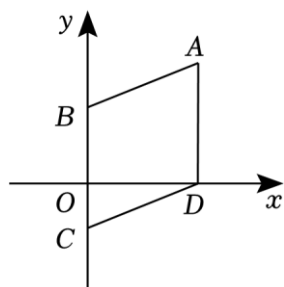


2022-2023 学年江苏省淮安市清河区启明外国语学校八年级（下）期末数学试卷

一、选择题（本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分。）

1. （3 分）下列调查，适合采用普查的是（ ）
 - A. 了解一个班级学生一分钟跳绳成绩
 - B. 了解我市八年级学生的名著阅读情况
 - C. 调查里运河的水质情况
 - D. 调查人们对冰墩墩的喜爱情况
2. （3 分）对于事件“某学习小组 14 人中至少有 2 人在同一个月过生日”，从发生的可能性大小判断，你认为该事件属于（ ）
 - A. 不可能事件
 - B. 随机事件
 - C. 必然事件
 - D. 无法判断
3. （3 分）分式 $\frac{x+5}{x-2}$ 的值是零，则 x 的值为（ ）
 - A. 2
 - B. 5
 - C. -2
 - D. -5
4. （3 分）下列等式成立的是（ ）
 - A. $\frac{b}{2} = \frac{bc}{2c}$
 - B. $\sqrt{2} + \sqrt{5} = \sqrt{7}$
 - C. $\frac{x-1}{x^2-1} = x+1$
 - D. $\sqrt{27} \div \sqrt{3} = 3$
5. （3 分）反比例函数 $y = \frac{a-1}{x}$ 的图象分布在第二、四象限，则 a 的取值范围是（ ）
 - A. $a < 1$
 - B. $a > 1$
 - C. $a \leq 1$
 - D. $a \geq 1$
6. （3 分）下列关于 $3\sqrt{7}$ 的表述错误的是（ ）
 - A. 它是最简二次根式
 - B. 它是无理数
 - C. 它就是 $3 \times \sqrt{7}$
 - D. 它大于 8
7. （3 分）若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + k = 0$ 有两个不相等的实数根，那么 k 的取值范围是（ ）
 - A. $k \neq 0$
 - B. $k > 4$
 - C. $k < 4$
 - D. $k < 4$ 且 $k \neq 0$
8. （3 分）如图，在平面直角坐标系 xOy 中，菱形 $ABCD$ 的顶点 D 在 x 轴上，边 BC 在 y 轴上，若点 A 的坐标为 $(12, 13)$ ，则点 B 的坐标是（ ）



- A. (0, 5) B. (0, 6) C. (0, 7) D. (0, 8)

二、填空题（本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

9. (3 分) 式子 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是 _____.

10. (3 分) 方程 $x^2+6x+9=0$ 的解为 _____.

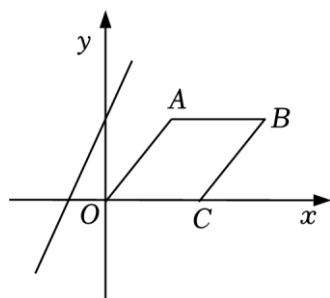
11. (3 分) 某中学数学教研组有 32 名教师，将他们按年龄分组，在 38 - 45 岁组内的教师有 8 名教师，那么这个小组的频率是 _____.

12. (3 分) 分式 $\frac{b}{4a^3}$ 与 $\frac{1}{6abc}$ 的最简公分母是 _____.

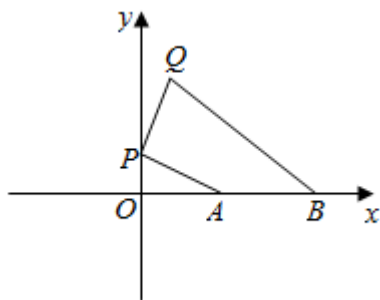
13. (3 分) 2020 年初，全国口罩紧缺，某口罩生产企业准备开通 A, B 两条口罩生产线，总日产量 5 万只，已知 A 生产线生产 75 万只口罩与 B 生产线生产 25 万只口罩所用天数相同. 设 A 生产线的口罩日产量是 x 万只，则可列出分式方程 _____.

14. (3 分) 若 $a < \sqrt{17} < b$ ，且 a, b 是两个连续整数，则 $a+b$ 的值为 _____.

15. (3 分) 如图，在平面直角坐标系中，平行四边形 OABC 的边 OC 落在 x 轴的正半轴上，且点 C (8, 0)，B (12, 4)，直线 $y=2x+b$ 平分平行四边形 OABC 的面积，则 $b=$ _____.



16. (3 分) 如图，平面直角坐标系中，已知 A (1, 0)，B (2, 0)，P 为 y 轴正半轴上一个动点，将线段 PA 绕点 P 逆时针旋转 90° ，点 A 的对应点为 Q，则线段 BQ 的最小值是 _____.



三、解答题（本大题共有 10 小题，共 102 分。解答时应写出必要的文字说明、证明）

17. (8 分) (1) 计算： $3\sqrt{8} - 2\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{18}$;

(2) 计算： $\frac{\sqrt{5}+1}{2} \cdot \frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

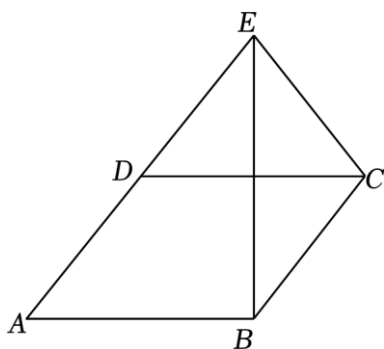
18. (8 分) 解方程：

(1) $x^2 - 4x - 2 = 0$;

(2) $\frac{x+1}{x-1} - \frac{4}{x^2-1} = 1$.

19. (8 分) 先化简，再求值： $(\frac{3}{a+1} - a+1) \div \frac{a^2-4a+4}{a+1}$ ，其中 a 是方程 $x^2 - 2x = 0$ 的解.

20. (8 分) 如图，四边形 $ABCD$ 为平行四边形，延长 AD 到点 E ，使 $DE = AD$ ，且 $BE \perp DC$. 求证：四边形 $DBCE$ 为菱形.



21. (9 分) 类比和转化是数学中解决新的问题时最常用的数学思想方法.

【学习新知，类比求解】解方程： $\sqrt{x+2} = 3$.

解：去根号，两边同时平方得一元一次方程 _____，解这个方程，得 $x = \underline{\hspace{2cm}}$. 经检验， $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 是原方程的解.

【学会转化，解决问题】运用上面的方法解下列方程：

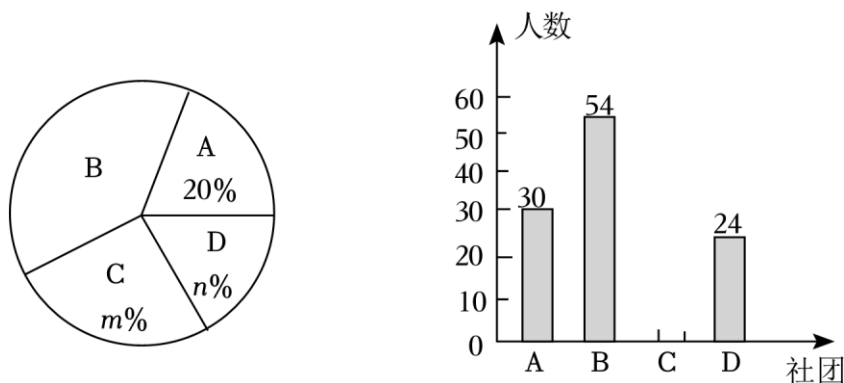
(1) $\sqrt{x-1} - 4 = 0$;

(2) $\sqrt{4x^2+5x-2x}=1$.

