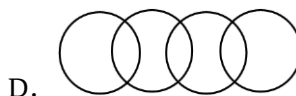


2022-2023 学年江苏省淮安市淮安区七年级（下）期末数学试卷

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共计 24 分．在每小题给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确答案填涂在答题卡上）

1.（3 分）如图，以下四个图标中可以看出由“基本图案”经过平移得到的是（ ）



2.（3 分）华为近年来一直在努力自主研发核心领域，3 月下旬，华为轮值董事长徐直军宣布完成了芯片 $14nm$ 以上 EDA 工具国产化，年内将完成对其全面验证． $14nm$ 芯片即 $0.000000014m$ 用科学记数法表示是（ ）

A. $1.4 \times 10^{-8}m$

B. $0.14 \times 10^{-7}m$

C. $1.4 \times 10^{-9}m$

D. $14 \times 10^{-8}m$

3.（3 分）下列运算正确的是（ ）

A. $a+2a^2=3a^2$

B. $a^3 \cdot a^2=a^6$

C. $(x^2)^3=x^5$

D. $(-x^3)^2=x^6$

4.（3 分）下列命题中，是假命题的是（ ）

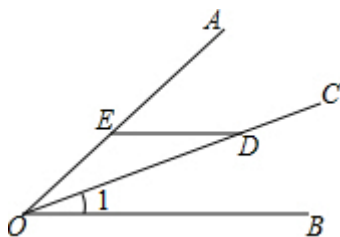
A. 三角形的三个内角的和等于 180°

B. 两直线平行，同位角相等

C. 四边形的外角和为 360°

D. 相等的角是对顶角

5.（3 分）如图，点 D 在 $\angle AOB$ 的平分线 OC 上，点 E 在 OA 上， $ED \parallel OB$ ， $\angle 1=25^\circ$ ，则 $\angle AED$ 的度数为（ ）



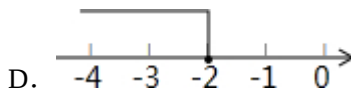
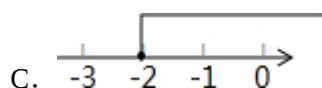
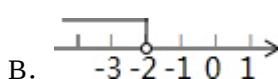
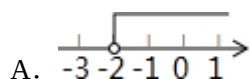
A. 20°

B. 30°

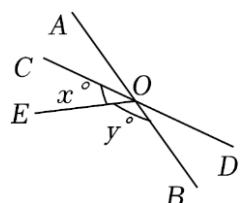
C. 40°

D. 50°

6.（3 分）在数轴上表示不等式 $x \geq -2$ 的解集，正确的是（ ）



7. (3分) 如图, 直线 AB 与 CD 相交于点 O , 且 $\angle AOD = 150^\circ$. $\angle EOB$ 比 $\angle COE$ 大 90° , 设 $\angle COE = x^\circ$, $\angle EOB = y^\circ$, 则可得到的方程组为 ()



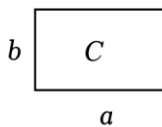
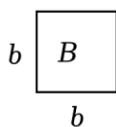
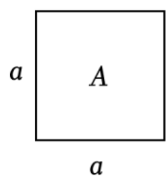
A.
$$\begin{cases} x = y - 90 \\ x + y = 150 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = y - 90 \\ x + y = 180 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = y + 90 \\ x + y = 150 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = y + 90 \\ x + y = 180 \end{cases}$$

8. (3分) 小羽制作了如图所示的卡片 A 类, B 类, C 类各 50 张, 其中 A , B 两类卡片都是正方形, C 类卡片是长方形, 现要拼一个长为 $(5a+7b)$, 宽为 $(7a+b)$ 的大长方形, 那么所准备的 C 类卡片的张数 ()



- A. 够用, 剩余 4 张
- B. 够用, 剩余 5 张
- C. 不够用, 还缺 4 张
- D. 不够用, 还缺 5 张

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共计 24 分, 不需写出解答过程, 请把正确答案直接写在答题卡相应的位置上)

9. (3分) 若一个多边形的每个外角都是 24° , 则该多边形的边数为 _____.

10. (3分) 比较大小: 2^{-2} _____ 3^0 . (选填 $>$, $=$, $<$)

11. (3分) 用长度为 8cm , 9cm , 10cm 的三条线段 _____ 构成三角形. (填“能”或“不能”)

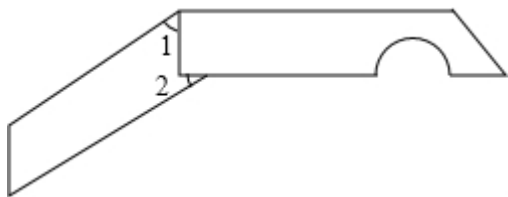
12. (3分) 已知 $\begin{cases} x=a \\ y=-2a \end{cases}$ 是方程 $3x - y = 5$ 的一个解, 则 a 的值是 _____.

13. (3分) $|x - 3| = 3 - x$, 则 x 的取值范围是 _____.

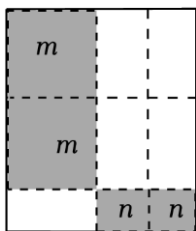
14. (3分) 若 $a^m = 5$, $a^n = 2$, 则 a^{2m+n} 等于 _____.

15. (3分) 如图, 是我们生活中经常接触的小刀, 刀柄是一个直角梯形 (挖去一个半圆), 刀片上下是平

行的，转动刀片时会形成 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ ，则 $\angle 1 + \angle 2 =$ _____.



16. (3 分) 如图，将一张长方形纸板按图中虚线裁剪成九块，其中有两块是边长都为 m 的大正方形，两块是边长都为 n 的小正方形，五块是长为 m ，宽为 n 的全等小长方形，且 $m > n$ (以上长度单位: cm)。观察图形，可以发现代数式 $2m^2 + 5mn + 2n^2$ 可以因式分解为 _____.



