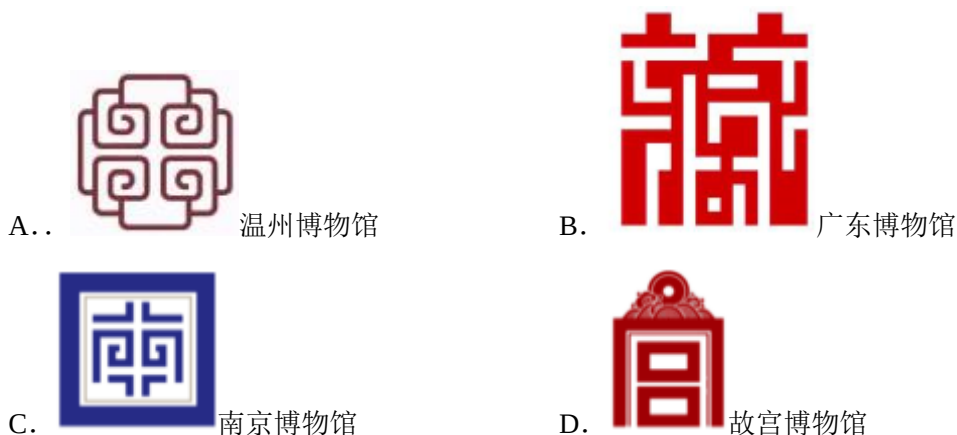


2022-2023 学年江苏省泰州市靖江市八年级（下）期末数学试卷

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分．在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项填涂在答题卡上，在卷 I 上答题无效）

1.（3 分）2023 年暑假即将来临，我国各大博物院（馆）是同学们不错的选择，下面四幅图是我国一些博物院（馆）的标志，其中既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（ ）



2.（3 分）下列二次根式中，是最简二次根式的是（ ）

A. $\sqrt{0.1}$ B. $\sqrt{30}$ C. $\sqrt{\frac{1}{2}}$ D. $\sqrt{18}$

3.（3 分）利用公式法可得一元二次方程式 $3x^2 - 11x - 1 = 0$ 的两解为 a 、 b ，且 $a > b$ ，求 a 值为何（ ）

A. $\frac{-11+\sqrt{109}}{6}$ B. $\frac{-11+\sqrt{133}}{6}$ C. $\frac{11+\sqrt{109}}{6}$ D. $\frac{11+\sqrt{133}}{6}$

4.（3 分）彩民小明购买 10000 张彩票，中一等奖．这个事件是（ ）

- A. 必然事件 B. 确定性事件
- C. 不可能事件 D. 随机事件

5.（3 分）下列四个命题中不正确的是（ ）

- A. 对角互补的平行四边形是矩形
- B. 有两边相等的平行四边形是菱形
- C. 对角线相等的平行四边形是矩形
- D. 一组邻边相等的矩形是正方形

6.（3 分）探究函数 $y = \frac{1}{x-2} + 3$ 的图象发现，可以由 $y = \frac{1}{x}$ 的图象先向右平移 2 个单位，再向上平移 3 个单位得到．根据以上信息判断，下列直线中与函数 $y = \frac{1}{x-1} - 3$ 的图象没有公共点的是（ ）

- A. 经过点 $(0, 3)$ 且平行于 x 轴的直线
- B. 经过点 $(0, -3)$ 且平行于 x 轴的直线

C. 经过点 $(-1, 0)$ 且平行于 y 轴的直线

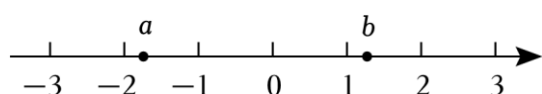
D. 经过点 $(3, 0)$ 且平行于 y 轴的直线

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。请将答案填写在答题卡上，在卷 I 上答题无效）

7. (3 分) 若式子 $\frac{\sqrt{x+1}}{x}$ 有意义，则 x 的取值范围是_____.

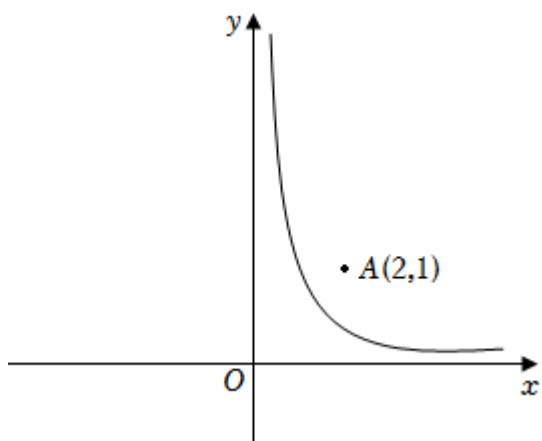
8. (3 分) 某中学数学教研组有 32 名教师，将他们按年龄分组，在 38 - 45 岁组内的教师有 8 名教师，那么这个小组的频率是_____.

9. (3 分) 若实数 a 、 b 在数轴上对应点的位置如图所示，则化简 $\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2} + \sqrt{(a+b)^2}$ 的结果是_____.



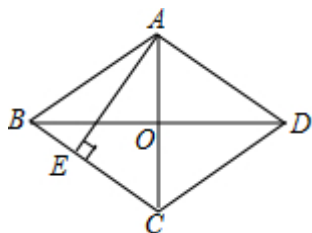
10. (3 分) 已知 n 为整数，当 $n = \underline{\hspace{2cm}}$ 时，分式 $\frac{2}{n-1}$ 的值是整数.

11. (3 分) 如图是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象，则 k 的值可能是_____（写出一个可能的值即可）.

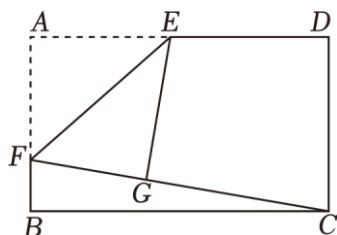


12. (3 分) 解关于 x 的方程 $\frac{x-3}{x-2} = \frac{2m}{x-2}$ 有增根，则 m 的值为_____.

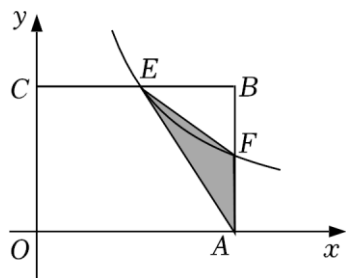
13. (3 分) 如图所示，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O . 若 $AC=6$ ， $BD=8$ ， $AE \perp BC$ ，垂足为 E ，则 AE 的长为_____.



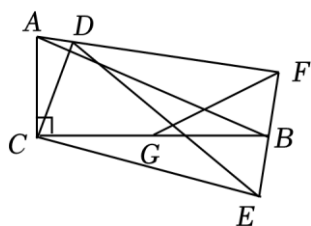
14. (3 分) 如图，在矩形 $ABCD$ 中， E 为 AD 的中点， F 为 AB 上一点，将 $\triangle AEF$ 沿 EF 折叠，点 A 恰好落在 CF 上的点 G 处. 若 $AB=3\sqrt{6}$ ， $BC=12$ ，则折痕 EF 的长为_____.



15. (3分) 如图，在矩形 $OABC$ 中， $OA=3$ ， $OC=2$ ， F 是 AB 上的一个动点 (F 不与 A, B 重合)，过点 F 的反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 的图象与 BC 边交于点 E ，若 $S_{\triangle AEF}=\frac{1}{6}k$ 时，则 $k=$ _____.



16. (3分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=7\text{cm}$ ， $BC=24\text{cm}$ 。将 $\triangle ABC$ 绕点 C 按顺时针方向旋转后得 $\triangle DEC$ ，直线 AD, EB 相交于点 F 。取 BC 的中点 G ，连接 GF ，则 GF 长的最大值为 _____ cm 。



三、解答题（本大题共有 10 题，共 102 分。请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤。）

17. (12分) 计算：

(1) $\sqrt{8} + 3\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{2}$;

(2) $\frac{\sqrt{5}-1}{2} \times \frac{\sqrt{5}+1}{2}$.

18. (8分) 解下列方程：

(1) $x^2 - 6x - 9 = 0$;

(2) $\frac{x-2}{x+2} - \frac{x+2}{x-2} = \frac{16}{x^2-4}$.