22. (10 分) 某校组织八年级学生参加 “A. 摄影社团、B. 文学社团、C. 篮球社团、D. 美术社团” 4 个

社团，要求每人必须参加，并且每人只能选择其中的一个社团。为了解学生对这几个社团的选择意向，学校从全体学生中随机抽取部分学生进行问卷调查，并把调查结果制成如图所示的扇形统计图和条形统计图（部分信息未给出）。请你根据给出的信息解答下列问题：

社团选择意向的扇形统计图 社团选择意向的条形统计图



- (1) 求参加这次问卷调查的学生人数，并补全条形统计图（画图后请标注相应的数据）；
- (2) $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (3) 若该校八年级共有 1200 名学生，试估计该校选择意向为“美术社团”的学生有多少人？

23. (9 分) 如图 1 与图 2，在边长均为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中， $\triangle ABC$ 的顶点及点 O 均在格点上。请仅用无刻度直尺完成作图（保留作图痕迹）。

- (1) 在图 1 中，作 $\triangle ABC$ 关于点 O 成中心对称的 $\triangle A'B'C'$ ；
- (2) 在图 2 中。

① 作 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转一定角度后，顶点仍在格点上的 $\triangle AB'C'$ ；

② 请直接写出：点 B 到 AC 的距离

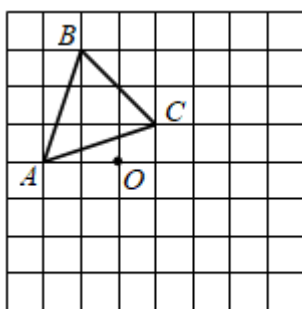


图 1

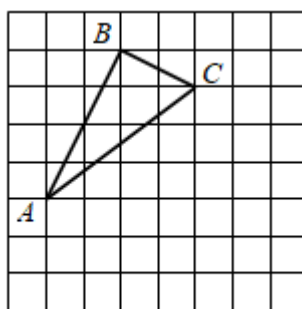


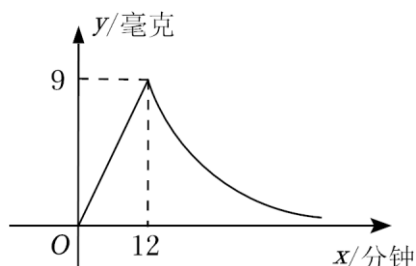
图 2

为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

24. (10 分) 为了预防流感，某学校在休息天用药熏消毒法对教室进行消毒。已知药物释放过程中，室内每立方米空气中的含药量 y （毫克）与时间 x （分钟）成正比例；药物释放完毕后， y 与 x 成反比例，如图所示。根据图中提供的信息，解答下列问题：

(1) 写出从药物释放开始， y 与 x 之间的两个函数关系式及相应的自变量取值范围；

(2) 据测定，当空气中每立方米的含药量降低到 0.9 毫克以下时，学生方可进入教室，那么从药物释放开始，至少需要经过多少小时后，学生才能进入教室？



25. (10 分) 商场某种商品平均每天可销售 30 件，每件盈利 50 元。为了尽快减少库存，商场决定采取适当的降价措施。经调查发现，每件商品每降价 1 元，商场平均每天可多售出 2 件。设每件商品降价 x 元。据此规律，请回答：

(1) 商场日销售量增加 _____ 件，每件商品盈利 _____ 元（用含 x 的代数式表示）；

(2) 在上述条件不变、销售正常情况下，每件商品降价多少元时，商场日盈利可达到 2100 元？

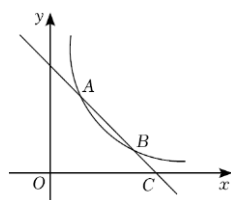
26. (10 分) 如图，一次函数 $y = -x + 3$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 在第一象限的图象交于 $A(1, a)$ 和 $B(2, b)$ 两点，与 x 轴交于点 C 。

(1) 求反比例函数的关系式；

(2) 根据图象，当 $-x + 3 < \frac{k}{x}$ 时 x 的取值范围为：_____；

(3) 若点 P 在 x 轴上，且 $S_{\triangle APC} = \frac{10}{3} S_{\triangle AOB}$ ，求点 P 的坐标；

(4) 若点 P 在 y 轴上， Q 在双曲线上，当以 A 、 B 、 P 、 Q 为顶点的四边形是平行四边形时，直接写出 Q 点的坐标：_____。



27. (12 分) 定义：有一组对边平行，有一个内角是它对角的一半的凸四边形叫做半对角四边形，如图 1，直线 $l_1 \parallel l_2$ ，点 A 、 D 在直线 l_1 上，点 B 、 C 在直线 l_2 上，若 $\angle BAD = 2\angle BCD$ ，则四边形 $ABCD$ 是半对角四边形。

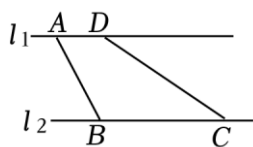


图1

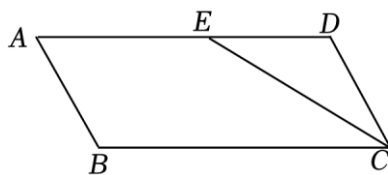


图2

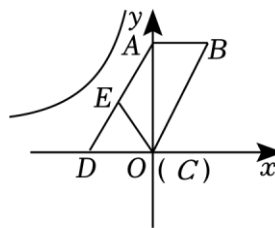


图3

(1) 如图 2，点 E 是平行四边形 $ABCD$ 的边 AD 上一点， $\angle A = 60^\circ$ ， $AB = 2$ ， $AE = 4$ ．若四边形 $ABCE$ 为半对角四边形，求平行四边形 $ABCD$ 的面积；

(2) 如图 3，以平行四边形 $ABCD$ 的顶点 C 为坐标原点，边 CD 所在直线为 x 轴，对角线 AC 所在直线为 y 轴，建立平面直角坐标系．点 E 是边 AD 上一点，满足 $BC = AE + CE$ ．求证：四边形 $ABCE$ 是半对角四边形；

(3) 在 (2) 的条件下，当 $AB = AE = 4$ ， $\angle B = 60^\circ$ 时，将四边形 $ABCE$ 向左平移 a ($a > 0$) 个单位后，恰有两个顶点落在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，求 k 的值．

2022-2023 学年江苏省淮安市清河区启明外国语学校八年级（下）期末数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分。）

1. （3 分）下列调查，适合采用普查的是（ ）

- A. 了解一个班级学生一分钟跳绳成绩
- B. 了解我市八年级学生的名著阅读情况
- C. 调查里运河的水质情况
- D. 调查人们对冰墩墩的喜爱情况

【答案】A

【分析】由普查得到的调查结果比较准确，但所费人力、物力和时间较多，而抽样调查得到的调查结果比较近似.

