

2023-2024 学年江苏省泰州市靖江市七年级（上）期末数学试卷

一、选择题（本大题共有 6 小题，每小题 2 分，共 12 分．在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1.（2 分）下列各数是无理数的是（ ）

A. -2

B. $\frac{22}{7}$

C. 0.010010001

D. π

2.（2 分）某速冻水饺的包装袋上标注的储藏温度是“ $-18 \pm 2^\circ\text{C}$ ”，下列四个冷藏室的温度中不适合储藏此种水饺的是（ ）

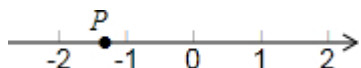
A. -17°C

B. -18°C

C. -20°C

D. -21°C

3.（2 分）如图，在数轴上点 P 的位置被一滴墨水遮挡了，那么请估计数轴上点 P 表示的数可能是（ ）



A. -2.6

B. -1.4

C. 2.6

D. 1.4

4.（2 分）下列等式变形中，不正确的是（ ）

A. 若 $a=b$ ，则 $a-2=b-2$

B. 若 $a=b$ ，则 $-2a=-2b$

C. 若 $a=b$ ，则 $\frac{a}{3}=\frac{b}{3}$

D. 若 $am=bm$ ，则 $a=b$

5.（2 分）“腹有诗书气自华，最是书香能放远。”为鼓励和推广全民阅读活动，某书店开展促销活动，促销方法是将原价为 x 元的一批图书以 $0.8(x-15)$ 元的价格出售，则下列说法中，能正确表达这批图书的促销方法的是（ ）

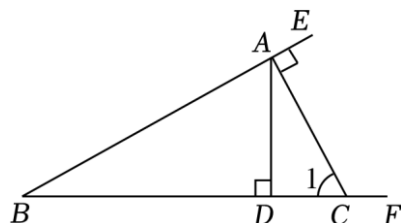
A. 在原价的基础上打 8 折后再减去 15 元

B. 在原价的基础上打 0.8 折后再减去 15 元

C. 在原价的基础上减去 15 元后再打 8 折

D. 在原价的基础上减去 15 元后再打 0.8 折

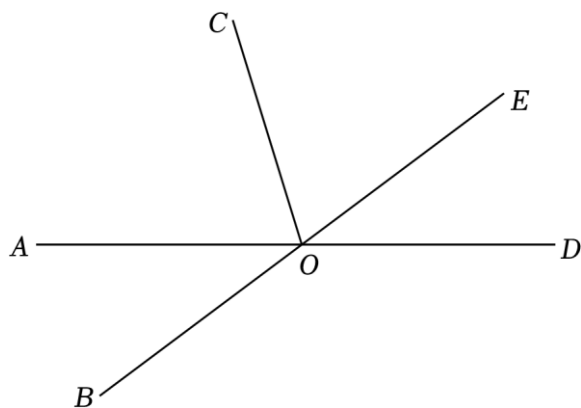
6.（2 分）如图，已知点 A 是射线 BE 上一点，过 A 作 $CA \perp BE$ 交射线 BF 于点 C ， $AD \perp BF$ 交射线 BF 于点 D ，下列结论正确的是（ ）



- A. $\angle B$ 的余角只有 $\angle 1$
- B. 图中互余的角共有 4 对
- C. $\angle 1$ 的补角只有 $\angle ACF$
- D. 图中与 $\angle ADB$ 互补的角共有 2 个

二、填空题（本大题共有 10 小题，每小题 2 分，共 20 分．请把答案直接填写在答题卡相应位置上）

- 7.（2 分）2023 年杭州举办了第 19 届亚运会，杭州亚运会售出约 3050000 张门票，3050000 这个数据用科学记数法表示为 _____.
- 8.（2 分）2024 的相反数是 _____.
- 9.（2 分）比较大小： 60.5° _____ $60^\circ 30'$ （用“ $>$ ”“ $<$ ”“ $=$ ”填空）.
- 10.（2 分）单项式 $\frac{1}{3}\pi a^2b$ 的次数是 _____.
- 11.（2 分）如图，直线 AD 与 BE 相交于点 O ， $\angle AOC = \angle COE = 2\angle DOE$ ，则 $\angle AOB =$ _____.

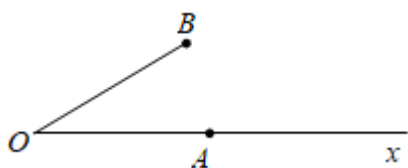


- 12.（2 分）下列三个日常现象：

- ①用两根钉子就可以把一根木条固定在墙上；
- ②把弯曲的公路改直，就能够缩短路程；
- ③体育课上，老师测量某个同学的跳远成绩.

其中，可以用“两点之间，线段最短”来解释的现象是 _____（填序号）.

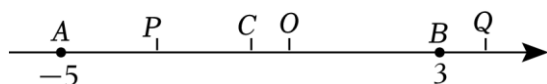
- 13.（2 分）如图，点 A 在射线 OX 上， $OA=2$. 若将 OA 绕点 O 按逆时针方向旋转 30° 到 OB ，那么点 B 的位置可以用 $(2, 30^\circ)$ 表示. 若将 OB 延长到 C ，使 $OC=3$ ，再将 OC 按逆时针方向继续旋转 55° 到 OD ，那么点 D 的位置可以用（_____, _____）表示.