三、解答题（本大题共 11 小题，共计 102 分。请在答题卡指定区域作答，解答时应写出必要的演算步骤或文字说明）

17. (8 分) 计算：

(1) $a^4 + (-2a^2)^3 - a^8 \div a^4$;

(2) $(-1)^2 - (\pi - 2021)^0 + |-\frac{1}{2}|$.

18. (8 分) 若不等式组 $\begin{cases} 2x+3 < 1 \\ x > \frac{1}{2}(x-3) \end{cases}$ 的整数解是关于 x 的方程 $2x - 4 = ax$ 的根，求 a 的值.

19. (8 分) 先化简，再求值： $(a+b)(a-b) + (4ab^3 - 8a^2b^2) \div 4ab$ ，其中 $a=2$ ， $b=1$.

20. (8 分) 把下列各式分解因式：

(1) $a^3 - 16a$;

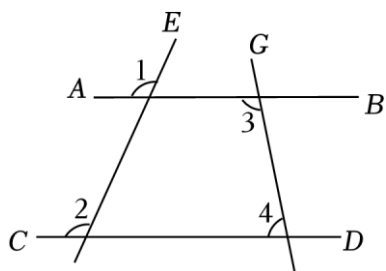
(2) $a^2(x-y) + b^2(y-x)$.

21. (10 分) 用适当的方法解下列方程组：

(1) $\begin{cases} 2x+3y=1 \\ x-y=5 \end{cases}$;

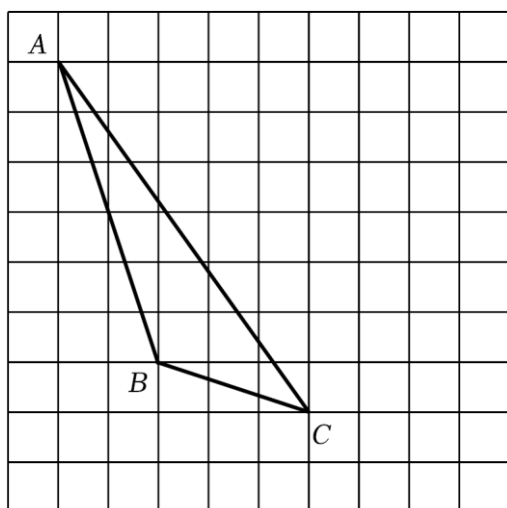
(2) $\begin{cases} 2x+y=2 \\ 3x-2y=10 \end{cases}$.

22. (10 分) 如图，已知 $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = 118^\circ$. 求 $\angle 4$ 的度数.



23. (10 分) 如图，在方格纸内将 $\triangle ABC$ 水平向右平移 4 个单位得到 $\triangle A' B' C'$.

- (1) 画出 $\triangle A' B' C'$;
- (2) 若连接 AA' , BB' , 则这两条线段之间的关系是 _____;
- (3) 画出 AB 边上的中线 CD ; (利用网格点和直尺画图)
- (4) 图中能使 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle PBC}$ 的格点 P 有 _____ 个 (点 P 异于点 A).



24. (10 分) 完成下列证明:

已知: 如图, 直线 AD 与 AB , CD 分别相交于点 A , D , 与 EC , BF 分别相交于点 H , G , $\angle 1 = \angle 2$, $\angle B = \angle C$. 求证: $AB \parallel CD$.

证明: $\because \angle 1 = \angle 2$ (已知),

又 $\because \angle 2 = \angle AGB$ (_____),

$\therefore \angle 1 = \angle AGB$ (等量代换),

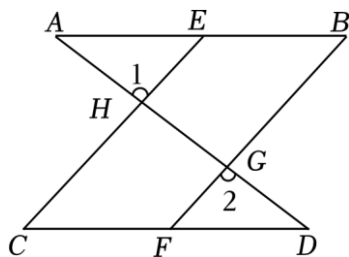
$\therefore CE \parallel BF$ (_____),

$\therefore \angle C = \angle BFD$ (_____),

又 $\because \angle B = \angle C$ (已知),

$\therefore \angle B = \angle BFD$ (等量代换),

$\therefore AB \parallel CD$ (_____).



25. (10 分) 开学初，衢州市某中学七（1）班学生去商场购买了 A 品牌足球 1 个、B 品牌足球 2 个，共花费 210 元，七（2）班学生购买了 A 品牌足球 3 个、B 品牌足球 1 个，共花费 230 元.

(1) 求购买一个 A 种品牌、一个 B 种品牌的足球各需多少元？

(2) 为响应习总书记“足球进校园”的号召，学校使用专项经费 1000 元全部购买 A、B 两种品牌的足球供学生使用，那么学校有多少种购买足球的方案？请你设计出购买足球的方案.

26. (10 分) 把代数式通过配凑等手段，得到完全平方式，再运用完全平方式是非负性这一性质增加问题的条件，这种解题方法叫做配方法. 配方法在代数式求值，解方程，最值问题等都有着广泛的应用.

例如：①用配方法因式分解： a^2+6a+8 .

$$\text{原式} = a^2 + 6a + 9 - 1 = (a+3)^2 - 1 = (a+3-1)(a+3+1) = (a+2)(a+4)$$

②若 $M = a^2 - 2ab + 2b^2 - 2b + 2$ ，利用配方法求 M 的最小值： $a^2 - 2ab + 2b^2 - 2b + 2 = a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2b + 1 + 1$

$$= (a-b)^2 + (b-1)^2 + 1$$

$$\because (a-b)^2 \geq 0, (b-1)^2 \geq 0,$$

$\therefore$ 当 $a=b=1$ 时， M 有最小值 1.

请根据上述材料解决下列问题：

(1) 在横线上添上一个常数项使之成为完全平方式： $a^2+4a+\underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 若 $M = a^2 - 3a + 1$ ，求 M 的最小值.

(3) 已知 $a^2+2b^2+c^2 - 2ab - 4b - 6c + 13 = 0$ ，求 $a+b+c$ 的值.

27. (10 分) 问题情境：如图 1， $AB \parallel CD$ ， $\angle PAB = 120^\circ$ ， $\angle PCD = 130^\circ$ ，求 $\angle APC$ 的度数. 小明的思路是：过 P 作 $PE \parallel AB$ ，通过平行线性质的来求 $\angle APC$.