【解答】解：A、了解一个班级学生一分钟跳绳成绩，适合全面调查，符合题意；
B、了解我市八年级学生的名著阅读情况，适合抽样调查，不符合题意；
C、调查里运河的水质情况，适合抽样调查，不符合题意；
D、调查人们对冰墩墩的喜爱情况，适合抽样调查，不符合题意.

故选：A.

2. （3 分）对于事件“某学习小组 14 人中至少有 2 人在同一个月过生日”，从发生的可能性大小判断，你认为该事件属于（ ）

- A. 不可能事件
- B. 随机事件
- C. 必然事件
- D. 无法判断

【答案】C

【分析】先确定“14 人中至少有 2 人在同一个月过生日”这一事件为必然事件，即可求解.

【解答】解：14 人中至少有 2 人在同一个月过生日”这一事件为必然事件，

故选：C.

3. （3 分）分式 $\frac{x+5}{x-2}$ 的值是零，则 x 的值为（ ）

- A. 2
- B. 5
- C. -2
- D. -5

【答案】D

【分析】利用分式值为零的条件可得 $x+5=0$ ，且 $x-2 \neq 0$ ，再解即可．

【解答】解：由题意得： $x+5=0$ ，且 $x-2 \neq 0$ ，

解得： $x=-5$ ，

故选：D．

4.（3分）下列等式成立的是（ ）

A. $\frac{b}{2} = \frac{bc}{2c}$

B. $\sqrt{2} + \sqrt{5} = \sqrt{7}$

C. $\frac{x-1}{x^2-1} = x+1$

D. $\sqrt{27} \div \sqrt{3} = 3$

【答案】D

【分析】根据分式的基本性质： $\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}$ ($c \neq 0$)；对分子、分母进行因式分解，找出公因式进行约分；

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ ($a \geq 0, b > 0$)，即可求解．

【解答】解：A. 当 $c=0$ 时不符合题意，故此项错误；

B. 无法进行加法计算，故此项错误；

C. $\frac{x-1}{x^2-1} = \frac{x-1}{(x+1)(x-1)} = \frac{1}{x+1}$ ，故此项错误；

D. $\sqrt{27} \div \sqrt{3} = \sqrt{9} = 3$ ，故此项正确．

故选：D．

5.（3分）反比例函数 $y = \frac{a-1}{x}$ 的图象分布在第二、四象限，则 a 的取值范围是（ ）

A. $a < 1$

B. $a > 1$

C. $a \leq 1$

D. $a \geq 1$

【答案】A

【分析】直接利用反比例函数图象分布在第二、四象限，从而得出 $a-1 < 0$ ，进而得出答案．

【解答】解： $\because$ 反比例函数 $y = \frac{a-1}{x}$ 的图象分布在第二、四象限，

$\therefore a-1 < 0$ ，

解得： $a < 1$ ．

故选：A．

6.（3分）下列关于 $3\sqrt{7}$ 的表述错误的是（ ）

A. 它是最简二次根式

B. 它是无理数

C. 它就是 $3 \times \sqrt{7}$

D. 它大于 8

【答案】D

【分析】根据题意逐项分析判断即可即可求解.

【解答】解： $3\sqrt{7}$ 是最简二次根式，是无理数， $3\sqrt{7}=3\times\sqrt{7}$ ，故A，B，C，正确，
 $\therefore 3\sqrt{7}=\sqrt{63}<\sqrt{64}=8$ ，故D选项错误.

故选：D.

7. (3分) 若关于x的一元二次方程 $x^2-4x+k=0$ 有两个不相等的实数根，那么k的取值范围是（ ）

- A. $k\neq 0$ B. $k>4$ C. $k<4$ D. $k<4$ 且 $k\neq 0$

【答案】C

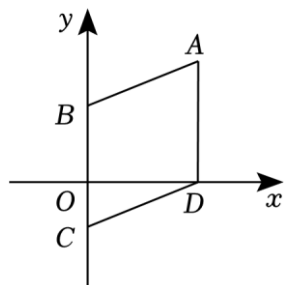
【分析】利用一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a\neq 0$) 的根与 $\Delta=b^2-4ac$ 有如下关系：方程有两个不相等的两个实数根， $\Delta>0$ ，进而求出即可.

【解答】解： $\because$ 关于x的一元二次方程 $x^2-4x+k=0$ 有两个不相等的实数根，
 $\therefore b^2-4ac=16-4k>0$,

解得： $k<4$.

故选：C.

8. (3分) 如图，在平面直角坐标系xOy中，菱形ABCD的顶点D在x轴上，边BC在y轴上，若点A的坐标为(12, 13)，则点B的坐标是（ ）



- A. (0, 5) B. (0, 6) C. (0, 7) D. (0, 8)

【答案】D

【分析】在Rt△ODC中，利用勾股定理求出OC即可解决问题.

【解答】解： $\because A(12, 13)$,

$\therefore OD=12, AD=13$,

$\because$ 四边形ABCD是菱形，

$\therefore BC=CD=AD=13$,

在Rt△ODC中， $OC=\sqrt{CD^2-OD^2}=\sqrt{13^2-12^2}=5$,

$\therefore OB=13-5=8$.

$\therefore B(0, 8)$.

故选：D.

二、填空题（本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

9. (3 分) 式子 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是 $x \geq 3$.

【答案】见试题解答内容

【分析】直接利用二次根式的有意义的条件得出 x 的取值范围，进而得出答案.

【解答】解：由题意可得： $x - 3 \geq 0$,

解得： $x \geq 3$.

故答案为： $x \geq 3$.

10. (3 分) 方程 $x^2 + 6x + 9 = 0$ 的解为 $x_1 = x_2 = -3$.

【答案】 $x_1 = x_2 = -3$.

【分析】利用配方法得到 $(x+3)^2 = 0$ ，然后解方程即可.

【解答】解： $\because x^2 + 6x + 9 = 0$,

$$\therefore (x+3)^2 = 0,$$

$$\therefore x_1 = x_2 = -3.$$

11. (3 分) 某中学数学教研组有 32 名教师，将他们按年龄分组，在 38 - 45 岁组内的教师有 8 名教师，那么这个小组的频率是 0.25.

【答案】见试题解答内容

【分析】根据频率的求法：频率 = 频数 ÷ 数据总数即可求解.

【解答】解：根据题意，38 - 45 岁组内的教师有 8 名，

即频数为 8，而总数为 32；

故这个小组的频率是 $8 \div 32 = 0.25$.

故答案为：0.25.

12. (3 分) 分式 $\frac{b}{4a^3}$ 与 $\frac{1}{6abc}$ 的最简公分母是 $12a^3bc$.

【答案】见试题解答内容

【分析】找出各个因式的最高次幂，乘积就是分母的最简公分母.

【解答】解：分式 $\frac{b}{4a^3}$ 与 $\frac{1}{6abc}$ 的最简公分母是 $12a^3bc$,

故答案为： $12a^3bc$.