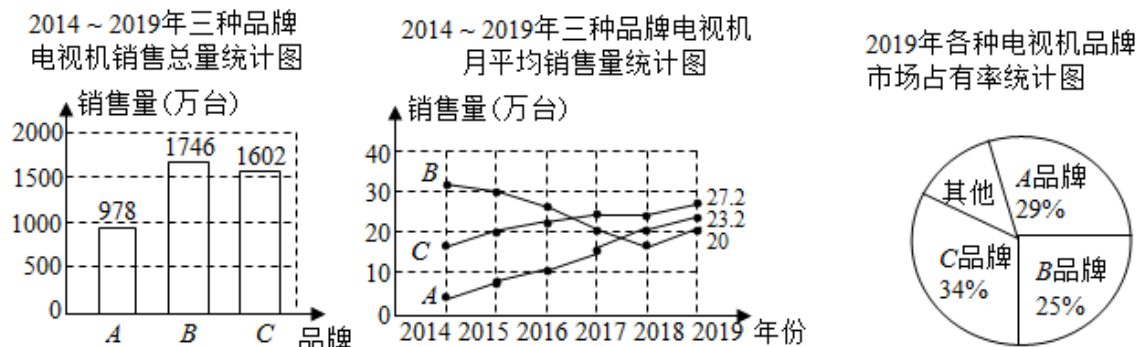
19. (8分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (2k+1)x + k^2 + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根 x_1, x_2 。

(1) 求 k 的取值范围；

(2) 若 _____ (填序号)，求 k 的值。

(从① $x_1 \cdot x_2 = 2$ ；② $x_1 + x_2 = 3$ ；③ $x_1 - x_2 = 1$ 中选择一个作为条件，补充完整题目，并完成解答.)

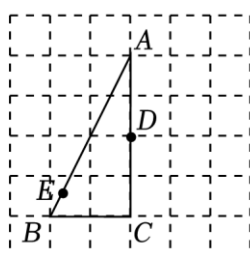
20. (8分) 小吴家准备购买一台电视机，小吴将收集到的某地区 A、B、C 三种品牌电视机销售情况的有关数据统计如下：



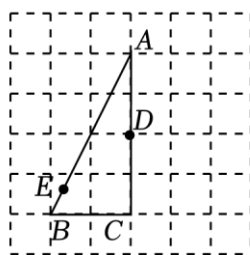
根据上述三个统计图，请解答：

- (1) 2014~2019 年三种品牌电视机销售总量最多的是 _____ 品牌，月平均销售量最稳定的是 _____ 品牌。
 - (2) 2019 年其他品牌的电视机年销售总量是多少万台？
 - (3) 货比三家后，你建议小吴家购买哪种品牌的电视机？说说你的理由。
21. (10分) 图①、图②、图③均是 6×6 的正方形网格，每个小正方形的边长均为 1，每个小正方形的顶点叫格点. $\triangle ABC$ 的顶点均在格点，点 D 为 AC 上一格点，点 E 为 AB 上任一点，只用无刻度的直尺，在给定的网格中，分别按下列要求画图，保留作图痕迹.

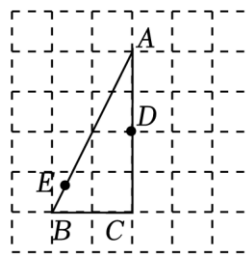
- (1) 在图①中画 $\triangle ABC$ 的中位线 DF ，使点 F 在边 AB 上.
- (2) 在图②中画以 AC 为对角线的平行四边形 $ABCG$.
- (3) 在图③中作射线 ED ，在其上找到一点 H ，使 $DH=DE$.



图①



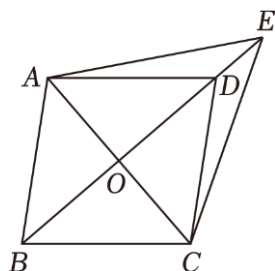
图②



图③

22. (10分) 如图，已知平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 交点 O ， E 是 BD 延长线上的点，且 $\triangle ACE$ 是等边三角形.

- (1) 求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；
- (2) 若 $\angle AED=2\angle EAD$ ， $AB=4\sqrt{5}$ ，求四边形 $ABCD$ 的面积.

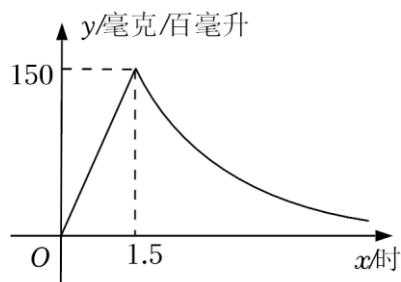


23. (10 分) 在春季, 很多学校会组织学生进行春游. 某校组织学生到离学校有 90 公里的生态园春游, 队伍 8:00 从学校坐大巴车出发. 李老师因有事情, 8:30 从学校自驾小车以大巴车 1.5 倍的速度追赶, 追上大巴车后继续前行, 结果比队伍提前 15 分钟到达生态园. 求大巴车与小车的平均速度.

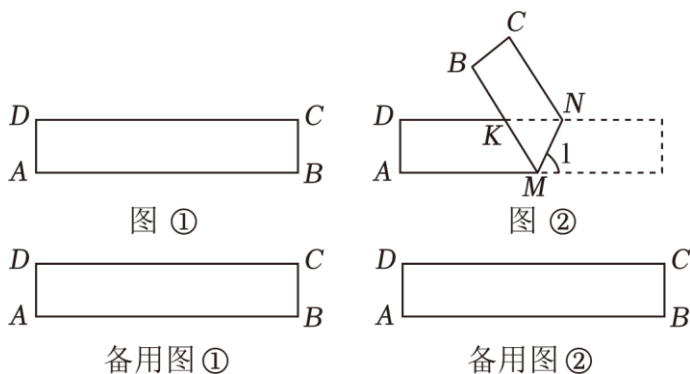
24. (10 分) 实验数据显示, 一般情况下, 成人喝 0.25kg 低度白酒后, 1.5 小时内其血液中酒精含量 y (毫克/百毫升) 与时间 x (时) 成正比例; 1.5 小时后 (包括 1.5 小时) y 与 x 成反比例. 根据图中提供的信息, 解答下列问题:

(1) 写出一般情况下, 成人喝 0.25kg 低度白酒后, y 与 x 之间的函数关系式及相应的自变量取值范围;

(2) 按国家规定, 车辆驾驶人员血液中的酒精含量大于或等于 20 毫克/百毫升时属于“酒后驾驶”, 不能驾车上路. 参照上述数学模型, 假设某驾驶员晚上 20:00 在家喝完 0.25kg 低度白酒, 第二天早上 7:00 能否驾车去上班? 请说明理由.



25. (12 分) 数学研究课上, 老师带领大家探究《折纸中的数学问题》时, 出示如图①所示的长方形纸条 $ABCD$, 其中 $AD=BC=2$, $AB=CD=10$. 然后在纸条上任意画一条线段 MN , 将纸片沿 MN 折叠, MB 与 DN 交于点 K , 得到 $\triangle MNK$. 如图②所示:



【基础回顾】

(1) 在图②中，若 $\angle 1 = 52^\circ$ ， $\angle MKN =$ _____ $^\circ$ ；（直接写出答案）

【操作探究】

(2) 改变折痕 MN 位置， $\triangle MNK$ 始终是 _____ 三角形，请说明理由；

(3) 爱动脑筋的小明在研究 $\triangle MNK$ 的面积时，发现 KN 边上的高始终是个不变的值。根据这一发现，他很快研究出 $\triangle KMN$ 的面积最小值为 2，此时 $\angle 1$ 的大小可以为 _____；

【拓展延伸】

(4) 小明继续动手操作进行折纸，发现了 $\triangle MNK$ 面积存在最大值，请你求出这个最大值。

26. (14 分) 在学习反比例函数后，小华在同一个平面直角坐标系中画出了 $y = \frac{9}{x}$ ($x > 0$) 和 $y = -x + 10$ 的图象，两个函数图象交于 $A(1, 9)$ ， $B(9, 1)$ 两点，在线段 AB 上选取一点 P ，过点 P 作 y 轴的平行线交反比例函数图象于点 Q (如图 1)，在点 P 移动的过程中，发现 PQ 的长度随着点 P 的运动而变化。为了进一步研究 PQ 的长度与点 P 的横坐标之间的关系，小华提出了下列问题：

