) 若不等式 $-3x+n>0$ 的解集是 $x<2$ ，则不等式 $-3x+n<3$ 解集是 $x>1$ .

【答案】见试题解答内容

【分析】根据不等式的解集，可得 $n$ 的值，根据解不等式，可得不等式的解集.

【解答】解：不等式 $-3x+n>0$ 的解集是 $x<2$ ，

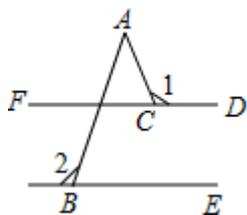
得 $n=6$ ，

$$-3x+n<3, \text{ 即 } -3x+6<3,$$

解得 $x>1$ ，

故答案为： $x>1$ .

11. (3分) 如图， $FD \parallel BE$ ，则 $\angle 1 + \angle 2 - \angle A =$  $180^\circ$ .



【答案】见试题解答内容

【分析】本题利用平行线的性质以及三角形内角和外角的关系解答

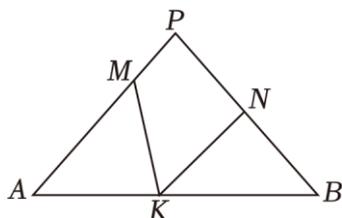
【解答】解：∵ $FD \parallel BE$ ，∴ $\angle 2 = \angle A + (180^\circ - \angle 1)$ ， $\angle 1 = \angle A + (180^\circ - \angle 2)$ ，

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 2\angle A + (180^\circ - \angle 1) + (180^\circ - \angle 2),$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 - \angle A = 180^\circ .$$

故答案为： $180^\circ$  .

12. (3分) 如图，在 $\triangle PAB$ 中， $\angle A = \angle B$ ， $M$ 、 $N$ 、 $K$ 分别是 $PA$ 、 $PB$ 、 $AB$ 上的点，且 $AM = BK$ ， $BN = AK$ 。若 $\angle MKN = 40^\circ$ ，则 $\angle P$ 的度数为 100° .



【答案】 $100^\circ$  .

【分析】证明 $\triangle MAK \cong \triangle KBN$ ，根据全等三角形的性质得到 $\angle BKN = \angle AMK$ ，根据三角形的外角性质求出 $\angle A$ ，根据三角形内角和定理计算，得到答案.

【解答】解：在 $\triangle MAK$ 和 $\triangle KBN$ 中，

$$\begin{cases} AM=BK \\ \angle A=\angle B, \\ AK=BN \end{cases}$$

∴ $\triangle MAK \cong \triangle KBN$  (SAS)，

∴ $\angle BKN = \angle AMK$ ，

∵ $\angle MKB$ 是 $\triangle AMK$ 的外角，

∴ $\angle BKN + \angle MKN = \angle A + \angle AMK$ ，

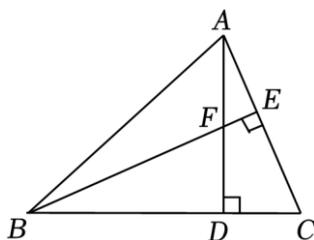
∴ $\angle A = \angle MKN = 40^\circ$ ，

∴ $\angle B = \angle A = 40^\circ$ ，

∴ $\angle P = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$ ，

故答案为： $100^\circ$  .

13. (3分)  $\triangle ABC$ ,  $\angle ABC=45^\circ$ ,  $AC=8\text{cm}$ ,  $F$ 是高  $AD$ 和  $BE$ 的交点, 则  $BF$ 的长是 8cm.



**【答案】** 见试题解答内容

**【分析】** 由题意可得  $\angle BAD = \angle ABD = 45^\circ$ , 可得  $AD = BD$ , 由余角的性质可得  $\angle DAC = \angle EBC$ , 可证  $\triangle BDF \cong \triangle ADC$ , 可得  $AC = BF = 8\text{cm}$ .