13. (3 分) 2020 年初，全国口罩紧缺，某口罩生产企业准备开通 A, B 两条口罩生产线，总日产量 5 万只，已知 A 生产线生产 75 万只口罩与 B 生产线生产 25 万只口罩所用天数相同. 设 A 生产线的口罩日产量

是 x 万只，则可列出分式方程 $\frac{75}{x} = \frac{25}{5-x}$ 。

【答案】见试题解答内容

【分析】设 A 生产线的口罩日产量是 x 万只，则 B 生产线的口罩日产量是 $(5-x)$ 万只，根据工作时间 = 工作总量 ÷ 工作效率结合 A 生产线生产 75 万只口罩与 B 生产线生产 25 万只口罩所用天数相同，即可得出关于 x 的分式方程，此题得解。

【解答】解：设 A 生产线的口罩日产量是 x 万只，则 B 生产线的口罩日产量是 $(5-x)$ 万只，

依题意，得： $\frac{75}{x} = \frac{25}{5-x}$ 。

故答案为： $\frac{75}{x} = \frac{25}{5-x}$ 。

14. (3分) 若 $a < \sqrt{17} < b$ ，且 a, b 是两个连续整数，则 $a+b$ 的值为 9。

【答案】9。

【分析】根据 a, b 是两个连续的整数， $a < \sqrt{17} < b$ ，可以求得 a, b 的值，再代入计算即可求解。

【解答】解：∵ $4 < \sqrt{17} < 5$ ，

又∵ $a < \sqrt{17} < b$ ，

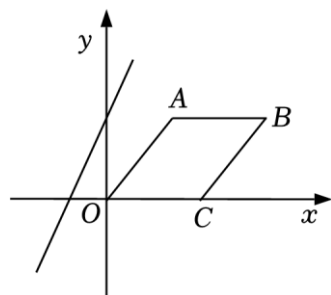
∴ $a=4, b=5$ ，

当 $a=4, b=5$ 时，

$a+b=4+5=9$ 。

故答案为：9。

15. (3分) 如图，在平面直角坐标系中，平行四边形 $OABC$ 的边 OC 落在 x 轴的正半轴上，且点 $C(8, 0)$ ， $B(12, 4)$ ，直线 $y=2x+b$ 平分平行四边形 $OABC$ 的面积，则 $b=$ -10。

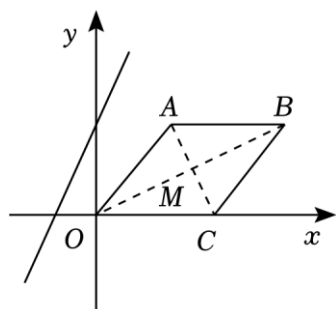


【答案】-10。

【分析】连接 AC, OB 交于点 M ，再用平行四边形的性质求出 M ， $y=2x+b$ 平分平行四边形 $OABC$ 的面积要经过 M ，即可求解。

【解答】解：若直线平分平行四边形的面积，则经过平行四边形对角线交点。

如图，连接 AC ， OB 交于点 M ，



$\because$ 四边形 $OABC$ 为平行四边形，

$\therefore AB=OC$ ， $AB \parallel OC$ ，点 M 为 OB ， AC 的中点，

$\because$ 点 $B(12, 4)$ ，点 $O(0, 0)$ ，

$\therefore$ 点 M 坐标为 $(6, 2)$ ，

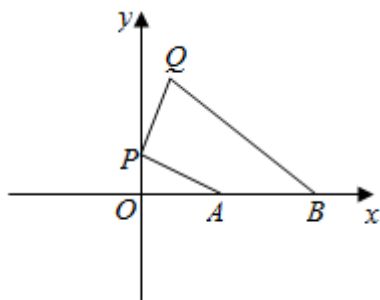
$\because$ 直线 $y=2x+b$ 平分平行四边形 $OABC$ 的面积，

$\therefore$ 直线 $y=2x+b$ 经过点 $M(6, 2)$ ，则 $2=12+b$ ，

解得： $b=-10$ ，

故答案为： -10 。

16. (3分) 如图，平面直角坐标系中，已知 $A(1, 0)$ ， $B(2, 0)$ ， P 为 y 轴正半轴上一个动点，将线段 PA 绕点 P 逆时针旋转 90° ，点 A 的对应点为 Q ，则线段 BQ 的最小值是 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ 。



【答案】 见试题解答内容

【分析】 设 $P(0, m)$ ，则 $OP=m$ ，作 $QM \perp y$ 轴于 M ，通过证得 $\triangle AOP \cong \triangle PMQ$ 求得 Q 的坐标，然后根据勾股定理得到 $BQ = \sqrt{2(m-\frac{1}{2})^2 + \frac{9}{2}}$ ，即可求得当 $m=1$ 时， BQ 有最小值 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ 。

【解答】 解： $\because A(1, 0)$ ，

$\therefore OA=1$ ，

设 $P(0, m)$ ，则 $OP=m$ ，

过点 Q 作 $QM \perp y$ 轴于 M ，

由于将线段 PA 绕点 P 逆时针旋转 90° 到 PQ ,

$$\therefore \angle APQ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OAP + \angle APO = \angle APO + \angle QPM,$$

$$\therefore \angle OAP = \angle QPM,$$

在 $\triangle AOP$ 和 $\triangle PMQ$ 中,

$$\begin{cases} \angle AOP = \angle PMQ \\ \angle OAP = \angle QPM, \\ PA = PQ \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOP \cong \triangle PMQ \text{ (AAS)},$$

$$\therefore MQ = OP = m, PM = OA = 1,$$

$$\therefore Q(m, m+1),$$

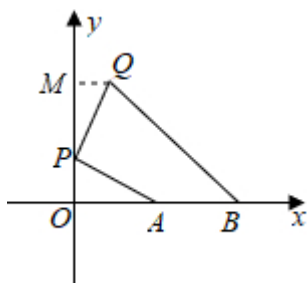
$$\therefore B(2, 0),$$

$$\therefore BQ = \sqrt{(m-2)^2 + (m+1)^2} = \sqrt{2\left(m-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{2}},$$

$$\therefore 2 > 0,$$

$$\therefore \text{当 } m = \frac{1}{2} \text{ 时, } BQ \text{ 有最小值 } \frac{3\sqrt{2}}{2},$$

$$\text{故答案为: } \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$



三、解答题（本大题共有 10 小题，共 102 分。解答时应写出必要的文字说明、证明）

17. (8 分) (1) 计算: $3\sqrt{8} - 2\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{18}$;

(2) 计算: $\frac{\sqrt{5}+1}{2} \cdot \frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

【答案】 (1) $2\sqrt{2}$; (2) 1.

【分析】 (1) 先把每一个二次根式化成最简二次根式, 然后再进行计算即可解答;

(2) 利用平方差公式, 进行计算即可解答.

【解答】 解: (1) $3\sqrt{8} - 2\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{18}$
 $= 6\sqrt{2} - \sqrt{2} - 3\sqrt{2}$

$$= 2\sqrt{2};$$

$$(2) \frac{\sqrt{5}+1}{2} \cdot \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$= \frac{(\sqrt{5})^2 - 1^2}{4}$$

$$= \frac{5-1}{4}$$

$$= 1.$$

18. (8分) 解方程:

$$(1) x^2 - 4x - 2 = 0;$$

$$(2) \frac{x+1}{x-1} - \frac{4}{x^2-1} = 1.$$

【答案】(1) $x_1 = 2 + \sqrt{6}$, $x_2 = 2 - \sqrt{6}$;

(2) 无解.

【分析】(1) 用公式法求解即可;

(2) 先去分母化成整式方程求解, 然后再检验即可求解.