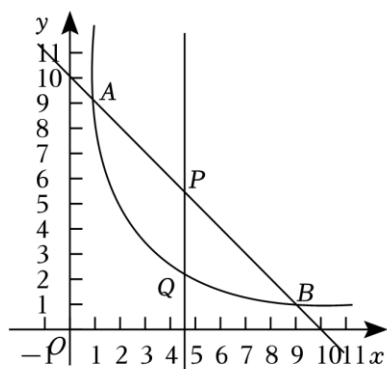


图1

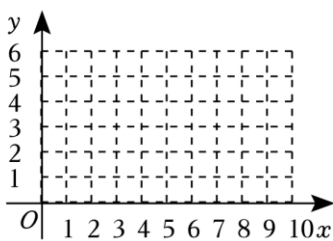


图2

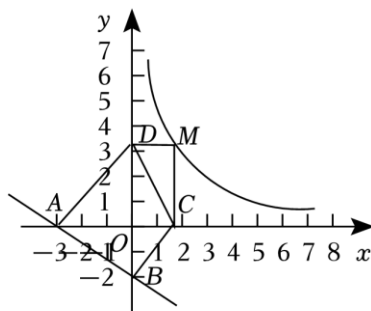


图3

(1) 设点 P 的横坐标为 x ， PQ 的长度为 y ，则 y 与 x 之间的函数关系式为 _____ ($1 \leq x \leq 9$)；

(2) 为了进一步研究 (1) 中的函数关系，决定运用列表，描点，连线的方法绘制函数的图象：

①列表：

x	1	$\frac{3}{2}$	2	3	4	$\frac{9}{2}$	6	9
y	0	$\frac{5}{2}$	m	4	$\frac{15}{4}$	$\frac{7}{2}$	n	0

表中 $m =$ _____， $n =$ _____；

②描点：根据上表中的数据，在图 2 中描出各点；

③连线：请在图 2 中画出该函数的图象。观察函数图象，当 $x =$ _____ 时， y 的最大值为 _____。

(3) ①已知某矩形的一组邻边长分别为 m ， n ，且该矩形的周长 W 与 n 存在函数关系 $W = -\frac{18}{n} + 24$ ，求

m 取最大值时矩形的对角线长；

②如图 3，在平面直角坐标系中，直线 $y = -\frac{2}{3}x - 2$ 与坐标轴分别交于点 A 、 B ，点 M 为反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ ($x > 0$) 上的任意一点，过点 M 作 $MC \perp x$ 轴于点 C ， $MD \perp y$ 轴于点 D 。求四边形 $ABCD$ 面积的最小值。

2022-2023 学年江苏省泰州市靖江市八年级（下）期末数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分．在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项填涂在答题卡上，在卷 I 上答题无效）

1. （3 分）2023 年暑假即将来临，我国各大博物院（馆）是同学们不错的选择，下面四幅图是我国一些博物院（馆）的标志，其中既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（ ）



温州博物馆



广东博物馆



南京博物馆



故宫博物馆

【答案】A

【分析】轴对称图形：沿一条直线折叠后，直线两旁的部分能够完全重合；中心对称图形：绕着一个点旋转 180° ，旋转后的图形能与原来的图形重合．

【解答】解：A：既是轴对称图形，又是中心对称图形，故符合题意；

B：既不是轴对称图形，也不是中心对称图形，故不符合题意；

C：是轴对称图形，不是中心对称图形，故不符合题意；

D：是轴对称图形，不是中心对称图形，故不符合题意；

故选：A．

2. （3 分）下列二次根式中，是最简二次根式的是（ ）

A. $\sqrt{0.1}$

B. $\sqrt{30}$

C. $\sqrt{\frac{1}{2}}$

D. $\sqrt{18}$

【答案】B

【分析】最简二次根式的概念：（1）被开方数不含分母；（2）被开方数中不含能开得尽方的因数或因式．

【解答】解：A、原式 $=\frac{\sqrt{10}}{10}$ ，故 A 不符合题意．

B、 $\sqrt{30}$ 是最简二次根式，故 B 符合题意．

C、原式 $=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，故 C 不符合题意．

D、原式 $=3\sqrt{2}$ ，故 D 不符合题意．

故选：B．

3.（3 分）利用公式法可得一元二次方程 $3x^2 - 11x - 1 = 0$ 的两解为 a 、 b ，且 $a > b$ ，求 a 值为何（ ）

- A. $\frac{-11+\sqrt{109}}{6}$ B. $\frac{-11+\sqrt{133}}{6}$ C. $\frac{11+\sqrt{109}}{6}$ D. $\frac{11+\sqrt{133}}{6}$

【答案】D

【分析】利用公式法即可求解．

【解答】解： $3x^2 - 11x - 1 = 0$ ，

这里 $a=3$ ， $b=-11$ ， $c=-1$ ，

$$\therefore \Delta = (-11)^2 - 4 \times 3 \times (-1) = 133 > 0,$$

$$\therefore x = \frac{11 \pm \sqrt{133}}{2 \times 3} = \frac{11 \pm \sqrt{133}}{6},$$

$\therefore$ 一元二次方程 $3x^2 - 11x - 1 = 0$ 的两解为 a 、 b ，且 $a > b$ ，

$$\therefore a \text{ 的值为 } \frac{11+\sqrt{133}}{6}.$$

故选：D．

4.（3 分）彩民小明购买 10000 张彩票，中一等奖．这个事件是（ ）

- A. 必然事件 B. 确定性事件
C. 不可能事件 D. 随机事件

【答案】D

【分析】根据随机事件，必然事件，不可能事件的特点，即可解答．

【解答】解：彩民小明购买 10000 张彩票，中一等奖．这个事件是随机事件，

故选：D．

5.（3 分）下列四个命题中不正确的是（ ）

- A. 对角互补的平行四边形是矩形
B. 有两边相等的平行四边形是菱形
C. 对角线相等的平行四边形是矩形
D. 一组邻边相等的矩形是正方形

【答案】B

【分析】根据矩形、菱形、正方形的判定定理判断．

【解答】解：A、对角互补的平行四边形是矩形，说法正确；

B、邻边相等的平行四边形是菱形，本说法错误；

C、对角线相等的平行四边形是矩形，说法正确；

D、一组邻边相等的矩形是正方形，说法正确；

故选：B.

6. (3分) 探究函数 $y = \frac{1}{x-2} + 3$ 的图象发现，可以由 $y = \frac{1}{x}$ 的图象先向右平移 2 个单位，再向上平移 3 个单位得到. 根据以上信息判断，下列直线中与函数 $y = \frac{1}{x-1} - 3$ 的图象没有公共点的是 ()

A. 经过点 (0, 3) 且平行于 x 轴的直线

B. 经过点 (0, -3) 且平行于 x 轴的直线

C. 经过点 (-1, 0) 且平行于 y 轴的直线

D. 经过点 (3, 0) 且平行于 y 轴的直线

【答案】B

【分析】由题意可得函数 $y = \frac{1}{x-1} - 3$ 不会与直线 $x=1$, $y=-3$ 相交，分析判断出答案.

【解答】解：由题意得函数 $y = \frac{1}{x-1} - 3$ 的图象可以由 $y = \frac{1}{x}$ 先向右平移 1 个单位，再向下平移 3 个单位得到.

∴ 由反比例图象性质和平移的定义可得函数 $y = \frac{1}{x-1} - 3$ 不会与直线 $x=1$, $y=-3$ 相交.

故选：B.

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分. 请将答案填写在答题卡上，在卷 I 上答题无效）

7. (3分) 若式子 $\frac{\sqrt{x+1}}{x}$ 有意义，则 x 的取值范围是 $x \geq -1$ 且 $x \neq 0$.

【答案】见试题解答内容

【分析】根据二次根式及分式有意义的条件解答即可.

【解答】解：根据二次根式的性质可知： $x+1 \geq 0$ ，即 $x \geq -1$ ，

又因为分式的分母不能为 0，

所以 x 的取值范围是 $x \geq -1$ 且 $x \neq 0$.

8. (3分) 某中学数学教研组有 32 名教师，将他们按年龄分组，在 38 - 45 岁组内的教师有 8 名教师，那么这个小组的频率是 0.25.