(1) 按小明的思路，易求得 $\angle APC$ 的度数为 度；

(2) 问题迁移：如图 2， $AB \parallel CD$ ，点 P 在直线 BD 上运动，记 $\angle PAB = \alpha$ ， $\angle PCD = \beta$ ，

①当点 P 在线段 BD 上运动时，问 $\angle APC$ 与 α 、 β 之间有何数量关系？请说明理由；

②如果点 P 在射线 BF 或射线 DE 上运动时（点 P 与点 B 、 D 两点不重合），请直接写出 $\angle APC$ 与 α 、 β 之间的数量关系.

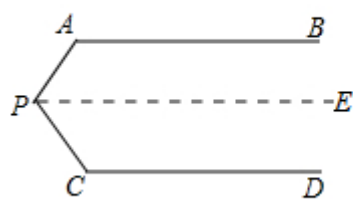


图1

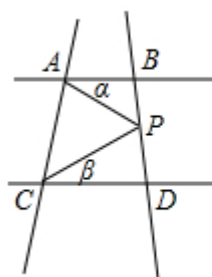


图2

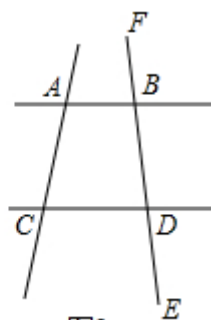


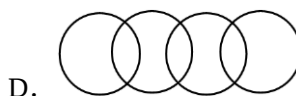
图3

2022-2023 学年江苏省淮安市淮安区七年级（下）期末数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共计 24 分．在每小题给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确答案填涂在答题卡上）

1. （3 分）如图，以下四个图标中可以看作由“基本图案”经过平移得到的是（ ）



【答案】D

【分析】图形平移前后的大小，形状都不变化，据此判断即可．

【解答】解：A、不能看作由“基本图案”经过平移得到，故不符合题意；

B、不能看作由“基本图案”经过平移得到，故不符合题意；

C、不能看作由“基本图案”经过平移得到，故不符合题意；

D、能看作由“基本图案”经过平移得到，故符合题意．

故选：D．

2. （3 分）华为近年来一直在努力自主研发核心领域，3 月下旬，华为轮值董事长徐直军宣布完成了芯片 14nm 以上 EDA 工具国产化，年内将完成对其全面验证．14nm 芯片即 0.000000014m 用科学记数法表示是（ ）

A. $1.4 \times 10^{-8}m$

B. $0.14 \times 10^{-7}m$

C. $1.4 \times 10^{-9}m$

D. $14 \times 10^{-8}m$

【答案】A

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 ≥ 10 时， n 是正整数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负整数．

【解答】解：0.000000014m = $1.4 \times 10^{-8}m$ ．

故选：A．

3.（3分）下列运算正确的是（ ）

- A. $a+2a^2=3a^2$ B. $a^3 \cdot a^2=a^6$ C. $(x^2)^3=x^5$ D. $(-x^3)^2=x^6$

【答案】D

【分析】根据幂的乘方与积的乘方，同底数幂的乘法，合并同类项法则，进行计算逐一判断即可解答.

【解答】解：A、 a 与 $2a^2$ 不能合并，故A不符合题意；

B、 $a^3 \cdot a^2=a^5$ ，故B不符合题意；

C、 $(x^2)^3=x^6$ ，故C不符合题意；

D、 $(-x^3)^2=x^6$ ，故D符合题意；

故选：D.

4.（3分）下列命题中，是假命题的是（ ）

- A. 三角形的三个内角的和等于 180°
B. 两直线平行，同位角相等
C. 四边形的外角和为 360°
D. 相等的角是对顶角

【答案】D

【分析】分析是否为真命题，需要分别分析各题设是否能推出结论，从而利用排除法得出答案.

【解答】解：A、三角形三个内角的和等于 180° ，是三角形的内角和定理，正确，是真命题；

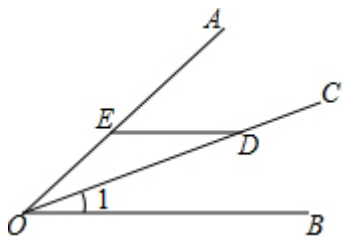
B、两直线平行，同位角相等，是平行线的性质，正确，是真命题；

C、四边形的外角和为 360° ，正确，是真命题；

D、应为“有公共顶点，且两边互为反向延长线的两个角是对顶角”，是假命题.

故选：D.

5.（3分）如图，点D在 $\angle AOB$ 的平分线OC上，点E在OA上， $ED \parallel OB$ ， $\angle 1=25^\circ$ ，则 $\angle AED$ 的度数为（ ）



- A. 20° B. 30° C. 40° D. 50°

【答案】D

【分析】根据平行线的性质得到 $\angle 3=\angle 1$ ，根据角平分线的定义得到 $\angle 1=\angle 2$ ，等量代换得到 $\angle 2=\angle 3$ ，

由三角形的外角的性质即可得到结论.

【解答】解：∵ $ED \parallel OB$,

$$\therefore \angle 3 = \angle 1,$$

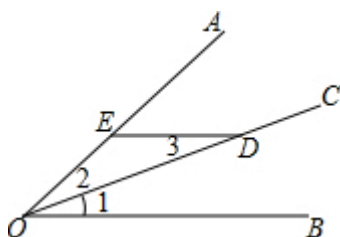
∵ 点 D 在 $\angle AOB$ 的平分线 OC 上,

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

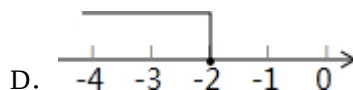
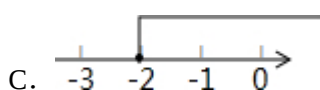
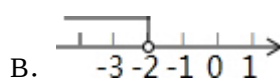
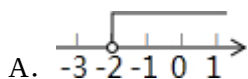
$$\therefore \angle 2 = \angle 3,$$

$$\therefore \angle AED = \angle 2 + \angle 3 = 50^\circ,$$

故选：D.