【解答】解: (1) $\because a = 1, b = -4, c = -2$,

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 1 \times (-2) = 24 > 0,$$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{4 \pm \sqrt{24}}{2} = 2 \pm \sqrt{6},$$

$$\therefore x_1 = 2 + \sqrt{6}, x_2 = 2 - \sqrt{6}.$$

(2) 方程两边同时乘以 $(x+1)(x-1)$, 得

$$(x+1)^2 - 4 = (x+1)(x-1),$$

化简整理, 得 $2x - 2 = 0$,

解得: $x = 1$,

检验: 把 $x = 1$ 代入 $(x+1)(x-1)$, 得 $(x+1)(x-1) = (1+1)(1-1) = 0$,

$\therefore x = 1$ 不是原方程的根, 是增根,

$\therefore$ 原方程无解.

19. (8分) 先化简, 再求值: $(\frac{3}{a+1} - a + 1) \div \frac{a^2 - 4a + 4}{a+1}$, 其中 a 是方程 $x^2 - 2x = 0$ 的解.

【答案】 $-\frac{a+2}{a-2}$, 1.

【分析】先根据分式的加减法则进行计算，再根据分式的除法法则把除法变成乘法，算乘法，求出方程的解，根据分式有意义的条件得出 a 不能为 -1 和 2 ，求出 a 只能为 0 ，把 $a=0$ 代入求出答案即可．

$$\begin{aligned}
 & \text{【解答】解：} \left(\frac{3}{a+1} - a+1 \right) \div \frac{a^2-4a+4}{a+1} \\
 &= \left[\frac{3}{a+1} - (a-1) \right] \div \frac{(a-2)^2}{a+1} \\
 &= \frac{3-(a-1)(a+1)}{a+1} \cdot \frac{a+1}{(a-2)^2} \\
 &= \frac{3-a^2+1}{a+1} \cdot \frac{a+1}{(a-2)^2} \\
 &= \frac{-a^2+4}{a+1} \cdot \frac{a+1}{(a-2)^2} \\
 &= \frac{-(a+2)(a-2)}{a+1} \cdot \frac{a+1}{(a-2)^2} \\
 &= -\frac{a+2}{a-2},
 \end{aligned}$$

解方程 $x^2 - 2x = 0$ 得： $x_1 = 0$ ， $x_2 = 2$ ，

要使分式 $\left(\frac{3}{a+1} - a+1 \right) \div \frac{a^2-4a+4}{a+1}$ 有意义， $a+1 \neq 0$ 且 $a-2 \neq 0$ ，

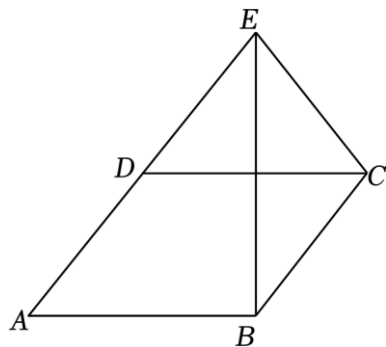
所以 a 不能为 -1 和 2 ，

$\because a$ 是方程 $x^2 - 2x = 0$ 的解，

$\therefore a$ 只能为 0 ，

当 $a=0$ 时，原式 $= -\frac{0+2}{0-2} = 1$ ．

20. (8 分) 如图，四边形 $ABCD$ 为平行四边形，延长 AD 到点 E ，使 $DE=AD$ ，且 $BE \perp DC$ ．求证：四边形 $DBCE$ 为菱形．



【答案】见解析．

【分析】先根据对边平行且相等的四边形是平行四边形证明四边形 $DBCE$ 为平行四边形，得 BE 与 CD

互相平分，再根据对角线垂直平分的四边形是菱形得出结论.

【解答】证明： $\because \square ABCD$,

$\therefore AD=BC, AD \parallel BC$, 即 $DE \parallel BC$,

$\because DE=AD$,

$\therefore DE=BC$,

$\therefore$ 四边形 $DBCE$ 为平行四边形,

$\therefore BE$ 与 CD 互相平分,

$\because BE \perp DC$

$\therefore$ 四边形 $DBCE$ 为菱形.

21. (9分) 类比和转化是数学中解决新的问题时最常用的数学思想方法.

【学习新知，类比求解】解方程： $\sqrt{x+2}=3$.

解：去根号，两边同时平方得一元一次方程 $x+2=9$ ，解这个方程，得 $x=7$. 经检验， $x=7$ 是原方程的解.

【学会转化，解决问题】运用上面的方法解下列方程：

(1) $\sqrt{x-1}-4=0$;

(2) $\sqrt{4x^2+5x}-2x=1$.

【答案】学习新知，类比求解： $x+2=9$, 7, 7;

(1) $x=17$;

(2) $x=1$.

【分析】学习新知，类比求解：根据题意补充完整即可；

(1) 移项得， $\sqrt{x-1}=4$ ，根据原题提供的方法进行求解即可；

(2) 移项得， $\sqrt{4x^2+5x}=2x+1$ 根据原题提供的方法进行求解即可.

【解答】解： $\sqrt{x+2}=3$.

去根号，两边同时平方得一元一次方程 $x+2=9$,

解这个方程，得 $x=7$.

经检验， $x=7$ 是原方程的解.

故答案为： $x+2=9$, 7, 7;

解：(1) $\sqrt{x-1}-4=0$

移项得， $\sqrt{x-1}=4$,

去根号，两边同时平方得一元一次方程 $x - 1 = 16$ ，

解这个方程，得 $x = 17$ 。

经检验， $x = 17$ 是原方程的解。

$$(2) \sqrt{4x^2 + 5x} - 2x = 1$$

移项得， $\sqrt{4x^2 + 5x} = 2x + 1$ ，

去根号，两边同时平方得方程 $4x^2 + 5x = 4x^2 + 4x + 1$ ，

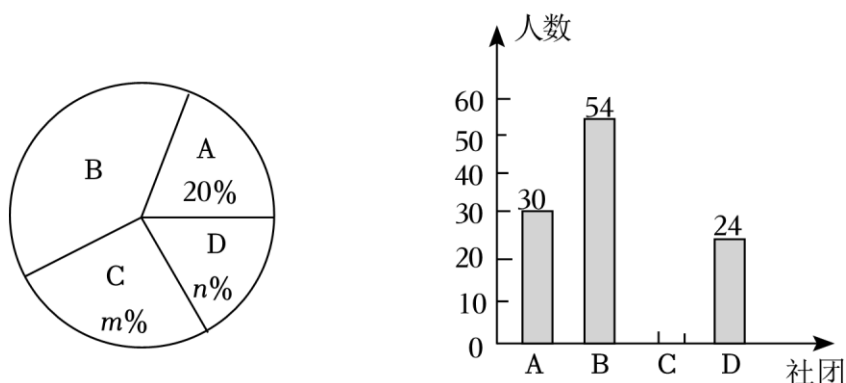
解这个方程，得 $x = 1$ 。

经检验， $x = 1$ 是原方程的解。

22. (10 分) 某校组织八年级学生参加 “A. 摄影社团、B. 文学社团、C. 篮球社团、D. 美术社团” 4 个社团，要求每人必须参加，并且每人只能选择其中的一个社团。为了解学生对这几个社团的选择意向，学校从全体学生中随机抽取部分学生进行问卷调查，并把调查结果制成如图所示的扇形统计图和条形统计图（部分信息未给出）。请你根据给出的信息解答下列问题：