【答案】见试题解答内容

【分析】根据频率的求法：频率 = 频数 ÷ 数据总数即可求解.

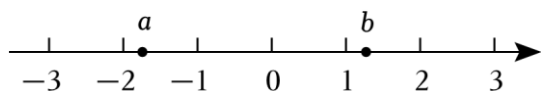
【解答】解：根据题意，38 - 45 岁组内的教师有 8 名，

即频数为 8，而总数为 32；

故这个小组的频率是 $8 \div 32 = 0.25$ 。

故答案为：0.25。

9. (3 分) 若实数 a 、 b 在数轴上对应点的位置如图所示，则化简 $\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2} + \sqrt{(a+b)^2}$ 的结果是 $-2a - 2b$ 。



【答案】 $-2a - 2b$ 。

【分析】首先由实数 a 、 b 在数轴上的位置，可得 $a < 0 < b$ ， $|a| > |b|$ ，再根据二次根式的性质化简，即可求解。

【解答】解：由实数 a 、 b 在数轴上的位置，可得 $a < 0 < b$ ， $|a| > |b|$ ，

$$\therefore a + b < 0,$$

$$\therefore \sqrt{a^2} - \sqrt{b^2} + \sqrt{(a+b)^2}$$

$$= |a| - |b| + |a+b|$$

$$= -a - b - (a+b)$$

$$= -a - b - a - b$$

$$= -2a - 2b$$

故答案为： $-2a - 2b$ 。

10. (3 分) 已知 n 为整数，当 $n =$ -1 或 0 或 2 或 3 时，分式 $\frac{2}{n-1}$ 的值是整数。

【答案】 -1 或 0 或 2 或 3 。

【分析】根据分式 $\frac{2}{n-1}$ 的值是整数，得出 2 能别 $n-1$ 整除，则 $n-1 = -2$ 或 -1 或 1 或 2 ，求解即可。

【解答】解： $\because$ 分式 $\frac{2}{n-1}$ 的值是整数，

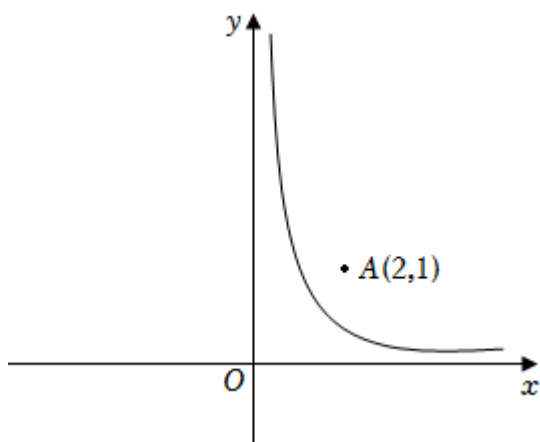
$\therefore 2$ 能别 $n-1$ 整除，

$$\therefore n-1 = -2 \text{ 或 } -1 \text{ 或 } 1 \text{ 或 } 2,$$

解得： $n = -1$ 或 0 或 2 或 3 ，

故答案为： -1 或 0 或 2 或 3 。

11. (3分) 如图是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象，则 k 的值可能是 1 (答案不唯一) (写出一个可能的值即可).



【答案】1 (答案不唯一).

【分析】反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 是常数, $k \neq 0$) 的图象在第一象限, 则 $k > 0$, 符合上述条件的 k 的一个值可以是 2. (正数即可, 答案不唯一)

【解答】解: $\because$ 反比例函数的图象在一象限,

$$\therefore k > 0,$$

又 $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $A(2, 1)$ 时, $k = 2 \times 1 = 2$.

$$\therefore 0 < k < 2.$$

$\therefore k$ 的值可以是 1.

故答案为: 1 (答案不唯一).

12. (3分) 解关于 x 的方程 $\frac{x-3}{x-2} = \frac{2m}{x-2}$ 有增根, 则 m 的值为 $-\frac{1}{2}$.

【答案】见试题解答内容

【分析】有增根, 那么最简公分母 $x - 2 = 0$, 所以增根是 $x = 2$, 把增根代入化为整式方程的方程即可求出未知字母的值.

【解答】解: 方程两边都乘 $(x - 2)$, 得 $x - 3 = 2m$,

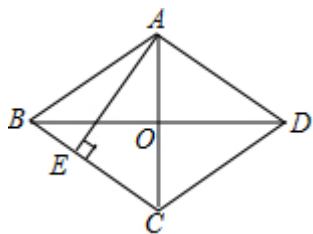
$\because$ 方程有增根,

$\therefore$ 增根使最简公分母 $x - 2 = 0$, 即增根是 $x = 2$,

把 $x = 2$ 代入整式方程, 得 $m = -\frac{1}{2}$.

故答案为: $-\frac{1}{2}$.

13. (3分) 如图所示, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O . 若 $AC=6$, $BD=8$, $AE \perp BC$, 垂足为 E , 则 AE 的长为 $\frac{24}{5}$.



【答案】见试题解答内容

【分析】利用菱形的面积公式: $\frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = BC \cdot AE$, 即可解决问题;

【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$$\therefore AC \perp BD, OA = OC = 3, OB = OD = 4,$$

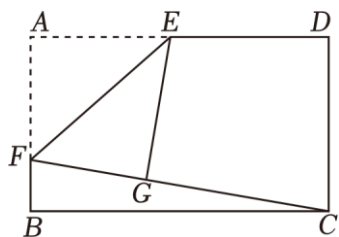
$$\therefore AB = BC = 5,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = BC \cdot AE,$$

$$\therefore AE = \frac{24}{5},$$

故答案为: $\frac{24}{5}$,

14. (3分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, E 为 AD 的中点, F 为 AB 上一点, 将 $\triangle AEF$ 沿 EF 折叠, 点 A 恰好落在 CF 上的点 G 处. 若 $AB=3\sqrt{6}$, $BC=12$, 则折痕 EF 的长为 $2\sqrt{15}$.



【答案】 $2\sqrt{15}$.

【分析】连接 CE , 由四边形 $ABCD$ 是矩形, $AB=3\sqrt{6}$, $BC=12$, 得 $DC=AB=3\sqrt{6}$, $AD=BC=12$, $\angle A = \angle D = \angle B = 90^\circ$, 则 $AE=DE=6$, 由折叠得 $GF=AF$, $GC=DC=3\sqrt{6}$, 根据勾股定理得 $(3\sqrt{6} - AF)^2 + 12^2 = (3\sqrt{6} + AF)^2$, 求得 $AF=2\sqrt{6}$, 即可求得 $EF = \sqrt{AF^2 + AE^2} = 2\sqrt{15}$, 于是得到问题的答案.

【解答】解: 连接 CE ,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形, $AB=3\sqrt{6}$, $BC=12$,

$\therefore DC=AB=3\sqrt{6}$, $AD=BC=12$, $\angle A = \angle D = \angle B = 90^\circ$,

∵ E 为 AD 的中点，

$$\therefore AE = DE = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2} \times 12 = 6,$$

∴ 由折叠得 $GF = AF$, $GC = DC = 3\sqrt{6}$,

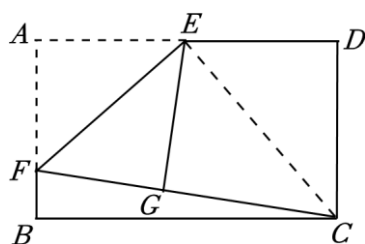
∵ $BF^2 + BC^2 = CF^2$, 且 $BF = 3\sqrt{6} - AF$, $CF = 3\sqrt{6} + GF = 3\sqrt{6} + AF$,

$$\therefore (3\sqrt{6} - AF)^2 + 12^2 = (3\sqrt{6} + AF)^2,$$

解得 $AF = 2\sqrt{6}$,

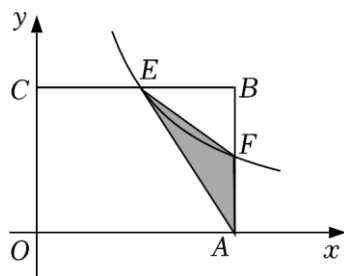
$$\therefore EF = \sqrt{AF^2 + AE^2} = \sqrt{(2\sqrt{6})^2 + 6^2} = 2\sqrt{15},$$

故答案为: $2\sqrt{15}$.