**【解答】** 解:  $\because \angle ABC = 45^\circ$ ,  $AD \perp BC$

$$\therefore \angle BAD = \angle ABD = 45^\circ,$$

$$\therefore AD = BD,$$

$$\because AD \perp BC, BE \perp AC$$

$$\therefore \angle C + \angle DAC = 90^\circ, \angle C + \angle EBC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle EBC, \text{ 且 } AD = BD, \angle ADC = \angle ADB = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle BDF \cong \triangle ADC \text{ (ASA)}$$

$$\therefore AC = BF = 8\text{cm}$$

故答案为: 8cm

14. (3分) 下面有3个命题: ①两个锐角的和还是锐角; ②同位角相等; ③平方后等于4的数一定是2. 其中有 3 个假命题.

**【答案】** 见试题解答内容

**【分析】** 利用锐角的定义、平行线的性质及实数的性质分别判断后即可确定正确的选项.

**【解答】** 解: ①两个锐角的和不一定还是锐角, 故错误, 是假命题;

②两直线平行, 同位角相等, 故错误, 是假命题;

③平方后等于4的数是 $\pm 2$ , 故错误, 是假命题,

假命题有3个,

故答案为: 3.

15. (3分) 已知关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} x-a > 0 \\ 5-2x \geq -1 \end{cases}$  无解, 则  $a$  的取值范围是  $a \geq 3$ .

**【答案】**  $a \geq 3$ .

**【分析】** 先根据不等式的性质求出两个不等式的解集, 再根据不等式组无解得出不等式  $1 \leq 5+a$ , 再求

出不等式的解集即可.

**【解答】**解： 
$$\begin{cases} x-a > 0 \text{①} \\ 5-2x \geq -1 \text{②} \end{cases}$$

解不等式①，得  $x > a$ ,

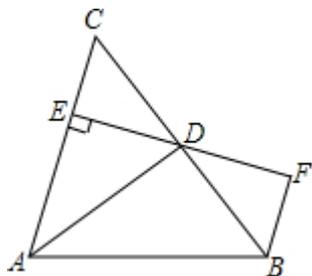
解不等式②，得  $x \leq 3$ ,

$\therefore$ 关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} x-a > 0 \\ 5-2x \geq -1 \end{cases}$  无解，

$\therefore a \geq 3$ ,

故答案为：  $a \geq 3$ .

16. (3分) 如图， $AD$  是  $\triangle ABC$  的角平分线， $DE \perp AC$ ，垂足为  $E$ ， $BF \parallel AC$  交  $ED$  的延长线于点  $F$ ，若  $BC$  恰好平分  $\angle ABF$ ， $AE = 2BF$ 。给出下列四个结论：①  $DE = DF$ ；②  $DB = DC$ ；③  $AD \perp BC$ ；④  $AC = 3BF$ ，其中正确的结论是 ①②③④。



**【答案】** 见试题解答内容

**【分析】** 根据等腰三角形的性质三线合一得到  $BD = CD$ ， $AD \perp BC$ ，故②③正确；通过  $\triangle CDE \cong \triangle DBF$ ，得到  $DE = DF$ ， $CE = BF$ ，故①④正确。

**【解答】** 解：  $\because BF \parallel AC$ ，

$$\therefore \angle C = \angle CBF,$$

$\because BC$  平分  $\angle ABF$ ，

$$\therefore \angle ABC = \angle CBF,$$

$$\therefore \angle C = \angle ABC,$$

$$\therefore AB = AC,$$

$\because AD$  是  $\triangle ABC$  的角平分线，

$$\therefore BD = CD, AD \perp BC, \text{ 故②③正确,}$$

在  $\triangle CDE$  与  $\triangle DBF$  中，

$$\begin{cases} \angle C = \angle CBF \\ CD = BD \\ \angle EDC = \angle BDF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle CDE \cong \triangle DBF,$$

$$\therefore DE = DF, CE = BF, \text{ 故①正确;}$$

$$\therefore AE = 2BF,$$

$$\therefore AC = 3BF, \text{ 故④正确;}$$

故答案为：①②③④

## 二、解答题（52分）

17.（8分）解下列不等式，并把解集在数轴上表示出来： $\frac{2(x+1)}{3} < \frac{5(x-1)}{6} - 1$ .