14. (2分) 在植树节活动中，A班有30人，B班有21人，现从B班调一部分人去A班，使A班人数为B班人数的2倍，那么应从B班调出 _____人。

15. (2分) 已知当 $x=a$ 时，代数式 $-x+m$ 与代数式 $x+n$ 的值都等于8，则代数式 $m+n=$ _____。

16. (2分) 已知数轴上的A、B两点对应的数字分别为-5、3，点P、Q同时分别从A、B出发沿数轴正方向运动，点P的运动速度为 m 个单位/秒，点Q的运动速度为 n 个单位/秒，在运动过程中，取线段AQ的中点C（点C始终在线段PQ上），若线段PC的长度总为一个固定的值，则 m 与 n 应满足的数量关系是 _____。



三、解答题（本大题共有8题，共68分。请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

17. (4分) 计算：

(1) $-7 - (-10) + (-8) + |-2|$;

(2) $(-1)^4 - (-3) \times (-\frac{1}{3}) + (-6) \div \frac{1}{2}$.

18. (8分) 解下列方程：

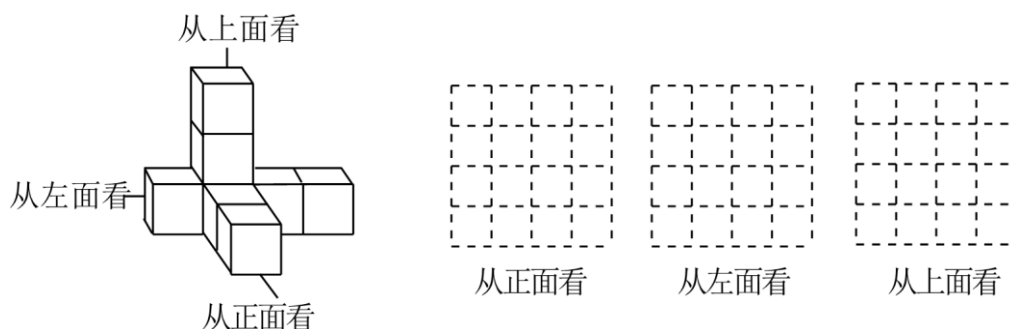
(1) $6 - 5x = 3(4 - x)$;

(2) $\frac{x+1}{2} - \frac{1-x}{3} = 1$.

19. (8分) 先化简，再求值： $a^2b + (-5ab^2 + a^2b) - 2(a^2b - 2ab^2)$ ，其中 $a = -1$ ， $b = 3$ 。

20. (8分) (1) 画出如图所示几何体从正面、左面、上面看到的平面图形；

(2) 若再添加 n 个小正方体，使新得到的几何体从正面和左面看到的平面图形不变，则 n 的最大值为 _____。

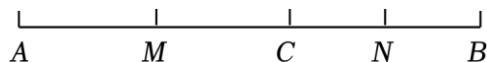


21. (8分) 如图，点M、C、N在线段AB上，给出下列三个条件：① $AM = \frac{1}{2}AC$ 、② $BN = \frac{1}{2}BC$ 、③ $MN = \frac{1}{2}AB$ 。

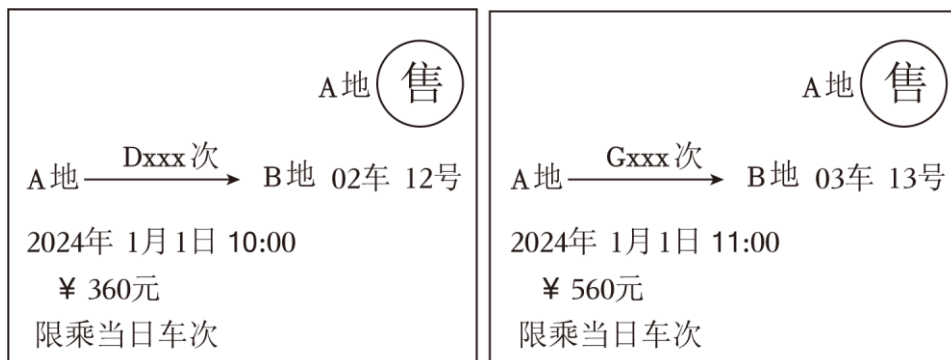
(1) 如果 _____，那么 _____。（从上述三个条件中任选两个作为条件，余下的一个作为结论，

填序号，完成上面的填空，并说明结论成立的理由。）

(2) 在 (1) 的条件下，若 $AM=3\text{cm}$ ， $MN=5\text{cm}$ ，求线段 BN 的长.

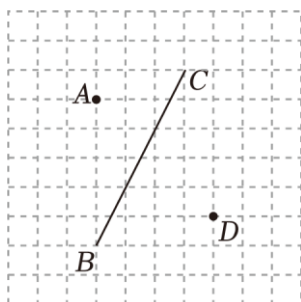


22. (8 分) 如图是两张不同类型火车的车票：“Dxxx 次”表示动车，“Gxxx 次”表示高铁). 已知该动车和高铁的平均速度分别为 200km/h ， 300km/h ，如果两车均按车票信息准时出发，且同时到达终点，求 A，B 两地之间的距离.



23. (8 分) 用无刻度直尺在网格中画图 (图中的点 A、B、C、D 都在网格的格点上):

- (1) 画直线 AD 交 BC 于点 G ;
- (2) 过点 A 画直线 EF ，使 $EF \parallel BC$;
- (3) 在直线 BC 上画出点 O ，使 $AO+BO+CO$ 最小.



24. (8 分) 定义：如果两个一元一次方程的解之和为 1，我们就称这两个方程为“美好方程”. 例如：方程 $2x - 1 = 3$ 和 $x + 1 = 0$ 为“美好方程”.

- (1) 方程 $4x - (x+5) = 1$ 与方程 $-2y - y = 3$ 是“美好方程”吗？请说明理由；
- (2) 若“美好方程”的两个解的差为 8，其中一个解为 n ，求 n 的值.

25. (8 分) 小明同学学习角平分线后，借助一副三角尺的运动操作探索变化过程中的不变的量.