15. (3分) 如图, 在矩形 $OABC$ 中, $OA = 3$, $OC = 2$, F 是 AB 上的一个动点 (F 不与 A , B 重合), 过点

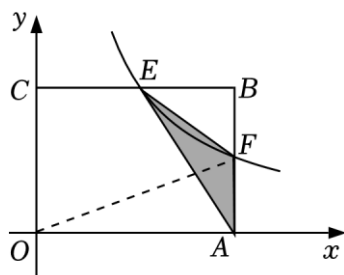
F 的反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象与 BC 边交于点 E , 若 $S_{\triangle AEF} = \frac{1}{6}k$ 时, 则 $k = \underline{4}$.



【答案】4.

【分析】连接 OF , 利用同底面积比等于高之比, 得到点 E 坐标, 再利用反比例函数的关系式的求法计算即可.

【解答】解: 连接 OF ,



由题意得: 三角形 OAF 的面积 $= \frac{1}{2}AF \times OA = \frac{k}{2}$,

$$\because S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2} AF \times BE = \frac{1}{6} k,$$

$$\therefore BE = \frac{1}{3} OA,$$

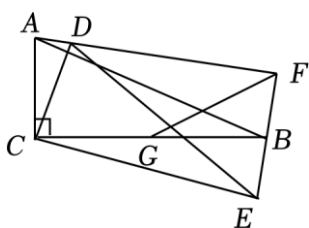
$$\because OA=3, OC=2,$$

$$\therefore E(2, 2),$$

$$\therefore k=2 \times 2=4,$$

故答案为：4.

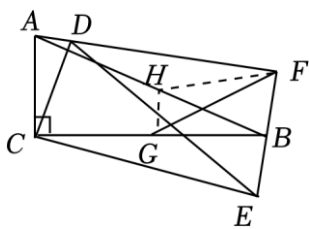
16. (3分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=7\text{cm}$ ， $BC=24\text{cm}$ 。将 $\triangle ABC$ 绕点 C 按顺时针方向旋转后得 $\triangle DEC$ ，直线 AD 、 EB 相交于点 F 。取 BC 的中点 G ，连接 GF ，则 GF 长的最大值为 16 cm 。



【答案】16.

【分析】取 AB 的中点 H ，连接 HG ， HF ，利用旋转性质可知 $CE=CB$ ， $CD=CA$ ， $\angle BCE=\angle ACD$ ，设 $\angle BCE=\angle ACD=\alpha$ ，利用四边形内角和定理可证 $\angle BFA=90^\circ$ ，从而可得 HF ， HG 的长，利用三角形三边关系可求出 FG 的最大值。

【解答】解：如图，取 AB 的中点 H ，连接 HG ， HF ，



$\because \triangle DEC$ 是由 $\triangle ABC$ 绕点 C 旋转得到的，

$$\therefore CE=CB, CD=CA, \angle BCE=\angle ACD,$$

$$\text{设 } \angle BCE=\angle ACD=\alpha,$$

$$\because \angle ACB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD=90^\circ - \alpha,$$

$$\therefore \angle CBE=\angle CEB=\angle CAD=\angle CDA=\frac{180^\circ - \alpha}{2}=90^\circ - \frac{\alpha}{2},$$

$$\therefore \angle CDF=\angle CBF=\alpha + 90^\circ - \frac{\alpha}{2}=90^\circ + \frac{\alpha}{2},$$

在四边形 $BCDF$ 中，

$$\angle BFA = 360^\circ - \angle BCD - \angle CDF - \angle CBF = 360^\circ - (90^\circ - \alpha) - 2(90^\circ + \frac{\alpha}{2}) = 90^\circ,$$

在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{7^2 + 24^2} = 25\text{cm},$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABF \text{ 中, } HF = \frac{1}{2}AB = \frac{25}{2}\text{cm},$$

$\therefore HG$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线，

$$\therefore HG = \frac{1}{2}AC = \frac{7}{2}\text{cm},$$

$$\therefore HF + HG = \frac{25}{2} + \frac{7}{2} = 16\text{cm},$$

$$\therefore FG \leq HF + HG = 16\text{cm},$$

$\therefore$ 当 F, H, G 三点共线时， FG 最大，最大值为 $HF + HG = 16\text{cm}$ ，

故答案为：16.

三、解答题（本大题共有 10 题，共 102 分．请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．）

17. (12 分) 计算：

$$(1) \sqrt{8} + 3\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$(2) \frac{\sqrt{5}-1}{2} \times \frac{\sqrt{5}+1}{2}.$$

【答案】 (1) $\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2};$

(2) 1.

【分析】 (1) 首先化简二次根式，然后合并同类二次根式即可；

(2) 运用平方差公式计算即可．

【解答】 解：(1) 原式 $= 2\sqrt{2} + 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$= 2\sqrt{2} + \sqrt{3} - \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2};$$

(2) 原式 $= \frac{(\sqrt{5})^2 - 1^2}{4}$

$$= \frac{5-1}{4}$$

$$= \frac{4}{4}$$

$$= 1.$$

18. (8分) 解下列方程:

(1) $x^2 - 6x - 9 = 0$;

(2) $\frac{x-2}{x+2} - \frac{x+2}{x-2} = \frac{16}{x^2-4}$.

【答案】(1) $x_1 = 3 - 3\sqrt{2}$, $x_2 = 3 + 3\sqrt{2}$;

(2) 无解.

【分析】(1) 利用配方法即可求解;

(2) 将分式方程化为整式方程即可求解.

【解答】解: (1) 移项: $x^2 - 6x = 9$,

配方: $x^2 - 6x + 9 = 18$, 即 $(x - 3)^2 = 18$,

$$\therefore x - 3 = \pm 3\sqrt{2},$$

$$x_1 = 3 - 3\sqrt{2}, \quad x_2 = 3 + 3\sqrt{2};$$

(2) 方程两边同时乘以: $(x+2)(x-2)$ 得:

$$(x-2)^2 - (x+2)^2 = 16,$$

$$\text{化简: } -8x = 16,$$

$$\text{解得: } x = -2,$$

检验: 当 $x = -2$ 时, $(x+2)(x-2) = 0$, $x = -2$ 是增根, 原方程无解.

19. (8分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (2k+1)x + k^2 + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根 x_1 、 x_2 .

(1) 求 k 的取值范围;

(2) 若 ①或②或③ (选一个即可) (填序号), 求 k 的值.

(从① $x_1 \cdot x_2 = 2$; ② $x_1 + x_2 = 3$; ③ $x_1 - x_2 = 1$ 中选择一个作为条件, 补充完整题目, 并完成解答.)

【答案】(1) $k > \frac{3}{4}$;

(2) ①或②或③ (选一个即可).

【分析】(1) 利用根的判别式进行求解即可;

(2) 选择其中一个进行解答即可.

【解答】解: (1) $\because$ 一元二次方程 $x^2 - (2k+1)x + k^2 + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根 x_1 、 x_2 ,

$$\therefore \Delta = [-(2k+1)]^2 - 4 \times 1 \times (k^2+1) > 0,$$

$$\text{解得: } k > \frac{3}{4};$$

(2) 当① $x_1 \cdot x_2 = 2$ 时,

$$\text{得: } k^2 + 1 = 2,$$

$$\text{解得: } k = \pm 1,$$

$$\therefore k > \frac{3}{4},$$

$$\therefore k = 1;$$

当② $x_1 + x_2 = 3$ 时,

$$\text{得: } 2k + 1 = 3,$$

$$\text{解得: } k = 1;$$

当③ $x_1 - x_2 = 1$ 时,

$$(x_1 - x_2)^2 = 1,$$

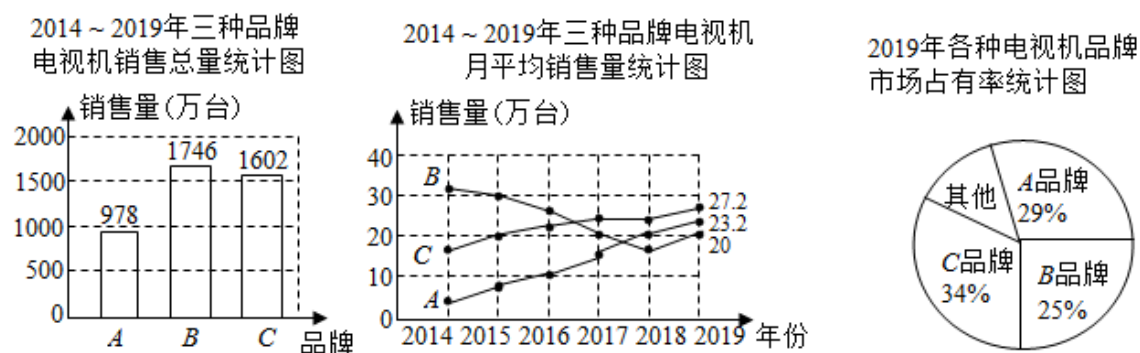
$$(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 \cdot x_2 = 1,$$

$$(2k+1)^2 - 4(k^2+1) = 1,$$

$$\text{解得: } k = 1.$$

故答案为: ①或②或③ (选一个即可).