**【答案】**  $x > 15$ .

**【分析】** 根据解一元一次不等式基本步骤：去分母、去括号、移项、合并同类项、化系数为1可得出答案.

**【解答】** 解：去分母得： $4(x+1) < 5(x-1) - 6$ ,

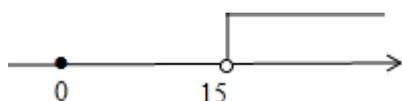
去括号得： $4x+4 < 5x-5-6$ ,

移项得： $4x-5x < -5-6-4$ ,

合并得： $-x < -15$ ,

系数化为1得： $x > 15$ ,

用数轴表示为：



18.（10分）（1）完成下面的推理说明：

已知：如图， $BE \parallel CF$ ， $BE$ 、 $CF$  分别平分  $\angle ABC$  和  $\angle BCD$ 。

求证： $AB \parallel CD$ 。

证明： $\because BE$ 、 $CF$  分别平分  $\angle ABC$  和  $\angle BCD$ （已知），

$$\therefore \angle 1 = \frac{1}{2} \angle \underline{ABC}, \angle 2 = \frac{1}{2} \angle \underline{BCD} \text{ (角平分线的定义)}.$$

$\because BE \parallel CF$ （已知），

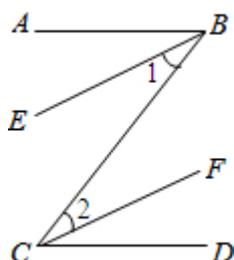
$\therefore \angle 1 = \angle 2$ （两直线平行，内错角相等）。

$$\therefore \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \angle BCD \text{ (等量代换)}.$$

$\therefore \angle ABC = \angle BCD$ （等式的性质）。

$\therefore AB \parallel CD$ （内错角相等，两直线平行）。

(2) 说出(1)的推理中运用了哪两个互逆的真命题.



**【答案】** 见试题解答内容

**【分析】** (1) 根据平行线的性质, 可得  $\angle 1 = \angle 2$ , 根据角平分线的定义, 可得  $\angle ABC = \angle BCD$ , 再根据平行线的判定, 即可得出  $AB \parallel CD$ ;

(2) 在两个命题中, 如果一个命题的结论和题干是另一个命题的题干和结论, 则称它们为互逆命题.

**【解答】** 解: (1)  $\because BE$ 、 $CF$  分别平分  $\angle ABC$  和  $\angle BCD$  (已知)

$$\therefore \angle 1 = \frac{1}{2} \angle ABC, \quad \angle 2 = \frac{1}{2} \angle BCD \quad (\text{角平分线的定义})$$

$\because BE \parallel CF$  (已知)

$\therefore \angle 1 = \angle 2$  (两直线平行, 内错角相等)

$$\therefore \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \angle BCD \quad (\text{等量代换})$$

$\therefore \angle ABC = \angle BCD$  (等式的性质)

$\therefore AB \parallel CD$  (内错角相等, 两直线平行)

故答案为:  $ABC$ ;  $BCD$ ; 角平分线的定义; 已知; 两直线平行, 内错角相等; 等量代换; 内错角相等, 两直线平行;

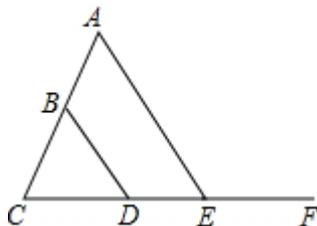
(2) 两个互逆的真命题为:

两直线平行, 内错角相等; 内错角相等, 两直线平行.

19. (10分) 如图, 在  $\triangle BCD$  中,  $BC=4$ ,  $BD=5$ ,

(1) 若设  $CD$  的长为奇数, 则  $CD$  的取值是 3 或 5 或 7;

(2) 若  $AE \parallel BD$ ,  $\angle A=55^\circ$ ,  $\angle BDE=125^\circ$ , 求  $\angle C$  的度数.



**【答案】** 见试题解答内容

**【分析】**（1）利用三角形三边关系得出  $DC$  的取值范围即可；

（2）利用平行线的性质得出  $\angle AEC$  的度数，再利用三角形内角和定理得出答案.

**【解答】**解：（1） $\because$ 在  $\triangle BCD$  中， $BC=4$ ， $BD=5$ ，

$\therefore 1 < DC < 9$ ；

$\because CD$  的长为奇数，

$\therefore CD$  的值为 3 或 5 或 7；

故答案为：3 或 5 或 7；

（2） $\because AE \parallel BD$ ， $\angle BDE = 125^\circ$ ，

$\therefore \angle AEC = 55^\circ$ ，

又  $\because \angle A = 55^\circ$ ，

$\therefore \angle C = 70^\circ$  .