操作 1: 如图 1 所示放置，其中 $\angle BAC = \angle D = 90^\circ$ ， $\angle ABC = \angle C = 45^\circ$ ； $\angle DAE = 60^\circ$ ， $\angle E = 30^\circ$. 分别作出 $\angle BAD$ 、 $\angle CAE$ 的平分线 AM 、 AN ，得到 $\angle MAN =$ _____；

操作 2: 将三角尺 ABC 固定，三角尺 ADE 绕点 A 以 $10^\circ/s$ 的速度逆时针旋转，当 AD 边与 AB 边重合

时,此时 $A、D、B、M$ 在同一条直线上,作出 $\angle CAE$ 的平分线 AN ,如图 2 所示,得到 $\angle MAN =$ _____;

猜想、验证: 由操作 1 和 2, 猜想图 3 中 $\angle MAN$ 为一固定值, 其中 $AM、AN$ 分别是 $\angle BAD、\angle CAE$ 的平分线, 请你结合图 3, 说明猜想是否成立;

质疑: 小明同学继续操作, 在操作过程中发现当旋转到如图 4 所示位置时, 继续作出 $\angle BAD、\angle CAE$ 的平分线 $AM、AN$, 通过度量发现 $\angle MAN$ 为另一值, 求出此时 $\angle MAN$ 的度数;

发现: 三角尺 ABC 固定, 三角尺 ADE 从图 1 位置开始绕点 A 以 $10^\circ/s$ 的速度逆时针旋转一周的过程中, 只有某一段时间段 $\angle MAN$ 为另一值, 请直接写出这一时间段的时长.

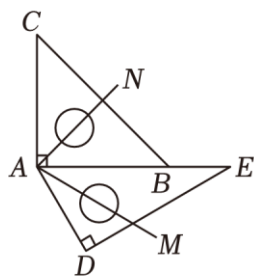


图 1

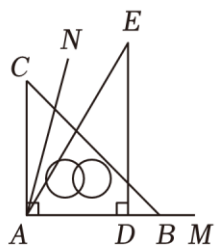


图 2

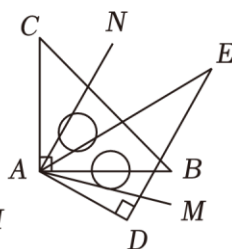


图 3

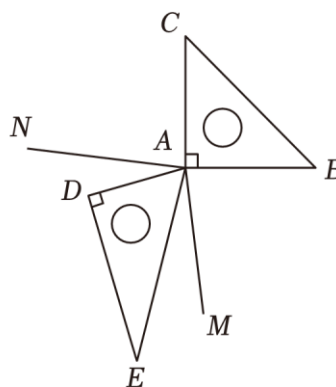


图 4

2023-2024 学年江苏省泰州市靖江市七年级（上）期末数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共有 6 小题，每小题 2 分，共 12 分。在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1. (2分) 下列各数是无理数的是 ()

- A. -2 B. $\frac{22}{7}$
C. 0.010010001 D. π

【答案】D

【分析】无理数就是无限不循环小数. 理解无理数的概念, 一定要同时理解有理数的概念, 有理数是整数与分数的统称. 即有限小数和无限循环小数是有理数, 而无限不循环小数是无理数. 由此即可判定选择项.

【解答】解：A、是整数，是有理数，选项错误；

B、是分数，是有理数，选项错误；

C、是有限小数，是有理数，选项错误；

D 、是无理数，选项正确.

故选: D .

2. (2 分) 某速冻水饺的包装袋上标注的储藏温度是“ $-18\pm 2^{\circ}\text{C}$ ”，下列四个冷藏室的温度中不适合储藏此种水饺的是 ()

- A. -17°C B. -18°C C. -20°C D. -21°C

【答案】D

【分析】根据题意可以求得速冻水饺的储藏温度的范围，本题得以解决.

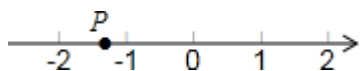
【解答】解：∵速冻水饺的储藏温度是 $-18 \pm 2^{\circ}\text{C}$ ，

∴速冻水饺的储藏温度是 $-20 \sim -16^{\circ}\text{C}$,

故选项 D 符合题意, 选项 A, B, C 不符合题意,

故选: D .

3. (2分) 如图, 在数轴上点 P 的位置被一滴墨水遮挡了, 那么请估计数轴上点 P 表示的数可能是 ()



- A. - 2.6 B. - 1.4 C. 2.6 D. 1.4

【答案】B

【分析】根据数轴得出 P 所表示的数在 -2 和 -1 之间，然后结合选择项逐一分析即可求解.

【解答】解：设 P 表示的数是 x ，

由数轴可知： P 点表示的数大于 -2 ，且小于 -1 ，即 $-2 < x < -1$ ，

A、 $-3 < -2.6 < -2$ ，故本选项错误；

B、 $-2 < -1.4 < -1$ ，故本选项正确；

C、 $-1 < 2.6$ ，故本选项错误；

D、 $-1 < 1.4$ ，故本选项错误；

故选：B.

4. (2 分) 下列等式变形中，不正确的是 ()

A. 若 $a=b$ ，则 $a-2=b-2$

B. 若 $a=b$ ，则 $-2a=-2b$

C. 若 $a=b$ ，则 $\frac{a}{3}=\frac{b}{3}$

D. 若 $am=bm$ ，则 $a=b$

【答案】D

【分析】根据等式的性质逐个判断即可得到答案.

【解答】解：A 选项考查是等式两边同时加上一个数等式不变，故正确；

B 选项考查的是等式两边同时乘以一个数等式不变，故正确；

C 选项考查的是等式两边同时除以一个不为 0 的数等式不变，故正确；

D 选项当 $m=0$ 时， $a=b$ 不一定成立，故错误，

故选：D.