社团选择意向的扇形统计图

社团选择意向的条形统计图



- 求参加这次问卷调查的学生人数，并补全条形统计图（画图后请标注相应的数据）；
- $m = \underline{28}$ ， $n = \underline{16}$ ；
- 若该校八年级共有 1200 名学生，试估计该校选择意向为 “美术社团” 的学生有多少人？

【答案】 (1) 150，补全图形见解析过程；

(2) 28，16；

(3) 192。

【分析】 (1) 由摄影社团人数及其对应百分比可得总人数，再根据各小组人数之和等于总人数求得篮球社团人数，从而补全图形；

(2) 根据百分比的概念可得 m 、 n 的值；

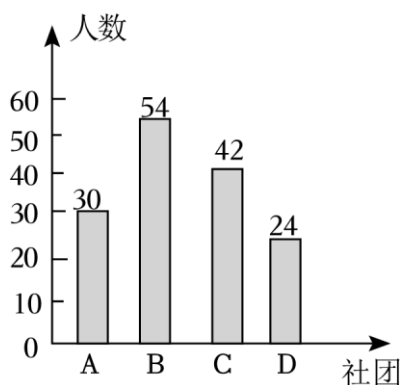
（3）根据该项人数=总人数×该项所占的百分比，得到答案.

【解答】解：（1）参加这次问卷调查的学生人数为： $30 \div 20\% = 150$ （人），

篮球社团的人数为 $150 - (30+54+24) = 42$ （人），

补全图形如下：

社团选择意向的条形统计图



$$(2) m\% = \frac{42}{150} \times 100\% = 28\%, \quad n\% = \frac{24}{150} \times 100\% = 16\%$$

即： $m=28$ ， $n=16$ ，

故答案为： 28， 16；

（3） $1200 \times 16\% = 192$ （人），

则该校八年级共有 1200 名学生，试估计该校选择意向为“美术社团”的学生有 192 人.

23.（9 分）如图 1 与图 2，在边长均为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中， $\triangle ABC$ 的顶点及点 O 均在格点上. 请仅用无刻度直尺完成作图（保留作图痕迹）.

（1）在图 1 中，作 $\triangle ABC$ 关于点 O 成中心对称的 $\triangle A'B'C'$ ；

（2）在图 2 中.

①作 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转一定角度后，顶点仍在格点上的 $\triangle AB'C'$ ；

② 请 直 接 写 出 ： 点 B 到 AC 的 距 离 为

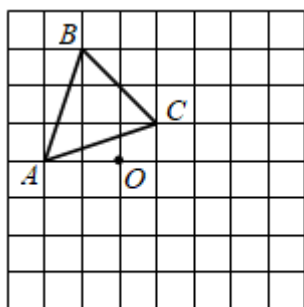


图 1

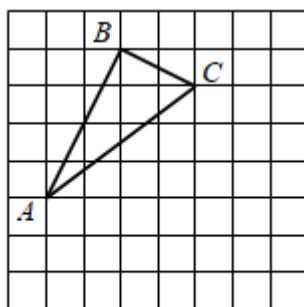


图 2

2.

【答案】（1）作图见解析部分.

（2）①作图见解析部分.

②2.

【分析】（1）利用旋转变换的性质分别作出 A ， B ， C 的对应点 A' ， B' ， C' 即可.

（2）①利用数形结合的思想解决问题即可.

②利用三角形面积公式求解即可.

【解答】解：（1）如图 1 中， $\triangle A'B'C'$ 即为所求.

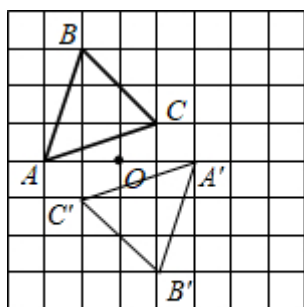


图 1

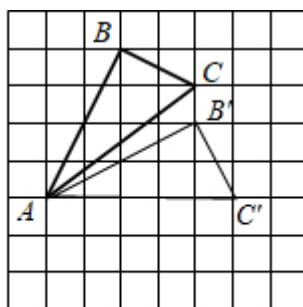


图 2

（2）①如图 2 中， $\triangle AB'C'$ 即为所求.

②设 AC 边上的高为 h ， $\frac{1}{2} \cdot AC \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{5} \cdot 4\sqrt{5}$ ，

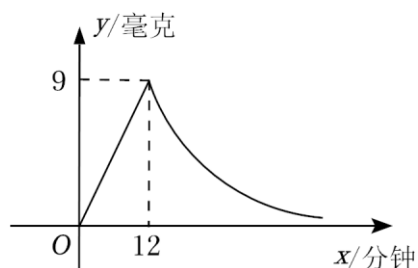
解得 $h=2$ ，

故答案为：2.

24.（10 分）为了预防流感，某学校在休息天用药熏消毒法对教室进行消毒. 已知药物释放过程中，室内每立方米空气中的含药量 y （毫克）与时间 x （分钟）成正比例；药物释放完毕后， y 与 x 成反比例，如图所示. 根据图中提供的信息，解答下列问题：

（1）写出从药物释放开始， y 与 x 之间的两个函数关系式及相应的自变量取值范围；

（2）据测定，当空气中每立方米的含药量降低到 0.9 毫克以下时，学生方可进入教室，那么从药物释放开始，至少需要经过多少小时后，学生才能进入教室？



【答案】（1）正比例函数解析式是 $y = \frac{3}{4}x$ ($0 \leq x \leq 12$)，反比例函数解析式是 $y = \frac{108}{x}$ ($x \geq 12$)；

(2) 2 小时.

【分析】(1) 首先根据题意, 已知药物释放过程中, 室内每立方米空气中的含药量 y (毫克) 与时间 x (分钟) 成正比; 药物释放完毕后, y 与 x 成反比例, 将数据代入, 用待定系数法可得两个函数的关系式;

(2) 根据 (1) 中的解析式列出关系式, 进一步求解可得答案.

【解答】解: (1) 当 $0 \leq x \leq 12$ 时, 设 $y = ax$ ($a \neq 0$); 当 $x \geq 12$ 时, 设 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$).

将 (12, 9) 代入 $y = ax$,

得: $9 = 12a$, 解得: $a = \frac{3}{4}$,

$\therefore y = \frac{3}{4}x$ ($0 \leq x \leq 12$).

将 (12, 9) 代入 $y = \frac{k}{x}$,

得: $9 = \frac{k}{12}$, 解得: $k = 108$,

$\therefore y = \frac{108}{x}$ ($x \geq 12$).

故正比例函数解析式是 $y = \frac{3}{4}x$ ($0 \leq x \leq 12$), 反比例函数解析式是 $y = \frac{108}{x}$ ($x \geq 12$);

(2) 当 $y = 0.9$ 时, $\frac{108}{x} = 0.9$,

解得: $x = 120$,

120 分钟 = 2 小时,

答: 从药物释放开始, 至少需要经过 2 小时后, 学生才能进入教室.