20. (8 分) 小吴家准备购买一台电视机, 小吴将收集到的某地区 A、B、C 三种品牌电视机销售情况的有关数据统计如下:



根据上述三个统计图, 请解答:

(1) 2014~2019 年三种品牌电视机销售总量最多的是 B 品牌, 月平均销售量最稳定的是 C 品牌.

(2) 2019 年其他品牌的电视机年销售总量是多少万台?

(3) 货比三家后, 你建议小吴家购买哪种品牌的电视机? 说说你的理由.

【答案】（1）B、C；

（2）115.2 万台；

（3）建议购买 C 品牌，因为 C 品牌 2019 年的市场占有率最高，且 5 年的月销售量最稳定；

建议购买 B 品牌，因为 B 品牌的销售总量最多，受到广大顾客的青睐。

【分析】（1）从条形统计图、折线统计图可以得出答案；

（2）求出总销售量，“其它”的所占的百分比；

（3）从市场占有率、平均销售量等方面提出建议。

【解答】解：（1）由条形统计图可得，2014~2019 年三种品牌电视机销售总量最多的是 B 品牌，是 1746 万台；

由折线统计图可得，2014~2019 年三种品牌电视机月平均销售量最稳定的是 C 品牌，比较稳定，方差最小；

故答案为：B，C；

（2） $\because 20 \times 12 \div 25\% = 960$ （万台）， $1 - 25\% - 29\% - 34\% = 12\%$ ，

$\therefore 960 \times 12\% = 115.2$ （万台）；

答：2019 年其他品牌的电视机年销售总量是 115.2 万台；

（3）建议购买 C 品牌，因为 C 品牌 2019 年的市场占有率最高，且 5 年的月销售量最稳定；

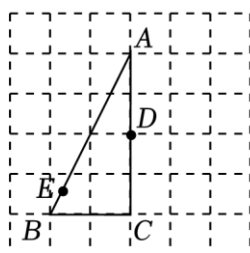
建议购买 B 品牌，因为 B 品牌的销售总量最多，受到广大顾客的青睐。

21.（10 分）图①、图②、图③均是 6×6 的正方形网格，每个小正方形的边长均为 1，每个小正方形的顶点叫格点。△ABC 的顶点均在格点，点 D 为 AC 上一格点，点 E 为 AB 上任一点，只用无刻度的直尺，在给定的网格中，分别按下列要求画图，保留作图痕迹。

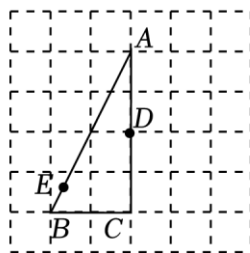
（1）在图①中画△ABC 的中位线 DF，使点 F 在边 AB 上。

（2）在图②中画以 AC 为对角线的平行四边形 ABCG。

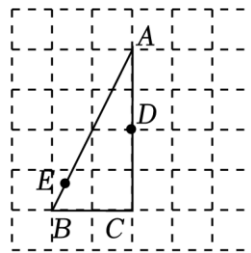
（3）在图③中作射线 ED，在其上找到一点 H，使 $DH = DE$ 。



图①



图②



图③

【答案】（1）见解答；

(2) 见解答；

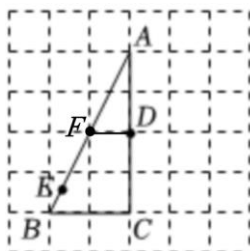
(3) 见解答.

【分析】(1) 取 AB 的中点 F ，再连接 DF ；

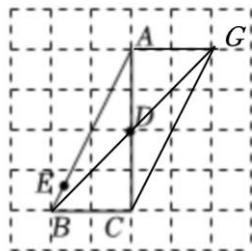
(2) 过 A 作 $AG \parallel BC$ ，且 $AG = BC$ ，再连接 CG 即可；

(3) 在图②的基础上，连接 ED 并延长与 CG 的交点即为 H .

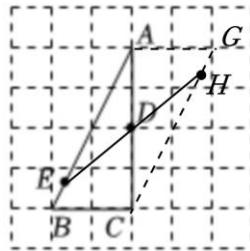
【解答】解：如图：



图①



图②



图③

(1) FD 即为所求；

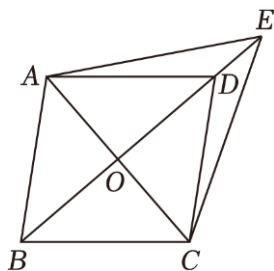
(2) $\square ABCG$ 即为所求；

(3) 点 H 即为所求.

22. (10 分) 如图，已知平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 交点 O ， E 是 BD 延长线上的点，且 $\triangle ACE$ 是等边三角形.

(1) 求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；

(2) 若 $\angle AED = 2\angle EAD$ ， $AB = 4\sqrt{5}$ ，求四边形 $ABCD$ 的面积.



【答案】(1) 见解析；

(2) 80.

【分析】(1) 根据“对角线互相垂直的平行四边形是菱形”证明即可；

(2) 根据条件证明菱形 $ABCD$ 是正方形，即可求出.

【解答】(1) 证明： $\because \triangle ACE$ 是等边三角形，

$$\therefore EA = EC,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AO=OC,$$

$$\therefore EO \perp AC,$$

即 $BD \perp AC$,

$\therefore \square ABCD$ 是菱形;

(2) 解: $\because \triangle ACE$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle EAC=60^\circ,$$

由 (1) 知, $EO \perp AC$, $AO=OC$,

$\therefore \angle AEO=\angle CEO=30^\circ$, $\triangle AOE$ 是直角三角形,

$$\therefore \angle EAO=60^\circ,$$

$$\because \angle AED=2\angle EAD,$$

$$\therefore \angle EAD=15^\circ,$$

$$\therefore \angle DAO=\angle EAO-\angle EAD=45^\circ,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$$\therefore DA=DC,$$

$$\therefore \angle DCA=\angle DAC=45^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC=180^\circ-\angle DAC-\angle DCA=90^\circ,$$

$\therefore$ 菱形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore \text{四边形 } ABCD \text{ 的面积} = AB^2 = (4\sqrt{5})^2 = 80.$$

23. (10 分) 在春季, 很多学校会组织学生进行春游. 某校组织学生到离学校有 90 公里的生态园春游, 队伍 8:00 从学校坐大巴车出发. 李老师因有事情, 8:30 从学校自驾小车以大巴车 1.5 倍的速度追赶, 追上大巴车后继续前行, 结果比队伍提前 15 分钟到达生态园. 求大巴车与小车的平均速度.

【答案】大巴的平均速度为 40 公里/时, 小车的平均速度为 60 公里/时.

【分析】根据“大巴车的行驶时间减去小车的行驶时间等于小车晚出发的时间加上小车早到的时间”列分式方程求解即可.