5. (2 分) “腹有诗书气自华，最是书香能放远.” 为鼓励和推广全民阅读活动，某书店开展促销活动，促销方法是将原价为 x 元的一批图书以 $0.8(x-15)$ 元的价格出售，则下列说法中，能正确表达这批图书的促销方法的是 ()

A. 在原价的基础上打 8 折后再减去 15 元

B. 在原价的基础上打 0.8 折后再减去 15 元

C. 在原价的基础上减去 15 元后再打 8 折

D. 在原价的基础上减去 15 元后再打 0.8 折

【答案】C

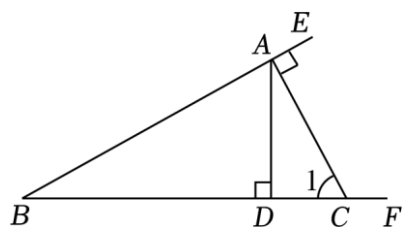
【分析】根据式子得到先减去 15 元，再打折即可得到答案.

【解答】解：由题意可得，

0.8(x - 15) 元表示：在原价的基础上减去 15 元后再打 8 折。

故选：C。

6. (2 分) 如图，已知点 A 是射线 BE 上一点，过 A 作 $CA \perp BE$ 交射线 BF 于点 C， $AD \perp BF$ 交射线 BF 于点 D，下列结论正确的是 ()



- A. $\angle B$ 的余角只有 $\angle 1$
- B. 图中互余的角共有 4 对
- C. $\angle 1$ 的补角只有 $\angle ACF$
- D. 图中与 $\angle ADB$ 互补的角共有 2 个

【答案】 B

【分析】 根据垂直定义可得 $\angle BAC = \angle ADC = \angle ADB = \angle CAE = 90^\circ$ ，然后再根据余角定义和补角定义进行分析即可求解。

【解答】 解：A、 $\because CA \perp BE, AD \perp BF$,

$$\therefore \angle BAC = \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B + \angle 1 = 90^\circ, \angle B + \angle BAD = 90^\circ,$$

$\therefore \angle 1$ 是 $\angle B$ 的余角， $\angle BAD$ 也是 $\angle B$ 的余角，故 A 错误，不合题意；

B、 $\because CA \perp BE, AD \perp BF$,

$$\therefore \angle BAC = \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B + \angle 1 = 90^\circ, \angle B + \angle BAD = 90^\circ, \angle BAD + \angle CAD = 90^\circ, \angle 1 + \angle CAD = 90^\circ,$$

$\therefore$ 图中互余的角共有 4 对，故 B 正确，符合题意；

C、 $\because \angle B + \angle 1 = 90^\circ, \angle B + \angle BAD = 90^\circ$,

$$\therefore \angle 1 = \angle BAD,$$

$$\therefore \angle BAD + \angle DAE = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle DAE = 180^\circ,$$

又 $\because \angle 1 + \angle ACF = 180^\circ$,

$\therefore \angle 1$ 的补角有 $\angle DAE$ 和 $\angle ACF$ ，故 C 错误，不合题意；

D、 $\because \angle ADB = \angle ADC = \angle BAC = \angle CAE = 90^\circ$,

∴图中与 $\angle ADB$ 互补的角共有3个，故D错误，不合题意；

故选：B.

二、填空题（本大题共有10小题，每小题2分，共20分。请把答案直接填写在答题卡相应位置上）

7.（2分）2023年杭州举办了第19届亚运会，杭州亚运会售出约3050000张门票，3050000这个数据用科学记数法表示为 3.05×10^6 .

【答案】 3.05×10^6 .

【分析】科学记数法的表现形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同，当原数绝对值大于等于10时， n 是正整数，当原数绝对值小于1时， n 是负整数；由此进行求解即可得到答案.

【解答】解：3050000 = 3.05×10^6 .

故答案为： 3.05×10^6 .

8.（2分）2024的相反数是 -2024 .

【答案】-2024.

【分析】根据“只有符号不同的两个数互为相反数”，即可得出结果.

【解答】解：根据相反数的定义可知，

2024的相反数是-2024；

故答案为：-2024.

9.（2分）比较大小： 60.5° = $60^\circ 30'$ （用“>”“<”“=”填空）.

【答案】=.

【分析】把两个度数统一单位，进而即可判断.

【解答】解： $60.5^\circ = 60^\circ + 0.5 \times 60' = 60^\circ 30'$ ，

故答案为：=.

10.（2分）单项式 $\frac{1}{3}\pi a^2b$ 的次数是 3 .

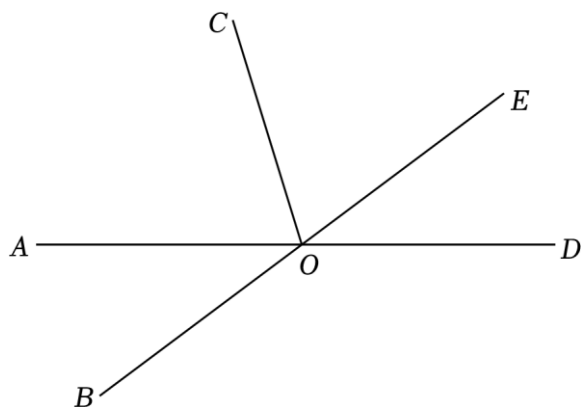
【答案】3.

【分析】根据单项式的次数的定义（一个单项式中，所有字母的指数的和叫做这个单项式的次数）即可得.

【解答】解：单项式 $\frac{1}{3}\pi a^2b$ 的次数是 $2+1=3$.