20.（12 分）在“抗击疫情”期间，某超市购进甲，乙两种有机蔬菜销售. 设甲种蔬菜进价每千克  $a$  元，乙种蔬菜进价每千克  $b$  元.

（1）该超市购进甲种蔬菜 15 千克和乙种蔬菜 20 千克需要 430 元；购进甲种蔬菜 10 千克和乙种蔬菜 8 千克需要 212 元. 求  $a$ ， $b$  的值.

（2）该超市决定每天购进甲，乙两种蔬菜共 100 千克，且投入资金不少于 1152 元又不多于 1168 元，设购买甲种蔬菜  $x$  千克（ $x$  为正整数），请写出所有可能的购买方案.

**【答案】**见试题解答内容

**【分析】**（1）根据“超市购进甲种蔬菜 15 千克和乙种蔬菜 20 千克需要 420 元；购进甲种蔬菜 10 千克和乙种蔬菜 8 千克需要 212 元”，列出关于  $a$ ， $b$  的二元一次方程组，解方程组即可；

（2）由题意列出关于  $x$  的一元一次不等式组，解不等式组即可求出  $x$  的取值范围，再根据  $x$  的取值范围确定购买方案即可.

**【解答】**解：（1）由题意得：
$$\begin{cases} 15a+20b=430 \\ 10a+8b=212 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} a=10 \\ b=14 \end{cases}$$

答： $a$ ， $b$  的值分别为 10，14.

（2）由题意得：购买甲种蔬菜  $x$  千克（ $x$  为正整数），则每天购进  $(100 - x)$  千克乙种蔬菜，

$$\therefore \begin{cases} 10x+14(100-x) \geq 1152 \\ 10x+14(100-x) \leq 1168 \end{cases}$$

解得：  $\begin{cases} x \leq 62, \\ x \geq 58 \end{cases}$

$\therefore 58 \leq x \leq 62,$

$\therefore x$  为正整数,

$\therefore x$  的取值为 58, 59, 60, 61, 62.

$\therefore$  共有五种购买方案.

方案如下:

方案一: 每天购进甲种蔬菜 58 千克, 购进乙种蔬菜 42 千克;

方案二: 每天购进甲种蔬菜 59 千克, 购进乙种蔬菜 41 千克;

方案三: 每天购进甲种蔬菜 60 千克, 购进乙种蔬菜 40 千克;

方案四: 每天购进甲种蔬菜 61 千克, 购进乙种蔬菜 39 千克;

方案五: 每天购进甲种蔬菜 62 千克, 购进乙种蔬菜 38 千克.

21. (12 分) 已知  $\triangle ABC$  中,  $\angle ABC = \angle ACB$ ,  $D$  为射线  $CB$  上一点 (不与  $C$ 、 $B$  重合), 点  $E$  为射线  $CA$  上一点,  $\angle ADE = \angle AED$ . 设  $\angle BAD = \alpha$ ,  $\angle CDE = \beta$ .

(1) 如图 (1),

①若  $\angle BAC = 40^\circ$ ,  $\angle DAE = 30^\circ$ , 则  $\alpha = \underline{10^\circ}$ ,  $\beta = \underline{5^\circ}$ .

②写出  $\alpha$  与  $\beta$  的数量关系, 并说明理由;

(2) 如图 (2), 当  $D$  点在  $BC$  边上,  $E$  点在  $CA$  的延长线上时, 其它条件不变, 写出  $\alpha$  与  $\beta$  的数量关系, 并说明理由.

(3) 如图 (3),  $D$  在  $CB$  的延长线上, 根据已知补全图形, 并直接写出  $\alpha$  与  $\beta$  的关系式  $\underline{\beta = \frac{180^\circ - \alpha}{2}}$ .