6. (3分) 在数轴上表示不等式 $x \geq -2$ 的解集, 正确的是 ()



【答案】C

【分析】根据在数轴上表示不等式解集的方法利用排除法进行解答.

【解答】解：∵ 不等式 $x \geq -2$ 中包含等于号,

∴ 必须用实心圆点,

∴ 可排除 A、B,

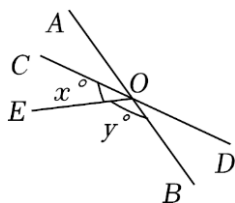
∵ 不等式 $x \geq -2$ 中是大于等于,

∴ 折线应向右折,

∴ 可排除 D.

故选：C.

7. (3分) 如图, 直线 AB 与 CD 相交于点 O , 且 $\angle AOD = 150^\circ$. $\angle EOB$ 比 $\angle COE$ 大 90° , 设 $\angle COE = x^\circ$, $\angle EOB = y^\circ$, 则可得到的方程组为 ()



A. $\begin{cases} x=y-90 \\ x+y=150 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=y-90 \\ x+y=180 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=y+90 \\ x+y=150 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=y+90 \\ x+y=180 \end{cases}$

【答案】A

【分析】根据“ $\angle AOD=150^\circ$ ， $\angle EOB$ 比 $\angle COE$ 大 90° ”即可得出关于 x 、 y 的二元一次方程组.

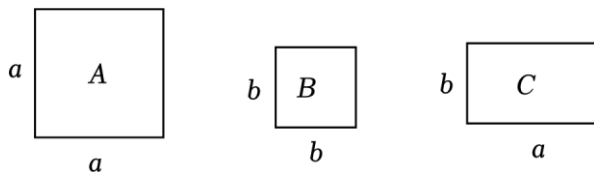
【解答】解： $\because \angle AOD=150^\circ$ ，

$$\therefore \angle COE + \angle EOB = \angle BOC = \angle AOD = 150^\circ,$$

由题意可得： $\begin{cases} x=y-90 \\ x+y=150 \end{cases}$.

故选：A.

8. (3分) 小羽制作了如图所示的卡片A类，B类，C类各50张，其中A，B两类卡片都是正方形，C类卡片是长方形，现要拼一个长为 $(5a+7b)$ ，宽为 $(7a+b)$ 的大长方形，那么所准备的C类卡片的张数 ()



- A. 够用，剩余4张
B. 够用，剩余5张
C. 不够用，还缺4张
D. 不够用，还缺5张

【答案】C

【分析】根据大长方形的面积公式求出拼成大长方形的面积，再对比卡片的面积，即可求解.

【解答】解：大长方形的面积为 $(5a+7b)(7a+b)=35a^2+54ab+7b^2$ ，C类卡片的面积是 ab ，

$\therefore$ 需要C类卡片的张数是54，

$\therefore$ 不够用，还缺4张，

故选：C.

二、填空题（本大题共8小题，每小题3分，共计24分，不需写出解答过程，请把正确答案直接写在答题卡相应的位置上）

9. (3分) 若一个多边形的每个外角都是 24° ，则该多边形的边数为 15。

【答案】15.

【分析】根据已知和多边形的外角和求出边数即可.

【解答】解：∵一个多边形的每个外角都等于 24° ，

又∵多边形的外角和等于 360° ，

∴多边形的边数是 $360^\circ \div 24^\circ = 15$ ，

故答案为：15.

10. (3分) 比较大小： 2^{-2} < 3^0 . (选填>，=，<)

【答案】见试题解答内容

【分析】先分别计算 2^{-2} 和 3^0 的值，再进行比较大小，即可得出答案.

【解答】解：∵ $2^{-2} = \frac{1}{4}$ ， $3^0 = 1$ ，

∴ $2^{-2} < 3^0$ ，

故答案为：<.

11. (3分) 用长度为 8cm ， 9cm ， 10cm 的三条线段 能 构成三角形. (填“能”或“不能”)

【答案】见试题解答内容

【分析】根据三角形的三边关系定理：任意两边之和大于第三边，即两较短的边的和小于最长的边，即可作出判断.

【解答】解：∵ $8+9 > 10$ ，

∴长度为 8cm ， 9cm ， 10cm 的三条线段能构成三角形.

故答案为：能.

12. (3分) 已知 $\begin{cases} x=a \\ y=-2a \end{cases}$ 是方程 $3x - y = 5$ 的一个解，则 a 的值是 1。

【答案】1.

【分析】根据方程的解满足方程直接代入求解即可得到答案.

【解答】解：由题意可得， $3a - (-2a) = 5$ ，

解得 $a = 1$ ，

故答案为：1.

13. (3分) $|x - 3| = 3 - x$ ，则 x 的取值范围是 $x \leq 3$ 。

【答案】见试题解答内容

【分析】根据绝对值的意义，绝对值表示距离，所以 $3 - x \geq 0$ ，即可求解；

【解答】解： $3 - x \geq 0$,

$\therefore x \leq 3$;

故答案为 $x \leq 3$;

14. (3 分) 若 $a^m=5$, $a^n=2$, 则 a^{2m+n} 等于 50.

【答案】50.

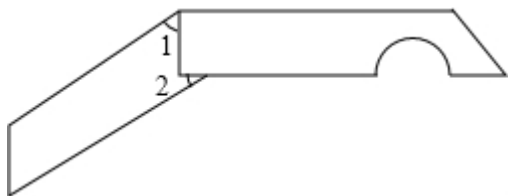
【分析】根据同底数幂的乘法法则和幂的乘方法则把 a^{2m+n} 变形为 $(a^m)^2 \cdot a^n$ 求解即可.

【解答】解： $\because a^m=5$, $a^n=2$,

$\therefore a^{2m+n} = a^{2m} \cdot a^n = (a^m)^2 \cdot a^n = 25 \times 2 = 50$.

故答案为：50.

15. (3 分) 如图，是我们生活中经常接触的小刀，刀柄是一个直角梯形（挖去一个半圆），刀片上下是平行的，转动刀片时会形成 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ ，则 $\angle 1 + \angle 2 =$ 90° .