25. (10 分) 商场某种商品平均每天可销售 30 件, 每件盈利 50 元. 为了尽快减少库存, 商场决定采取适当的降价措施. 经调查发现, 每件商品每降价 1 元, 商场平均每天可多售出 2 件. 设每件商品降价 x 元. 据此规律, 请回答:

(1) 商场日销售量增加 $2x$ 件, 每件商品盈利 $(50 - x)$ 元 (用含 x 的代数式表示);

(2) 在上述条件不变、销售正常情况下, 每件商品降价多少元时, 商场日盈利可达到 2100 元?

【答案】见试题解答内容

【分析】(1) 降价 1 元, 可多售出 2 件, 降价 x 元, 可多售出 $2x$ 件, 盈利的钱数 = 原来的盈利 - 降低的钱数;

(2) 等量关系为: 每件商品的盈利 $\times$ 可卖出商品的件数 = 2100, 把相关数值代入计算得到合适的解即

可.

【解答】解：（1）降价 1 元，可多售出 2 件，降价 x 元，可多售出 $2x$ 件，盈利的钱数 $= 50 - x$ ，故答案为 $2x$ ； $50 - x$ ；

（2）由题意得： $(50 - x)(30 + 2x) = 2100$ ($0 \leq x < 50$)

化简得： $x^2 - 35x + 300 = 0$ ，即 $(x - 15)(x - 20) = 0$ ，

解得： $x_1 = 15$ ， $x_2 = 20$

∵该商场为了尽快减少库存，

∴降的越多，越吸引顾客，

∴选 $x = 20$ ，

答：每件商品降价 20 元，商场日盈利可达 2100 元.

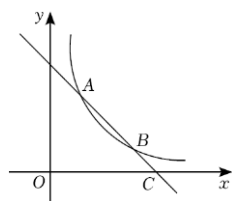
26. (10 分) 如图，一次函数 $y = -x + 3$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 在第一象限的图象交于 $A(1, a)$ 和 $B(2, b)$ 两点，与 x 轴交于点 C .

(1) 求反比例函数的关系式；

(2) 根据图象，当 $-x + 3 < \frac{k}{x}$ 时 x 的取值范围为： $0 < x < 1$ 或 $x > 2$ ；

(3) 若点 P 在 x 轴上，且 $S_{\triangle APC} = \frac{10}{3} S_{\triangle AOB}$ ，求点 P 的坐标；

(4) 若点 P 在 y 轴上， Q 在双曲线上，当以 A 、 B 、 P 、 Q 为顶点的四边形是平行四边形时，直接写出 Q 点的坐标： $(3, \frac{2}{3})$ 或 $(-1, -2)$.



【答案】(1) $y = \frac{2}{x}$;

(2) $0 < x < 1$ 或 $x > 2$;

(3) $(8, 0)$ 或 $(-2, 0)$;

(4) $(3, \frac{2}{3})$ 或 $(-1, -2)$.

【分析】(1) 先把点 $A(1, a)$ 代入 $y = -x + 3$ 中求出 a 得到 $A(1, 2)$ ，然后把 A 点坐标代入 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 中求出 k ，即可得到反比例函数的表达式；

(2) 根据图象得出取值范围即可；

(3) 连接 OA, OB , 设直线 AB 与 x 轴交于点 C , 由 $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} - S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 - \frac{1}{2} \times 3 \times 1 = \frac{3}{2}$,
 又 $S_{\triangle APC} = \frac{10}{3} S_{\triangle AOB}$, 得 $S_{\triangle APC} = \frac{10}{3} \times \frac{3}{2} = 5$, 设 $P(t, 0)$, 则 $OC = |t - 3|$, 所以
 $S_{\triangle APC} = \frac{1}{2} \times 2 \times OC = \frac{1}{2} \times 2 \times |t - 3| = |t - 3| = 5$, 求解即可.

(4) 分三种情况: 当 $\square APQB$ 时, 当 $\square APBQ$ 时, 当 $\square AQP B$ 时, 分别求解即可.

【解答】 解: (1) 把点 $A(1, a)$ 代入 $y = -x + 3$, 得 $a = 2$,

$\therefore A(1, 2)$,

把 $A(1, 2)$ 代入反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$,

$\therefore k = 1 \times 2 = 2$;

$\therefore$ 反比例函数的表达式为 $y = \frac{2}{x}$;

(2) 把 $B(2, b)$ 代入 $y = \frac{2}{x}$, 得 $b = 1$,

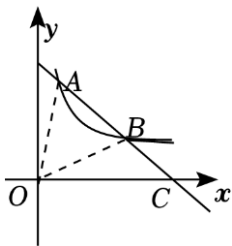
$\therefore B(2, 1)$

由 (1) 知 $A(1, 2), B(2, 1)$,

根据图象可知, 当 $-x + 3 < \frac{k}{x}$ 时, $0 < x < 1$ 或 $x > 2$,

$\therefore$ 当 $-x + 3 < \frac{k}{x}$ 时, x 的取值范围为 $0 < x < 1$ 或 $x > 2$;

(3) 解: 连接 OA, OB , 设直线 AB 与 x 轴交于点 C , 如图,



$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} - S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 - \frac{1}{2} \times 3 \times 1 = \frac{3}{2}$,

又 $\therefore S_{\triangle APC} = \frac{10}{3} S_{\triangle AOB}$,

$\therefore S_{\triangle APC} = \frac{10}{3} \times \frac{3}{2} = 5$

设 $P(t, 0)$, 则 $OC = |t - 3|$,

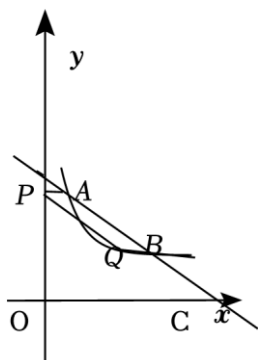
$\therefore S_{\triangle APC} = \frac{1}{2} \times 2 \times OC = \frac{1}{2} \times 2 \times |t - 3| = |t - 3| = 5$

解得: $t = 8$ 或 $t = -2$,

$\therefore P(8, 0)$ 或 $(-2, 0)$.

(4) 解：设 $Q(x, \frac{2}{x}) (x > 0)$,

当 $\square APQB$ 时，如图，



$\because \square APQB$,

$\therefore AP \parallel QB, PQ = AB$,

$\because A(1, 2), B(2, 1)$,

$\therefore P(0, \frac{2}{x} + 1)$,

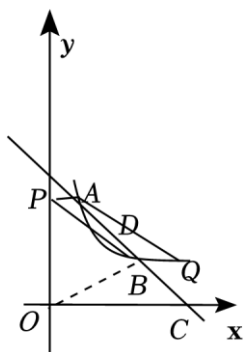
$\therefore PQ^2 = x^2 + 1, AB^2 = (1 - 2)^2 + (2 - 1)^2 = 2$,