故答案为：3.

11.（2分）如图，直线AD与BE相交于点O， $\angle AOC = \angle COE = 2\angle DOE$ ，则 $\angle AOB =$ 36° .



【答案】 36° .

【分析】根据对顶角的定义解答即可.

【解答】解： $\because \angle AOC = \angle COE = 2\angle DOE$, $\angle AOC + \angle COE + \angle DOE = 180^\circ$,

$\therefore \angle DOE = 36^\circ$, $\angle AOC = \angle COE = 72^\circ$,

$\therefore \angle AOB = \angle DOE = 36^\circ$,

故答案为： 36° .

12. (2 分) 下列三个日常现象：

①用两根钉子就可以把一根木条固定在墙上；

②把弯曲的公路改直，就能够缩短路程；

③体育课上，老师测量某个同学的跳远成绩.

其中，可以用“两点之间，线段最短”来解释的现象是 ② (填序号).

【答案】见试题解答内容

【分析】根据线段的性质、垂线的性质、直线的性质分别进行分析.

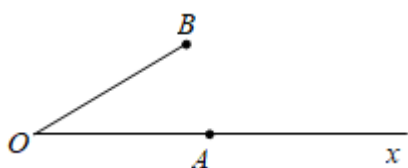
【解答】解：①用两根钉子就可以把一根木条固定在墙上，根据两点确定一条直线；

②把弯曲的公路改直，就能够缩短路程，根据两点之间线段最短；

③体育课上，老师测量某个同学的跳远成绩，根据垂线段最短；

故答案为：②.

13. (2 分) 如图，点 A 在射线 OX 上， $OA=2$. 若将 OA 绕点 O 按逆时针方向旋转 30° 到 OB，那么点 B 的位置可以用 $(2, 30^\circ)$ 表示. 若将 OB 延长到 C，使 $OC=3$ ，再将 OC 按逆时针方向继续旋转 55° 到 OD，那么点 D 的位置可以用 $(\underline{3}, \underline{85^\circ})$ 表示.



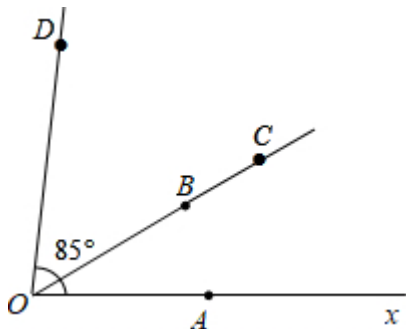
【答案】3, 85° .

【分析】直接利用已知点的意义，进而得出点 D 的位置表示方法.

【解答】解：如图所示：由题意可得： $OD=3$, $\angle AOD=85^\circ$,

故点 D 的位置可以用： $(3, 85^\circ)$ 表示.

故答案为：3, 85° .



14. (2分) 在植树节活动中, A 班有 30 人, B 班有 21 人, 现从 B 班调一部分人去 A 班, 使 A 班人数为 B 班人数的 2 倍, 那么应从 B 班调出 4 人.

【答案】4.

【分析】根据变换后人数关系列式求解即可得到答案.

【解答】解：设应从 B 班调出 x 人, 由题意可得,

$$x+30=2(21-x),$$

解得： $x=4$,

故答案为：4.

15. (2分) 已知当 $x=a$ 时, 代数式 $-x+m$ 与代数式 $x+n$ 的值都等于 8, 则代数式 $m+n=$ 16 .

【答案】16.

【分析】根据当 $x=a$ 时, 代数式 $-x+m$ 与代数式 $x+n$ 的值都等于 8, 求出 $m=8+a$, $n=8-a$, 代入进行计算即可得出答案.

【解答】解： $\because$ 当 $x=a$ 时, 代数式 $-x+m$ 与代数式 $x+n$ 的值都等于 8,

$$\therefore -a+m=8, a+n=8,$$

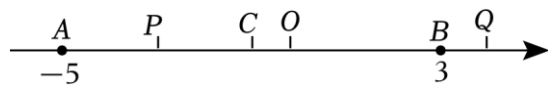
$$\therefore m=8+a, n=8-a,$$

$$\therefore m+n=8+a+8-a=16.$$

故答案为：16.

16. (2分) 已知数轴上的 A、B 两点对应的数字分别为 -5、3, 点 P、Q 同时分别从 A、B 出发沿数轴正方向运动, 点 P 的运动速度为 m 个单位/秒, 点 Q 的运动速度为 n 个单位/秒, 在运动过程中, 取线段

AQ 的中点 C（点 C 始终在线段 PQ 上），若线段 PC 的长度总为一个固定的值，则 m 与 n 应满足的数量关系是 $n=2m$ 。



【答案】 $n=2m$ 。

【分析】 根据动点列出 PQ 长度，根据定值即与参数无关即可得到答案

【解答】 解：设运动 t 秒时，

$$AQ = 3 - (-5) + nt = 8 + nt, AP = mt,$$

∵ 点 C 是 AQ 的中点，

$$\therefore AC = \frac{1}{2}AQ = 4 + \frac{nt}{2},$$

$$\therefore PC = AC - AP = 4 + \frac{nt}{2} - mt,$$

∵ PC 的长度总为一个固定的值，即与 t 无关，

$$\therefore \frac{n}{2} - m = 0, \text{ 即 } n = 2m,$$

故答案为： $n=2m$ 。

三、解答题（本大题共有 8 题，共 68 分。请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

17.（4 分）计算：

$$(1) -7 - (-10) + (-8) + |-2|;$$

$$(2) (-1)^4 - (-3) \times \left(-\frac{1}{3}\right) + (-6) \div \frac{1}{2}.$$

【答案】 (1) -3; (2) -12.