【答案】见试题解答内容

【分析】如图，过点 O 作 $OP \parallel AB$ ，则 $AB \parallel OP \parallel CD$. 所以根据平行线的性质将 $(\angle 1 + \angle 2)$ 转化为 $(\angle AOP + \angle POC)$ 来解答即可.

【解答】解：如图，过点 O 作 $OP \parallel AB$ ，则 $\angle 1 = \angle AOP$.

$\because AB \parallel CD$,

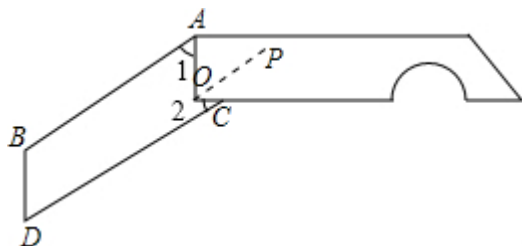
$\therefore OP \parallel CD$,

$\therefore \angle 2 = \angle POC$,

$\because \angle AOP + \angle POC = 90^\circ$,

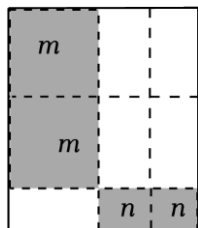
$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$,

故答案为： 90°



16. (3 分) 如图，将一张长方形纸板按图中虚线裁剪成九块，其中有两块是边长都为 m 的大正方形，两

块是边长都为 n 的小正方形，五块是长为 m ，宽为 n 的全等小长方形，且 $m > n$ （以上长度单位：cm）。观察图形，可以发现代数式 $2m^2 + 5mn + 2n^2$ 可以因式分解为 $(2m+n)(m+2n)$ 。



【答案】 $(2m+n)(m+2n)$ 。

【分析】 根据图中的面积关系，两个大正方形、两个小正方形和 5 个长方形的面积之和等于大长方形的面积，据此可解。

【解答】 解：由图形可知， $2m^2 + 5mn + 2n^2$ 表示所有部分面积之和，整体来看面积为： $(2m+n)(m+2n)$ ，
 $\therefore 2m^2 + 5mn + 2n^2 = (2m+n)(m+2n)$ 。

故答案为： $(2m+n)(m+2n)$ 。

三、解答题（本大题共 11 小题，共计 102 分。请在答题卡指定区域作答，解答时应写出必要的演算步骤或文字说明）

17.（8 分）计算：

(1) $a^4 + (-2a^2)^3 - a^8 \div a^4$;

(2) $(-1)^2 - (\pi - 2021)^0 + |-\frac{1}{2}|$ 。

【答案】 (1) $-8a^6$; (2) $\frac{1}{2}$ 。

【分析】 (1) 先根据积的乘方与幂的乘方，同底数的除法法则进行计算，再合并同类项即可得到答案；

(2) 先算乘方、零指数幂、化简绝对值，再算加减法即可得到答案。

【解答】 解：(1) $a^4 + (-2a^2)^3 - a^8 \div a^4$
 $= a^4 - 8a^6 - a^4$
 $= -8a^6$;

(2) $(-1)^2 - (\pi - 2021)^0 + |-\frac{1}{2}|$
 $= 1 - 1 + \frac{1}{2}$
 $= \frac{1}{2}$ 。

18.（8 分）若不等式组 $\begin{cases} 2x+3 < 1 \\ x > \frac{1}{2}(x-3) \end{cases}$ 的整数解是关于 x 的方程 $2x - 4 = ax$ 的根，求 a 的值。

【答案】 见试题解答内容

【分析】 此题可先根据一元一次不等式组解出 x 的取值，根据 x 是整数解得出 x 的可能取值，然后将 x 的值代入 $2x - 4 = ax$ 中解出 a 的值。

【解答】 解：
$$\begin{cases} 2x+3 < 1 \textcircled{1} \\ x > \frac{1}{2}(x-3) \textcircled{2} \end{cases}$$

解①得 $2x < -2$ ，即 $x < -1$ ，

解②得 $2x > x - 3$ ，即 $x > -3$ ，

综上可得 $-3 < x < -1$ ，

$\because x$ 为整数，故 $x = -2$

将 $x = -2$ 代入 $2x - 4 = ax$ ，

解得 $a = 4$ 。

19. (8分) 先化简，再求值： $(a+b)(a-b) + (4ab^3 - 8a^2b^2) \div 4ab$ ，其中 $a=2$ ， $b=1$ 。

【答案】 见试题解答内容

【分析】 先根据平方差公式和多项式除单项式的法则化简，然后再代入计算即可。

【解答】 解： $(a+b)(a-b) + (4ab^3 - 8a^2b^2) \div 4ab$
 $= a^2 - b^2 + b^2 - 2ab$ ，
 $= a^2 - 2ab$ ，
 当 $a=2$ ， $b=1$ 时，
 原式 $= 2^2 - 2 \times 2 \times 1$ ，
 $= 4 - 4$ ，
 $= 0$ 。

20. (8分) 把下列各式分解因式：

(1) $a^3 - 16a$ ；

(2) $a^2(x-y) + b^2(y-x)$ 。

【答案】 (1) $a(a+4)(a-4)$ ；(2) $(x-y)(a+b)(a-b)$ 。

【分析】 (1) 先提公因式 a ，然后根据平方差公式因式分解即可求解；

(2) 先提公因式 $(x-y)$ ，然后根据平方差公式因式分解即可求解。

【解答】 解：(1) $a^3 - 16a$
 $= a(a^2 - 16)$
 $= a(a+4)(a-4)$ ；

$$\begin{aligned}
 & (2) \ a^2(x-y) + b^2(y-x) \\
 &= (x-y)(a^2 - b^2) \\
 &= (x-y)(a+b)(a-b).
 \end{aligned}$$

21. (10 分) 用适当的方法解下列方程组：

$$(1) \begin{cases} 2x+3y=1; \\ x-y=5 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 2x+y=2 \\ 3x-2y=10 \end{cases}$$