【解答】解: 设大巴的平均速度为 x 公里/时, 则小车的平均速度为 $1.5x$ 公里/时.

$$\text{根据题意得: } \frac{90}{x} - \frac{90}{1.5x} = \frac{15}{60} + \frac{30}{60},$$

$$\text{解得: } x=40,$$

经检验, $x=40$ 是原方程的解, 且符合题意,

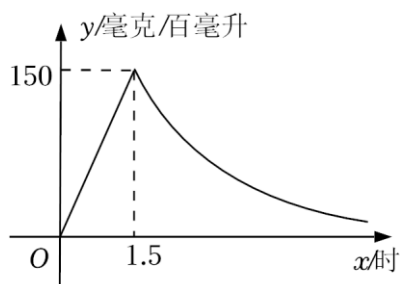
$$\therefore 1.5x=60,$$

答：大巴的平均速度为 40 公里/时，小车的平均速度为 60 公里/时。

24. (10 分) 实验数据显示，一般情况下，成人喝 0.25kg 低度白酒后，1.5 小时内其血液中酒精含量 y （毫克/百毫升）与时间 x （时）成正比例；1.5 小时后（包括 1.5 小时） y 与 x 成反比例。根据图中提供的信息，解答下列问题：

(1) 写出一般情况下，成人喝 0.25kg 低度白酒后， y 与 x 之间的函数关系式及相应的自变量取值范围；

(2) 按国家规定，车辆驾驶人员血液中的酒精含量大于或等于 20 毫克/百毫升时属于“酒后驾驶”，不能驾车上路。参照上述数学模型，假设某驾驶员晚上 20:00 在家喝完 0.25kg 低度白酒，第二天早上 7:00 能否驾车去上班？请说明理由。



【答案】(1) $y = \begin{cases} 100x & (0 \leq x < 1.5) \\ \frac{225}{x} & (x \geq 1.5) \end{cases}$;

(2) 第二天早上 7:00 不能驾车去上班，理由见解析。

【分析】(1) 直接利用待定系数法分别求出反比例函数以及一次函数的解析式得出答案；

(2) 根据题意得出 $x=10$ 时 y 的值进而得出答案。

【解答】解：(1) 由题意可得：当 $0 \leq x < 1.5$ 时，

设函数关系式为： $y=kx$ ，则 $150=1.5k$ ，解得： $k=100$ ，

故 $y=100x$ ($0 \leq x < 1.5$)，

当 $x \geq 1.5$ 时，设函数关系式为： $y=\frac{a}{x}$ ，则 $a=150 \times 1.5=225$ ，解得： $a=225$ ，

故 $y=\frac{225}{x}$ ($x \geq 1.5$)，

综上所述： y 与 x 之间的两个函数关系式为： $y = \begin{cases} 100x & (0 \leq x < 1.5) \\ \frac{225}{x} & (x \geq 1.5) \end{cases}$,

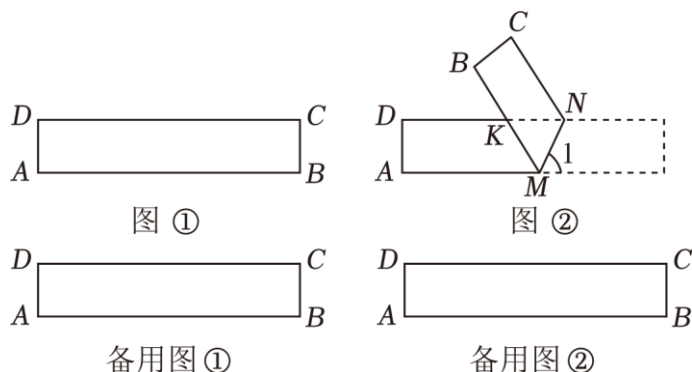
(2) 第二天早上 7:00 不能驾车去上班。

∵ 晚上 8:00 到第二天早上 7:00 有 11 个小时，

∴ $x=11$ 时， $y=\frac{225}{11} > 20$ ，

∴ 第二天最早上 7:00 不能驾车去上班。

25. (12 分) 数学研究课上，老师带领大家探究《折纸中的数学问题》时，出示如图①所示的长方形纸条 $ABCD$ ，其中 $AD=BC=2$ ， $AB=CD=10$ 。然后在纸条上任意画一条线段 MN ，将纸片沿 MN 折叠， MB 与 DN 交于点 K ，得到 $\triangle MNK$ 。如图②所示：



【基础回顾】

- (1) 在图②中，若 $\angle 1 = 52^\circ$ ， $\angle MKN = \underline{76}^\circ$ ；(直接写出答案)

【操作探究】

- (2) 改变折痕 MN 位置， $\triangle MNK$ 始终是 等腰 三角形，请说明理由；
 (3) 爱动脑筋的小明在研究 $\triangle MNK$ 的面积时，发现 KN 边上的高始终是个不变的值。根据这一发现，他很快研究出 $\triangle KMN$ 的面积最小值为 2，此时 $\angle 1$ 的大小可以为 45° 或 135° ；

【拓展延伸】

- (4) 小明继续动手操作进行折纸，发现了 $\triangle MNK$ 面积存在最大值，请你求出这个最大值。

【答案】(1) 76；

(2) 等腰，理由见解析过程；

(3) 45° 或 135° ；

(4) 5.2.

【分析】(1) 根据矩形的性质和折叠的性质求出 $\angle KMN$ 的度数，再根据平角求出 $\angle AMK$ 的度数，最后根据平行线的性质即可求解；

(2) 利用翻折变换的性质以及两直线平行内错角相等得出 $KM=KN$ ；

(3) 利用当 $\triangle KMN$ 的面积最小值为 2 时， $KN=BC=2$ ，则可证明 $MK \perp DK$ ， $DK \perp N'K'$ ，从而即可求出 $\angle 1$ ；

(4) 分情况一：将矩形纸片对折，使点 B 与 D 重合，此时点 K 也与 D 重合；

情况二：将矩形纸片沿对角线 AC 对折，此时折痕即为 AC 两种情况讨论求解。

【解答】解：(1) 如图 1，

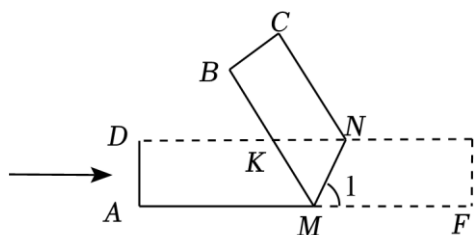


图1

由折叠性质可知， $\angle 1 = \angle NMK = 52^\circ$ ，

$$\therefore \angle AMK = 180^\circ - \angle 1 - \angle NMK = 180^\circ - 52^\circ - 52^\circ = 76^\circ,$$

$\therefore$ 四边形是长方形，

$$\therefore DN \parallel AM,$$

$$\therefore \angle MKN = \angle AMK = 76^\circ,$$

故答案为： 76° ；

（2）等腰，理由：

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore AM \parallel DN,$$

$$\therefore \angle KNM = \angle 1.$$

$\therefore$ 将纸片沿 MN 折叠，

$$\therefore \angle 1 = \angle KMN,$$

$$\therefore \angle KNM = \angle KMN,$$

$\therefore \triangle KMN$ 为等腰三角形；

（3）如图 2，当 $\triangle KMN$ 的面积最小值为 2 时， $KN = BC = 2$ ，

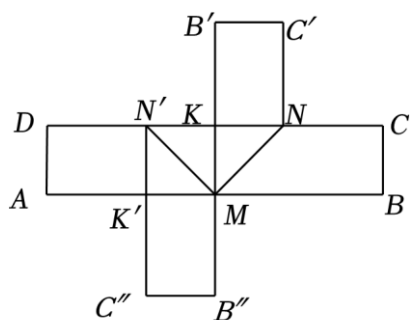


图2

$$\therefore KN \perp B'M,$$

$$\therefore \angle NMB = \angle KMN, \angle KMB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle NMB = 45^\circ,$$

同理： $\angle 1 = \angle N' \quad MB = 135^\circ$ ，

故答案为： 45° 或 135° ；

（4）分两种情况：情况一：如图 3，将矩形纸片对折，使点 B 与 D 重合，此时点 K 也与 D 重合，设 $MK = MB = x$ ，则 $AM = 10 - x$ ，

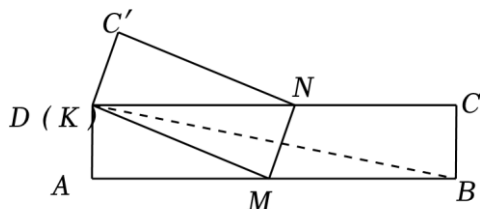


图3

由勾股定理得 $2^2 + (10 - x)^2 = x^2$ ，

解得 $x = 5.2$ 。

$\therefore MD = ND = 5.2$ ，

$\therefore S_{\triangle MNK} = S_{\triangle MND} = \frac{1}{2} \times 2 \times 5.2 = 5.2$ 。