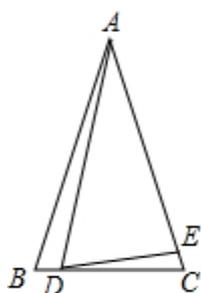


图 (1)

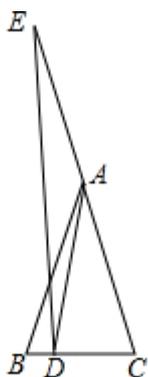


图 (2)

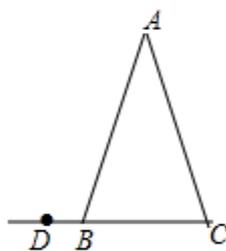


图 (3)

**【答案】** 见试题解答内容

**【分析】** (1) ①根据等腰三角形的性质, 利用三角形内角和定理和三角形外角的性质, 利用等量代换即可求解;

②根据等腰三角形的性质，利用三角形内角和定理和三角形外角的性质，利用等量代换即可得到结论；

(2) 设  $\angle BAC = x^\circ$ ， $\angle DAE = y^\circ$ ，则  $\angle CAD = 180^\circ - y^\circ$ ，根据三角形的内角和和外角的性质得到  $\alpha = x^\circ - (180^\circ - y^\circ) = x^\circ - 180^\circ + y^\circ$ ，由三角形的内角和得到

$$\angle C = \frac{180^\circ - x^\circ}{2} \quad \angle AED = \frac{180^\circ - y^\circ}{2}, \text{ 通过整理化简结论得到结论.}$$

(3) 方法同(2).

**【解答】**解：(1) ①  $\alpha = 10^\circ$ ， $\beta = 5^\circ$ ；

故答案为： $10^\circ$ ， $5^\circ$ ；

②  $\alpha = 2\beta$ ,

设  $\angle BAC = x^\circ$ ， $\angle DAE = y^\circ$ ，则  $\alpha = x^\circ - y^\circ$

$$\because \angle ABC = \angle ACB$$

$$\therefore \angle C = \frac{180^\circ - x^\circ}{2}$$

$$\because \angle ADE = \angle AED$$

$$\therefore \angle AED = \frac{180^\circ - y^\circ}{2}$$

$$\therefore \beta = \frac{180^\circ - y^\circ}{2} - \frac{180^\circ - x^\circ}{2} = \frac{x^\circ - y^\circ}{2}$$

$$\therefore \alpha = 2\beta;$$

$$(2) \quad \beta = \frac{180^\circ + \alpha}{2},$$

设  $\angle BAC = x^\circ$ ， $\angle DAE = y^\circ$ ，则  $\angle CAD = 180^\circ - y^\circ$

$$\therefore \alpha = x^\circ - (180^\circ - y^\circ) = x^\circ - 180^\circ + y^\circ$$

$$\because \angle ABC = \angle ACB$$

$$\therefore \angle C = \frac{180^\circ - x^\circ}{2}$$

$$\because \angle ADE = \angle AED$$

$$\therefore \angle AED = \frac{180^\circ - y^\circ}{2}$$

$$\therefore \beta = 180^\circ - \frac{180^\circ - y^\circ}{2} - \frac{180^\circ - x^\circ}{2} = \frac{x^\circ + y^\circ}{2}$$

$$\therefore \beta = \frac{180^\circ + \alpha}{2};$$

(3) 如图,  $\beta = \frac{180^\circ - \alpha}{2}$ ,

设  $\angle BAC = x^\circ$ ,  $\angle DAE = y^\circ$ , 则  $\angle CAD = 180^\circ - y^\circ$

$$\therefore \alpha = 180^\circ - y^\circ - x^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB$$

$$\therefore \angle C = \frac{180^\circ - x^\circ}{2}$$

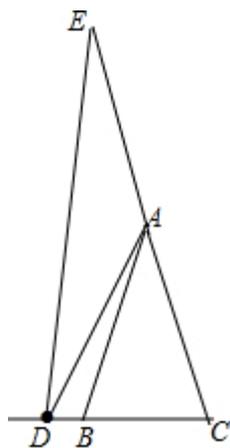
$$\therefore \angle ADE = \angle AED$$

$$\therefore \angle AED = \frac{180^\circ - y^\circ}{2},$$

$$\therefore \beta = 180^\circ - \frac{180^\circ - y^\circ}{2} - \frac{180^\circ - x^\circ}{2} = \frac{x^\circ + y^\circ}{2}$$

$$\therefore \beta = \frac{180^\circ - \alpha}{2}.$$

故答案为:  $\beta = \frac{180^\circ - \alpha}{2}$ .



图(3)