【答案】(1) $\begin{cases} x=\frac{16}{5} \\ y=-\frac{9}{5} \end{cases}$;

$$(2) \begin{cases} x=2 \\ y=-2 \end{cases}.$$

【分析】(1) 加减消元法消去 x 求出 y ，把 y 的值代入第二个方程求出 x 即可；

(2) 加减消元法消去 y 求出 x ，把 x 的值代入第一个方程求出 y 即可。

【解答】解：(1) $\begin{cases} 2x+3y=1 \textcircled{1} \\ x-y=5 \textcircled{2} \end{cases}$ ，

由① - ②×2 得： $3y - (-2y) = 1 - 5 \times 2$ ，

解得： $y = -\frac{9}{5}$ ，

将 $y = -\frac{9}{5}$ 代入②得： $x - (-\frac{9}{5}) = 5$ ，

解得： $x = \frac{16}{5}$ ，

∴原方程组的解为 $\begin{cases} x=\frac{16}{5} \\ y=-\frac{9}{5} \end{cases}$ ；

$$(2) \begin{cases} 2x+y=2 \textcircled{1} \\ 3x-2y=10 \textcircled{2} \end{cases}$$

由①×2+②得： $7x=14$ ，

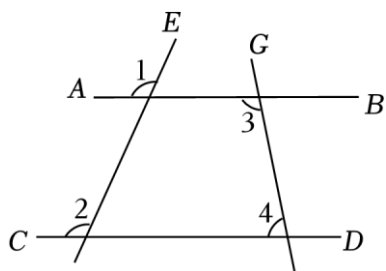
解得： $x=2$ ，

把 $x=2$ 代入①得： $2 \times 2 + y = 2$ ，

解得： $y = -2$ ，

∴原方程组的解为 $\begin{cases} x=2 \\ y=-2 \end{cases}$ 。

22. (10 分) 如图，已知 $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = 118^\circ$ 。求 $\angle 4$ 的度数。



【答案】 $\angle 4 = 62^\circ$.

【分析】 先根据 $\angle 1 = \angle 2$ 证明 $AB \parallel CD$ ，再根据两直线平行，同旁内角互补即可得到 $\angle 4 = 180^\circ - \angle 3 = 62^\circ$.

【解答】 解： $\because \angle 1 = \angle 2$,

$\therefore AB \parallel CD$,

$\because \angle 3 = 118^\circ$,

$\therefore \angle 4 = 180^\circ - \angle 3 = 62^\circ$.

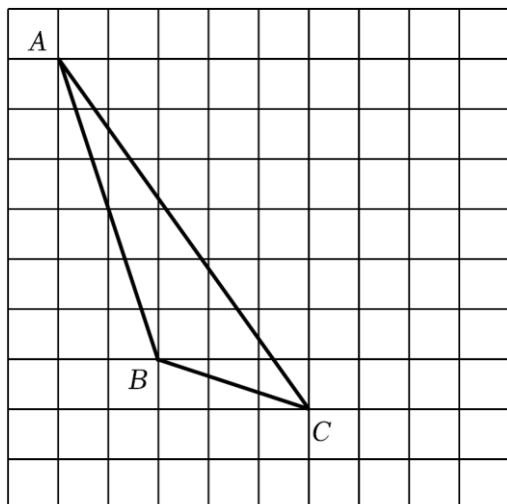
23. (10 分) 如图，在方格纸内将 $\triangle ABC$ 水平向右平移 4 个单位得到 $\triangle A' B' C'$.

(1) 画出 $\triangle A' B' C'$;

(2) 若连接 AA' , BB' , 则这两条线段之间的关系是 平行且相等 ;

(3) 画出 AB 边上的中线 CD ; (利用网格点和直尺画图)

(4) 图中能使 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle PBC}$ 的格点 P 有 3 个 (点 P 异于点 A).



【答案】 (1) 见解答.

(2) 平行且相等.

(3) 见解答.

(4) 3.

【分析】（1）根据平移的性质作图即可．

（2）由平移可知， $AA'=BB'$ ，且 $AA' \parallel BB'$ ．

（3）利用网格取 AB 的中点 D ，连接 CD 即可．

（4）利用网格，过点 A 作 BC 的平行线，所经过的格点即为满足条件的点 P ，从而可得答案．

【解答】解：（1）如图， $\triangle A'B'C'$ 即为所求．

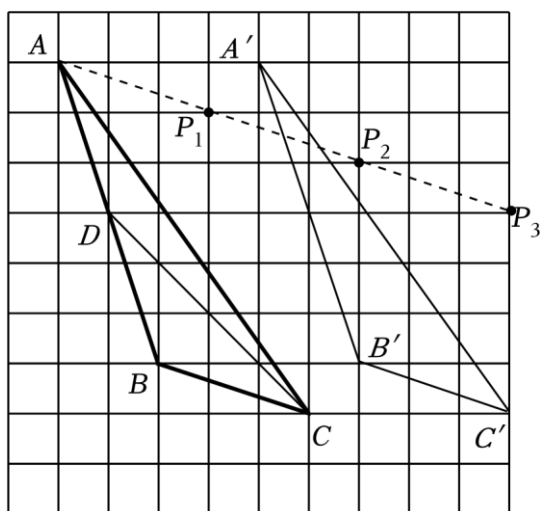
（2）由平移可得， $AA'=BB'$ ，且 $AA' \parallel BB'$ ．

故答案为：平行且相等．

（3）如图， CD 即为所求．

（4）如图，过点 A 作 BC 的平行线，所经过的格点 P_1, P_2, P_3 即为满足条件的点 P ，共有 3 个．

故答案为：3．



24.（10 分）完成下列证明：

已知：如图，直线 AD 与 AB, CD 分别相交于点 A, D ，与 EC, BF 分别相交于点 H, G ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle B = \angle C$ ．求证： $AB \parallel CD$ ．