情况二：如图 4，将矩形纸片沿对角线 AC 对折，此时折痕即为 AC ，设 $MK = AK = CK = x$ ，则 $DK = 10 - x$ ，

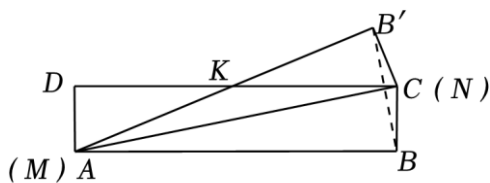


图4

同理可得： $MK = NK = 5.2$ ，

$\therefore MD = 2$ ，

$\therefore S_{\triangle MNK} = \frac{1}{2} \times 2 \times 5.2 = 5.2$ 。

综上： $\triangle MNK$ 的面积最大值为 5.2。

26.（14 分）在学习反比例函数后，小华在同一个平面直角坐标系中画出了 $y = \frac{9}{x}$ ($x > 0$) 和 $y = -x + 10$ 的

图象，两个函数图象交于 $A(1, 9)$ ， $B(9, 1)$ 两点，在线段 AB 上选取一点 P ，过点 P 作 y 轴的平行线交反比例函数图象于点 Q （如图 1），在点 P 移动的过程中，发现 PQ 的长度随着点 P 的运动而变化。为了进一步研究 PQ 的长度与点 P 的横坐标之间的关系，小华提出了下列问题：

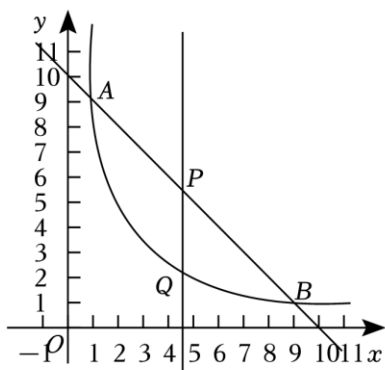


图1

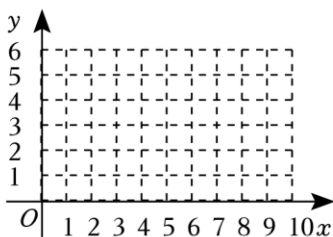


图2

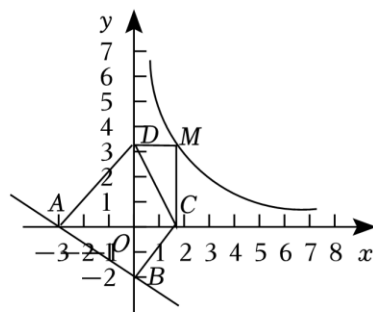


图3

(1) 设点 P 的横坐标为 x , PQ 的长度为 y , 则 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = -x + 10 - \frac{9}{x}$ ($1 \leq x \leq 9$);

(2) 为了进一步研究 (1) 中的函数关系, 决定运用列表, 描点, 连线的方法绘制函数的图象:

①列表:

x	1	$\frac{3}{2}$	2	3	4	$\frac{9}{2}$	6	9
y	0	$\frac{5}{2}$	m	4	$\frac{15}{4}$	$\frac{7}{2}$	n	0

表中 $m = -\frac{7}{2}$, $n = -\frac{5}{2}$;

②描点: 根据上表中的数据, 在图 2 中描出各点;

③连线: 请在图 2 中画出该函数的图象. 观察函数图象, 当 $x = 3$ 时, y 的最大值为 4.

(3) ①已知某矩形的一组邻边长分别为 m , n , 且该矩形的周长 W 与 n 存在函数关系 $W = -\frac{18}{n} + 24$, 求 m 取最大值时矩形的对角线长;

②如图 3, 在平面直角坐标系中, 直线 $y = -\frac{2}{3}x - 2$ 与坐标轴分别交于点 A 、 B , 点 M 为反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ ($x > 0$) 上的任意一点, 过点 M 作 $MC \perp x$ 轴于点 C , $MD \perp y$ 轴于点 D . 求四边形 $ABCD$ 面积的最小值.

【答案】 (1) $y = -x + 10 - \frac{9}{x}$; (2) ① $-\frac{7}{2}$, $\frac{5}{2}$; ②见解答; ③ 3, 4; (3) ① $3\sqrt{5}$. ② 12.

【分析】 (1) 表示出点 P 、 Q 的坐标, 从而得出 y 与 x 的函数解析式;

(2) ①将 $x=2$ 和 $x=6$ 分别代入 (1) 中函数解析式即可;

②③通过描点、连线, 观察图象可得答案;

(3) ①将 $W=2(m+n)$ 代入 $W = -\frac{18}{n} + 24$ 中, 得出 m 关于 n 的函数解析式, 再根据 (2) 中结论求出最大值, 从而解决问题.

②先求出点 A , 点 B 坐标, 设点 $M(x, \frac{6}{x})$, 可求 CA, BD , 由四边形 $ABCD$ 面积 $= \frac{1}{2} \times AC \times BD$ 列式, 即可求解.

【解答】解: (1) $\because$ 点 P 的横坐标为 x ,

$$\therefore P(x, -x+10), Q(x, \frac{9}{x}),$$

$$\therefore y = -x+10 - \frac{9}{x},$$

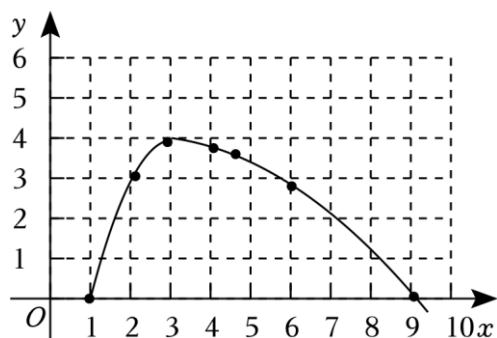
$$\text{故答案为: } y = -x+10 - \frac{9}{x};$$

$$(2) \text{ ①当 } x=2 \text{ 时, } m = -2+10 - \frac{9}{2} = \frac{7}{2},$$

$$\text{当 } x=6, n = -6+10 - \frac{9}{6} = \frac{5}{2},$$

$$\text{故答案为: } \frac{7}{2}, \frac{5}{2};$$

②③如图所示,



观察函数图象, 当 $x=3$ 时, y 有最大值为 4,

故答案为: 3, 4;

$$(3) \text{ ①根据题意可得 } W=2(m+n) \text{ 代入 } W = -\frac{18}{n} + 24 \text{ 中, 可以得到 } m = -n+12 - \frac{9}{n},$$

$$\text{即 } m = (-n+10 - \frac{9}{n}) + 2,$$

由 (2) 可知函数 $y = -n+10 - \frac{9}{n}$ 在 $n=3$ 时, y 取得最大值为 4,

$\therefore$ 当 $n=3$ 时, $m=4+2=6$, 即 m 取得最大值 6,

$$\therefore \sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5},$$

$\therefore$ 在 m 取得最大值 6 时, 矩形的对角线长为 $3\sqrt{5}$.

② $\because$ 直线 $y = -\frac{2}{3}x - 2$ 与坐标轴分别交于点 A, B ,

$\therefore$ 点 $A(-3, 0)$, 点 $B(0, -2)$,

设点 $M(x, \frac{6}{x})$,

$\therefore C(x, 0)$, 点 $D(0, \frac{6}{x})$,

$\therefore CA = x+3$, $DB = \frac{6}{x}+2$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 面积 $= \frac{1}{2} \times AC \times BD = \frac{1}{2} \times (x+3) (\frac{6}{x}+2) = -(-x+10-\frac{9}{x}) + 16$

$= x + \frac{9}{x} + 6 = (\sqrt{x})^2 + (\frac{3}{\sqrt{x}})^2 - 6 + 12 = (\sqrt{x} - \frac{3}{\sqrt{x}})^2 + 12$,

$\therefore$ 当 $\sqrt{x} - \frac{3}{\sqrt{x}} = 0$, 即 $x=3$ 时, 四边形 $ABCD$ 面积的最小值为 12.