【分析】 (1) 根据加减运算法则直接计算即可得到答案；

(2) 先算乘方，再算乘除，最后算加减即可得到答案.

【解答】 解：(1) 原式 = $-7 + 10 - 8 + 2$

$$= -3;$$

$$(2) \text{原式} = 1 - 1 - 12$$

$$= -12.$$

18.（8 分）解下列方程：

$$(1) 6 - 5x = 3(4 - x);$$

$$(2) \frac{x+1}{2} - \frac{1-x}{3} = 1.$$

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）方程去括号，移项合并，把 x 系数化为 1，即可求出解；

（2）方程去分母，去括号，移项合并，把 x 系数化为 1，即可求出解．

【解答】解：（1）去括号得， $6 - 5x = 12 - 3x$ ，

移项合并得： $-2x = 6$ ，

解得： $x = -3$ ；

（2）去分母得， $3(x+1) - 2(1-x) = 6$ ，

去括号得： $3x+3 - 2+2x=6$ ，

移项合并得： $5x=5$ ，

解得： $x=1$ ．

19.（8分）先化简，再求值： $a^2b + (-5ab^2 + a^2b) - 2(a^2b - 2ab^2)$ ，其中 $a = -1$ ， $b = 3$ ．

【答案】 $-ab^2$ ，9．

【分析】原式去括号合并得到最简结果，把 a 与 b 的值代入计算即可求出值．

【解答】解：原式 $= a^2b - 5ab^2 + a^2b - 2a^2b + 4ab^2$

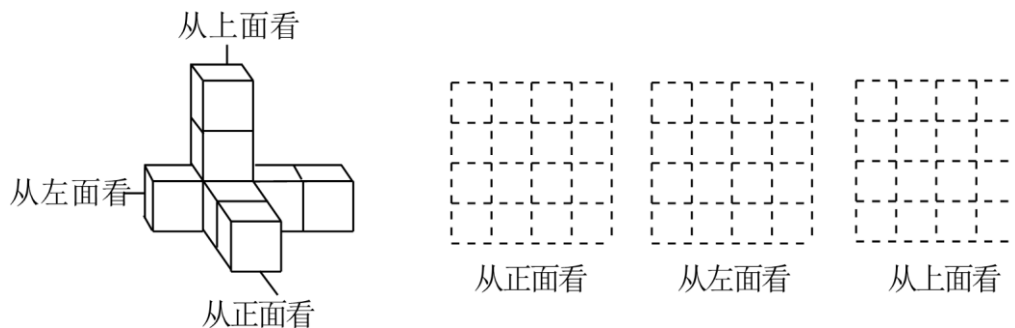
$$= a^2b + a^2b - 2a^2b - 5ab^2 + 4ab^2$$

$$= -ab^2;$$

$$\text{当 } a = -1, b = 3 \text{ 时, 原式} = -ab^2 = -(-1) \times 3^2 = 9.$$

20.（8分）（1）画出如图所示几何体从正面、左面、上面看到的平面图形；

（2）若再添加 n 个小正方体，使新得到的几何体从正面和左面看到的平面图形不变，则 n 的最大值为 6．



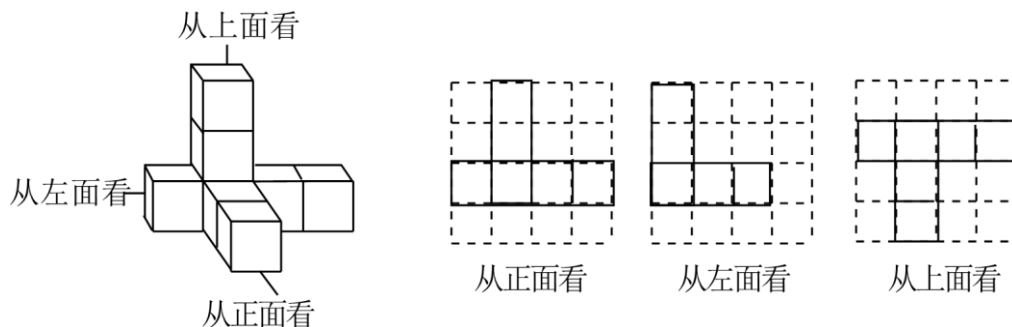
【答案】（1）见解析；

（2）6．

【分析】（1）根据三视图的定义画出图形；

(2) 为了使新得到的几何体从正面和左面看到的平面图形不变，在底层可以添加 6 个小正方形。

【解答】解：(1) 三视图如图所示：



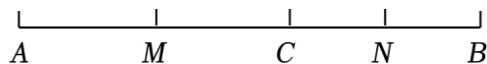
(2) 使新得到的几何体从正面和左面看到的平面图形不变，则 n 的最大值为 6。

故答案为：6。

21. (8 分) 如图，点 M 、 C 、 N 在线段 AB 上，给出下列三个条件：① $AM = \frac{1}{2}AC$ 、② $BN = \frac{1}{2}BC$ 、③ $MN = \frac{1}{2}AB$ 。

(1) 如果 ①②，那么 ③。（从上述三个条件中任选两个作为条件，余下的一个作为结论，填序号，完成上面的填空，并说明结论成立的理由。）

(2) 在 (1) 的条件下，若 $AM = 3cm$ ， $MN = 5cm$ ，求线段 BN 的长。



【答案】(1) ①②，③，理由见解析；

(2) $2cm$ 。

【分析】(1) 根据线段中点的定义以及线段和差关系，即可求解；

(2) 设 $BN = xcm$ ，根据题意，列方程求解即可。

【解答】解：(1) 如果 $AM = \frac{1}{2}AC$ ， $BN = \frac{1}{2}BC$ ，那么 $MN = \frac{1}{2}AB$ ；