证明： $\because \angle 1 = \angle 2$ （已知），

又 $\because \angle 2 = \angle AGB$ （对顶角相等），

$\therefore \angle 1 = \angle AGB$ （等量代换），

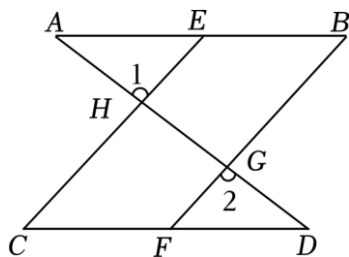
$\therefore CE \parallel BF$ （同位角相等，两直线平行），

$\therefore \angle C = \angle BFD$ （两直线平行，同位角相等），

又 $\because \angle B = \angle C$ （已知），

$\therefore \angle B = \angle BFD$ （等量代换），

$\therefore AB \parallel CD$ （内错角相等，两直线平行）．



【答案】 见试题解答内容

【分析】 求出 $\angle 2 = \angle AGB$ ，根据平行线的判定得出 $EC \parallel BF$ ，根据平行线的性质得出 $\angle B = \angle AEC$ ，求出 $\angle AEC = \angle C$ ，根据平行线的判定得出 $AB \parallel CD$ 即可．

【解答】 证明： $\because \angle 1 = \angle 2$ （已知），

$\because \angle 2 = \angle AGB$ （对顶角相等），

$\therefore \angle 1 = \angle AGB$ （等量代换），

$\therefore CE \parallel BF$ （同位角相等，两直线平行），

$\therefore \angle C = \angle BFD$ （两直线平行，同位角相等）．

又 $\because \angle B = \angle C$ （已知），

$\therefore \angle B = \angle BFD$ （等量代换），

$\therefore AB \parallel CD$ （内错角相等，两直线平行）．

故答案为：对顶角相等，同位角相等，两直线平行，两直线平行，同位角相等，内错角相等，两直线平行．

25.（10分）开学初，衢州市某中学七（1）班学生去商场购买了A品牌足球1个、B品牌足球2个，共花费210元，七（2）班学生购买了A品牌足球3个、B品牌足球1个，共花费230元．

（1）求购买一个A种品牌、一个B种品牌的足球各需多少元？

（2）为响应习总书记“足球进校园”的号召，学校使用专项经费1000元全部购买A、B两种品牌的足球供学生使用，那么学校有多少种购买足球的方案？请你设计出购买足球的方案．

【答案】（1）购买一个A种品牌的足球需要50元，一个B种品牌的足球需要80元；

（2）学校有3种购买足球的方案，方案一：购买A品牌足球20个、B品牌足球0个；方案二：购买A品牌足球12个、B品牌足球5个；方案三：购买A品牌足球4个、B品牌足球10个．

【分析】（1）设购买一个A种品牌的足球需要x元，一个B种品牌的足球需要y元，根据“购买A品牌足球1个、B品牌足球2个，共花费210元；购买A品牌足球3个、B品牌足球1个，共花费230元”，得出关于x、y的二元一次方程组，解之即可得出结论；

（2）设购买A品牌足球m个，购买B品牌足球n个，根据总价等于单价乘以数量，即可得出关于m、

n 的二元一次方程，再结合 m 、 n 均为非负整数，即可得出各购买方案.

【解答】解：（1）设购买一个 A 种品牌的足球需要 x 元，一个 B 种品牌的足球需要 y 元，

$$\text{依题意得：} \begin{cases} x+2y=210 \\ 3x+y=230 \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} x=50 \\ y=80 \end{cases}.$$

$\therefore$ 购买一个 A 种品牌的足球需要 50 元，一个 B 种品牌的足球需要 80 元.

（2）设购买 A 品牌足球 m 个，购买 B 品牌足球 n 个，

根据题意得： $50m+80n=1000$,

$$\therefore 5m+8n=100,$$

$\therefore m$ 、 n 均为非负整数，

$$\therefore \begin{cases} m_1=20 \\ n_1=0 \end{cases}, \begin{cases} m_2=12 \\ n_2=5 \end{cases}, \begin{cases} m_3=4 \\ n_3=10 \end{cases},$$

$\therefore$ 学校有 3 种购买足球的方案，方案一：购买 A 品牌足球 20 个、B 品牌足球 0 个；方案二：购买 A 品牌足球 12 个、B 品牌足球 5 个；方案三：购买 A 品牌足球 4 个、B 品牌足球 10 个.

26.（10 分）把代数式通过配凑等手段，得到完全平方式，再运用完全平方式是非负性这一性质增加问题的条件，这种解题方法叫做配方法. 配方法在代数式求值，解方程，最值问题等都有着广泛的应用.

例如：①用配方法因式分解： a^2+6a+8 .

$$\text{原式} = a^2+6a+9-1 = (a+3)^2-1 = (a+3-1)(a+3+1) = (a+2)(a+4)$$

$$\begin{aligned} \text{②若 } M &= a^2-2ab+2b^2-2b+2, \text{ 利用配方法求 } M \text{ 的最小值: } a^2-2ab+2b^2-2b+2 = a^2-2ab+b^2+b^2-2b+1+1 \\ &= (a-b)^2+(b-1)^2+1 \end{aligned}$$

$$\therefore (a-b)^2 \geq 0, (b-1)^2 \geq 0,$$

$\therefore$ 当 $a=b=1$ 时， M 有最小值 1.

请根据上述材料解决下列问题：

（1）在横线上添上一个常数项使之成为完全平方式： $a^2+4a+\underline{4}$.

（2）若 $M=a^2-3a+1$ ，求 M 的最小值.

（3）已知 $a^2+2b^2+c^2-2ab-4b-6c+13=0$ ，求 $a+b+c$ 的值.

【答案】（1）4；（2） $-\frac{5}{4}$ ；（3） $a+b+c=7$.

【分析】（1）添加的常数项为一次项系数 4 一半的平方，即可求出这个常数；

（2）类比例题求 M 的最小值即可；

（3）根据配方法把等式配成 $m^2+n^2=0$ 的形式，根据 $m^2 \geq 0$ ， $n^2 \geq 0$ 具有非负性， $m=0$ ， $n=0$ 即可求出

答案.

【解答】解（1） $\because (a+2)^2 = a^2 + 4a + 4$,

$\therefore$ 常数项为 4.