$\therefore x^2 + 1 = 2$,

解得： $x_1 = 1, x_2 = -1$ （不符合题意，舍去）

$\therefore P(1, 2)$ ，此时与点 A 重合，不是平行四边形，故舍去；

当 $\square APBQ$ 时，连接 PQ 交 AB 于 D，如图，



$\because \square APBQ$

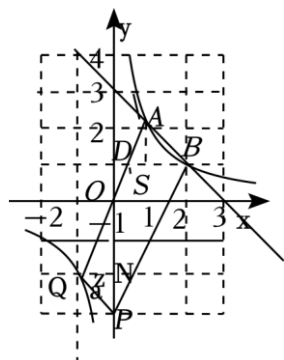
$\therefore$ 点 D 是 AB 与 PQ 的中点，

$\therefore \frac{1+2}{2} = \frac{0+x}{2}$

解得： $x = 3$ ，

$\therefore Q(3, \frac{2}{3})$ ，

当 $\square AQP B$ 时，过 Q 作 $QN \perp y$ 于 N ，过点 B 作 $BD \perp y$ 于 D ，过点 A 作 $AS \perp BD$ 于 S ，如图，



$$\because \square AQP B$$

$$\therefore PQ = AB, PQ \parallel AB$$

$$\therefore \angle QPN = \angle BMD$$

$$\because BD \perp y$$

$$\therefore \angle BMD + \angle ABS = 90^\circ,$$

$$\because QN \perp y$$

$$\therefore \angle PNQ = 90^\circ$$

$$\therefore \angle PQN + \angle QPN = 90^\circ$$

$$\therefore \angle PQN = \angle ABS$$

$$\because \angle PNQ = \angle ASB = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle PQN \cong \triangle ABS$$

$$\therefore PN = AS = 2 - 1 = 1$$

$$\therefore PQ^2 = x^2 + 1,$$

$$\because AB^2 = 2$$

$$\therefore x^2 + 1 = 2$$

解得： $x_1 = -1$ ， $x_2 = 1$ （不符合题意，舍去）

$$\therefore Q(-1, -2)$$

综上，当以 A 、 B 、 P 、 Q 为顶点的四边形是平行四边形时， Q 点的坐标为 $(3, \frac{2}{3})$ 或 $(-1, -2)$ 。

27. (12 分) 定义：有一组对边平行，有一个内角是它对角的一半的凸四边形叫做半对角四边形，如图 1，直线 $l_1 \parallel l_2$ ，点 A ， D 在直线 l_1 上，点 B ， C 在直 l_2 上，若 $\angle BAD = 2\angle BCD$ ，则四边形 $ABCD$ 是半对角四边形。

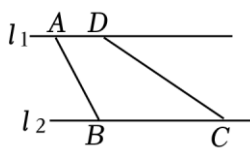


图1

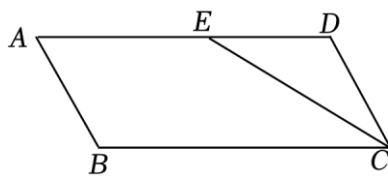


图2

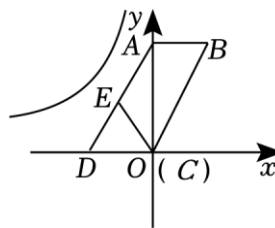


图3

(1) 如图 2, 点 E 是平行四边形 $ABCD$ 的边 AD 上一点, $\angle A = 60^\circ$, $AB = 2$, $AE = 4$. 若四边形 $ABCE$ 为半对角四边形, 求平行四边形 $ABCD$ 的面积;

(2) 如图 3, 以平行四边形 $ABCD$ 的顶点 C 为坐标原点, 边 CD 所在直线为 x 轴, 对角线 AC 所在直线为 y 轴, 建立平面直角坐标系. 点 E 是边 AD 上一点, 满足 $BC = AE + CE$. 求证: 四边形 $ABCE$ 是半对角四边形;

(3) 在 (2) 的条件下, 当 $AB = AE = 4$, $\angle B = 60^\circ$ 时, 将四边形 $ABCE$ 向左平移 a ($a > 0$) 个单位后, 恰有两个顶点落在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上, 求 k 的值.

【答案】(1) $6\sqrt{3}$;

(2) 证明见解答过程;

(3) $-8\sqrt{3}$ 或 $-24\sqrt{3}$.

【分析】(1) 根据半对角四边形的定义可得出 $\angle BCE = 30^\circ$, 进而可得出 $\angle DEC = \angle DCE = 30^\circ$, 由等角对等边可得出 $CD = DE = 2$, 结合 $AD = AE + DE$ 即可求出 AD 的长, 过点 D 作 BC 的垂线交于 F , 利用勾股定理求出 DF , 从而求出平行四边形的面积;

(2) 由平行四边形的性质可得出 $BC \parallel AD$, $BC = AD = AE + ED = AE + CE$, 进而可得出 $CE = ED$, 根据等腰三角形的性质及三角形外角的性质可得出 $\angle AEC = 2\angle EDC = 2\angle B$, 再结合半对角四边形的定义即可证出四边形 $ABCE$ 是半对角四边形;

(3) 由平行四边形的性质结合 $AB = AE = 4$, $\angle B = 60^\circ$ 可得出点 A , B , E 的坐标, 分点 A , E 落在反比例函数图象上及点 B , E 落在反比例函数图象上两种情况考虑: (i) 利用平移的性质及反比例函数图象上点的坐标特征可得出关于 a 的一元一次方程, 解之即可得出 a 值, 再利用反比例函数图象上点的坐标特征可求出 k 值; (ii) 同 (i) 可求出 k 值. 综上, 此题得解.

【解答】(1) 解: $\because$ 四边形 $ABCE$ 为半对角四边形,

$$\therefore \angle BCE = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DEC = \angle DCE = 30^\circ,$$

$$\therefore CD = DE = 2,$$

$$\therefore AD = AE + DE = 6,$$

过点 D 作 BC 的垂线交于 F ，如图：

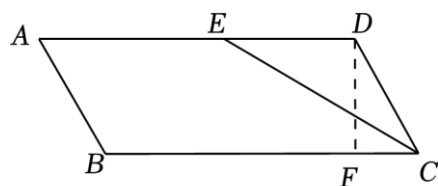


图2

$$\therefore \angle DFC = 90^\circ,$$

$$\because \angle DCF = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle FDC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore CF = \frac{1}{2}CD = 1,$$

$$\text{由勾股定理得：} DF = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\text{平行四边形} ABCD} = 6 \times \sqrt{3} = 6\sqrt{3}.$$

(2) 证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

$$\therefore BC \parallel AD, BC = AD = AE + ED = AE + CE,$$

$$\therefore CE = ED,$$

$$\therefore \angle AEC = 2\angle EDC = 2\angle B,$$

又 $\because AE \parallel BC$,

$\therefore$ 四边形 $ABCE$ 是半对角四边形；

(3) 解：由题意，可知：点 A 的坐标为 $(0, 4\sqrt{3})$ ，点 B 的坐标为 $(4, 4\sqrt{3})$ ，点 E 的坐标为 $(-2, 2\sqrt{3})$ 。

(i) 当点 A, E 向左平移 a ($a > 0$) 个单位后落在反比例函数的图象上时， $-a \cdot 4\sqrt{3} = (-2-a) \times 2\sqrt{3}$ ，
解得： $a = 2$ ，

$$\therefore k = -4\sqrt{3}a = -8\sqrt{3};$$

(ii) 当点 B, E 向左平移 a ($a > 0$) 个单位后落在反比例函数的图象上时，
 $(-2-a) \times 2\sqrt{3} = (4-a) \times 4\sqrt{3}$ ，

解得： $a = 10$ ，

$$\therefore k = (4-a) \times 4\sqrt{3} = -24\sqrt{3}.$$

综上所述： k 的值为 $-8\sqrt{3}$ 或 $-24\sqrt{3}$ 。