证明： $AM = \frac{1}{2}AC$ ， $BN = \frac{1}{2}BC$ ，

则 $MC = AC - AM = \frac{1}{2}AC$ ， $CN = BC - BN = \frac{1}{2}BC$ ，

$\therefore MN = MC + CN = \frac{1}{2}AC + \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}AB$ ，

故答案为：①②，③；

(2) 设 $BN = xcm$ ，

$\therefore BN = \frac{1}{2}BC$ ，

$\therefore BC = 2BN = 2xcm$ ，

$$\because AM=3cm, \quad AM=\frac{1}{2}AC,$$

$$\therefore AC=2AM=6cm,$$

$$\text{则 } AB=AC+BC=(6+2x)cm,$$

$$\text{由 (1) 可得, } 5=\frac{1}{2}(6+2x),$$

$$\text{解得 } x=2cm,$$

即线段 BN 的长为 $2cm$.

22. (8 分) 如图是两张不同类型火车的车票：“ $Dxxx$ 次”表示动车，“ $Gxxx$ 次”表示高铁). 已知该动车和高铁的平均速度分别为 $200km/h$, $300km/h$, 如果两车均按车票信息准时出发, 且同时到达终点, 求 A , B 两地之间的距离.

A地 (售) $A地 \xrightarrow{Dxxx \text{ 次}} B地$ 02车 12号 2024年 1月1日 10:00 ¥ 360元 限乘当日车次	A地 (售) $A地 \xrightarrow{Gxxx \text{ 次}} B地$ 03车 13号 2024年 1月1日 11:00 ¥ 560元 限乘当日车次
--	--

【答案】 A , B 两地之间的距离为 $600km$.

【分析】根据两个的时间差列式求解即可得到答案.

【解答】解：设 A , B 两地之间的距离为 $x km$,

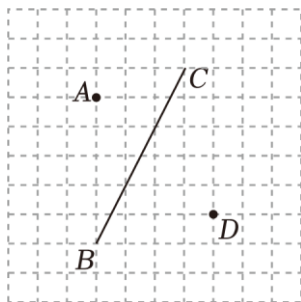
$$\text{由题意可得: } \frac{x}{200} - \frac{x}{300} = 1,$$

$$\text{解得 } x=600,$$

答： A , B 两地之间的距离为 $600km$.

23. (8 分) 用无刻度直尺在网格中画图 (图中的点 A 、 B 、 C 、 D 都在网格的格点上):

- (1) 画直线 AD 交 BC 于点 G ;
- (2) 过点 A 画直线 EF , 使 $EF \parallel BC$;
- (3) 在直线 BC 上画出点 O , 使 $AO+BO+CO$ 最小.



【答案】（1）作图见解析过程；

（2）作图见解析过程；

（3）作图见解析过程。

【分析】（1）直接连接 AD ，交 BC 于一点，该点即为点 G ，

（2）取格点 E ，连接 EA 并延长，交格点 F ，根据 $EF \parallel BC$ ，即直线 EF 到直线 BC 的距离处处相等，即可求解；

（3）根据题意，得 $AO+BO+CO=AO+BC$ ，由垂线段最短，得 AO 最小时， $AO+BO+CO$ 最小，则取格点 O ，连接 AO ，即作 $AO \perp BC$ 即可。

【解答】解：（1）如图 1，连接连接 AD ，交 BC 于一点 G ，点 G 为所求；

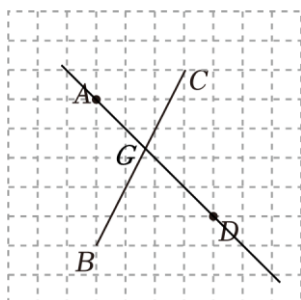


图1

（2）如图 2，取格点 E ，连接 EA 并延长，交格点 F ，此时直线 EF 到直线 BC 的距离处处相等，即 $EF \parallel BC$ ，

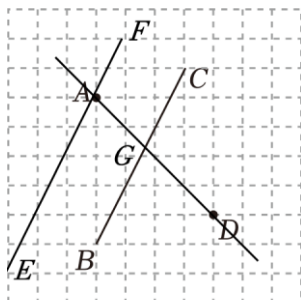


图2

即直线 EF 为所求；

∵两个解的差为8，

∴ $1 - n - n = 8$ 或 $n - (1 - n) = 8$ ，

∴ $n = -\frac{7}{2}$ 或 $n = \frac{9}{2}$.

25. (8分) 小明同学学习角平分线后，借助一副三角尺的运动操作探索变化过程中的不变量.

操作 1: 如图 1 所示放置，其中 $\angle BAC = \angle D = 90^\circ$ ， $\angle ABC = \angle C = 45^\circ$ ； $\angle DAE = 60^\circ$ ， $\angle E = 30^\circ$. 分别作出 $\angle BAD$ 、 $\angle CAE$ 的平分线 AM 、 AN ，得到 $\angle MAN = 75^\circ$ ；

操作 2: 将三角尺 ABC 固定，三角尺 ADE 绕点 A 以 $10^\circ/s$ 的速度逆时针旋转，当 AD 边与 AB 边重合时，此时 A 、 D 、 B 、 M 在同一条直线上，作出 $\angle CAE$ 的平分线 AN ，如图 2 所示，得到 $\angle MAN = 75^\circ$ ；

猜想、验证：由操作 1 和 2，猜想图 3 中 $\angle MAN$ 为一固定值，其中 AM 、 AN 分别是 $\angle BAD$ 、 $\angle CAE$ 的平分线，请你结合图 3，说明猜想是否成立；

质疑：小明同学继续操作，在操作过程中发现当旋转到如图 4 所示位置时，继续作出 $\angle BAD$ 、 $\angle CAE$ 的平分线 AM 、 AN ，通过度量发现 $\angle MAN$ 为另一值，求出此时 $\angle MAN$ 的度数；

发现：三角尺 ABC 固定，三角尺 ADE 从图 1 位置开始绕点 A 以 $10^\circ/s$ 的速度逆时针旋转一周的过程中，只有某一时间段 $\angle MAN$ 为另一值，请直接写出这一时间段的时长.