故答案为：4.

$$\begin{aligned} (2) M &= a^2 - 3a + 1 \\ &= a^2 - 3a + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} \\ &= \left(a - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}, \\ \therefore \left(a - \frac{3}{2}\right)^2 &\geq 0, \\ \therefore M \text{ 的最小值为 } &-\frac{5}{4}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \because a^2 + 2b^2 + c^2 - 2ab - 4b - 6c + 13 &= 0, \\ \therefore a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 4b + 4 + c^2 - 6c + 9 &= 0, \\ \therefore (a - b)^2 + (b - 2)^2 + (c - 3)^2 &= 0, \\ \text{又} \because (a - b)^2 \geq 0, (b - 2)^2 \geq 0, (c - 3)^2 &\geq 0, \\ \therefore a - b = 0, b - 2 = 0, c - 3 = 0, \\ \therefore a = b = 2, c = 3, \\ \therefore a + b + c &= 7. \end{aligned}$$

27. (10 分) 问题情境：如图 1， $AB \parallel CD$ ， $\angle PAB = 120^\circ$ ， $\angle PCD = 130^\circ$ ，求 $\angle APC$ 的度数. 小明的思路是：过 P 作 $PE \parallel AB$ ，通过平行线性质来求 $\angle APC$.

(1) 按小明的思路，易求得 $\angle APC$ 的度数为 110 度；

(2) 问题迁移：如图 2， $AB \parallel CD$ ，点 P 在直线 BD 上运动，记 $\angle PAB = \alpha$ ， $\angle PCD = \beta$ ，

①当点 P 在线段 BD 上运动时，问 $\angle APC$ 与 α 、 β 之间有何数量关系？请说明理由；

②如果点 P 在射线 BF 或射线 DE 上运动时（点 P 与点 B 、 D 两点不重合），请直接写出 $\angle APC$ 与 α 、 β 之间的数量关系.

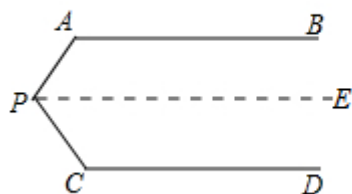


图1

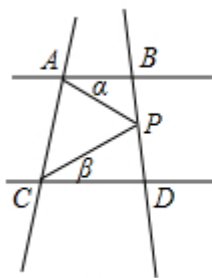


图2

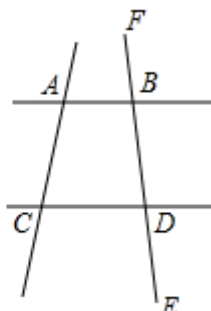


图3

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）过点 P 作 $PE \parallel AB$ ，根据平行线的性质，得到 $\angle A + \angle APE = 180^\circ$ ， $\angle C + \angle CPE = 180^\circ$ ，进而得出 $\angle APC = \angle APE + \angle CPE = 110^\circ$ 。

（2）过 P 作 $PE \parallel AB$ ，根据平行线的性质得出 $\angle \alpha = \angle APE$ ， $\angle \beta = \angle CPE$ ，进而得到 $\angle APC = \angle APE + \angle CPE = \alpha + \beta$ ；

（3）分两种情况进行讨论：点 P 在射线 BF 或射线 DE 上运动，分别根据平行线的性质，得到 $\angle APC = |\alpha - \beta|$ 。

【解答】解：（1）如图 1，过点 P 作 $PE \parallel AB$ ，

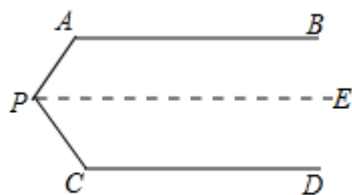


图1

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore PE \parallel AB \parallel CD$,

$\therefore \angle A + \angle APE = 180^\circ$ ， $\angle C + \angle CPE = 180^\circ$ ，

$\because \angle PAB = 120^\circ$ ， $\angle PCD = 130^\circ$ ，

$\therefore \angle APE = 60^\circ$ ， $\angle CPE = 50^\circ$ ，

$\therefore \angle APC = \angle APE + \angle CPE = 110^\circ$ 。

故答案为：110；

（2） $\angle APC = \alpha + \beta$ ，

理由：如图 2，过 P 作 $PE \parallel AB$ ，

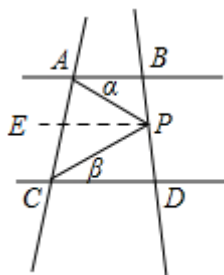


图2

$\because AB \parallel CD,$

$\therefore AB \parallel PE \parallel CD,$

$\therefore \alpha = \angle APE, \beta = \angle CPE,$

$\therefore \angle APC = \angle APE + \angle CPE = \alpha + \beta;$

(3) 如图所示, 当 P 在 BD 延长线上时, $\angle CPA = \alpha - \beta;$

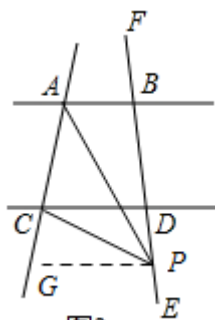


图3

理由: 如图, 过 P 作 $PG \parallel AB,$

$\because AB \parallel CD,$

$\therefore AB \parallel PG \parallel CD,$

$\therefore \alpha = \angle APG, \beta = \angle CPG,$

$\therefore \angle APC = \angle APG - \angle CPG = \alpha - \beta;$

如图所示, 当 P 在 DB 延长线上时, $\angle CPA = \beta - \alpha.$

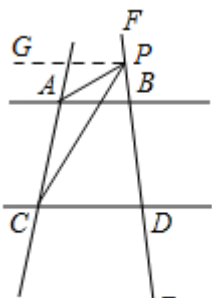


图3

理由：如图，过 P 作 $PG \parallel AB$,

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore AB \parallel PG \parallel CD,$$

$$\therefore \alpha = \angle APG, \beta = \angle CPG,$$

$$\therefore \angle APC = \angle CPG - \angle APG = \beta - \alpha;$$

综上所述， $\angle APC = |\alpha - \beta|$.