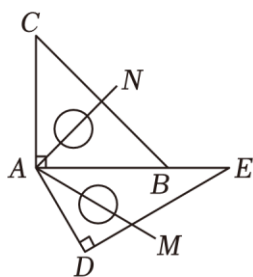


图 1

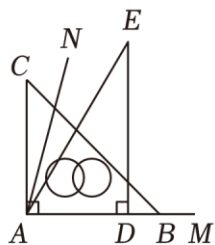


图 2

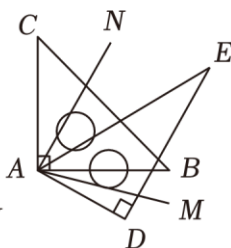


图 3

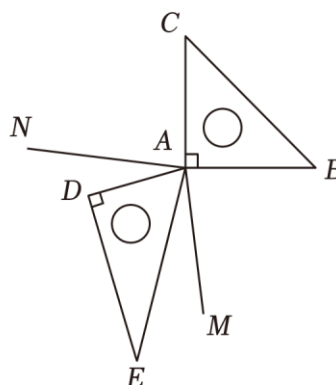


图 4

【答案】 操作 1: 75° ；

操作 2: 75° ；

猜想、验证：成立；质疑： 105° ；

发现：3s.

【分析】 操作 1，图 1 中，根据 AM 是 $\angle BAD$ 的平分线， $\angle EAD = 60^\circ$ ，推出 $\angle EAM = \angle MAD = \frac{1}{2} \angle EAD = 30^\circ$ ，又因为 AN 是 $\angle CAE$ 的平分线，则 $\angle CAN = \angle NAB = \frac{1}{2} \angle CAB = 45^\circ$ ，所以 $\angle MAN = \angle EAM + \angle NAB = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$ ；

操作 2，图 2 中，根据 $\angle CAB = 90^\circ$ ， $\angle EAB = 60^\circ$ ，推出 $\angle CAE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ ，根据 AM 、 AN

是 $\angle BAD$ 、 $\angle CAE$ 的平分线,根据 $\angle CAN=\angle NAE=\frac{1}{2}\angle CAE=15^\circ$,得出 $\angle MAN=\angle MAC-\angle CAN=90^\circ-15^\circ=75^\circ$;

猜想:图3中,设 $\angle BAE$ 为 x° ,则 $\angle BAD=\angle DAE-x^\circ=60^\circ-x^\circ$, $\angle CAE=\angle BAC-x^\circ=90^\circ-x^\circ$,根据 AM 、 AN 是 $\angle BAD$ 、 $\angle CAE$ 的平分线,得出 $\angle MAB=\frac{1}{2}\angle BAD=\frac{1}{2}(60^\circ-x^\circ)=30^\circ-\frac{1}{2}x^\circ$, $\angle EAN=\frac{1}{2}\angle CAE=\frac{1}{2}(90^\circ-x^\circ)=45^\circ-\frac{1}{2}x^\circ$,推出 $\angle MAN=\angle MAB+\angle BAE+\angle EAN$,进而得出结论;

质疑:图4中,设 $\angle BAE$ 为 x° ,则 $\angle BAD=\angle DAE+x^\circ=60^\circ+x^\circ$, $\angle CAE=360^\circ-\angle BAC-\angle BAE=360^\circ-90^\circ-x^\circ=270^\circ-x^\circ$,又因为 AM 、 AN 是 $\angle BAD$ 、 $\angle CAE$ 的平分线,推出 $\angle MAB=\frac{1}{2}\angle BAD=\frac{1}{2}(60^\circ+x^\circ)=30^\circ+\frac{1}{2}x^\circ$,
则
 $\angle EAN=\frac{1}{2}\angle CAE=\frac{1}{2}(270^\circ-x^\circ)=135^\circ-\frac{1}{2}x^\circ$,再根据 $\angle MAN=\angle EAB+\angle EAN-\angle MAB=105^\circ$,再根据 $105^\circ-75^\circ=30^\circ$, $30\div 10=3(s)$,再得出发现:3s.

【解答】解:操作1,图1中, $\because AM$ 是 $\angle BAD$ 的平分线, $\angle EAD=60^\circ$,

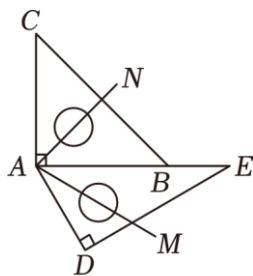


图 1

$$\therefore \angle EAM=\angle MAD=\frac{1}{2}\angle EAD=30^\circ,$$

$\because AN$ 是 $\angle CAE$ 的平分线,

$$\therefore \angle CAN=\angle NAB=\frac{1}{2}\angle CAB=45^\circ,$$

$$\therefore \angle MAN=\angle EAM+\angle NAB=30^\circ+45^\circ=75^\circ;$$

操作2,图2中, $\because \angle CAB=90^\circ$, $\angle EAB=60^\circ$,

$$\therefore \angle CAE=90^\circ-60^\circ=30^\circ,$$

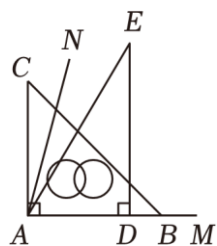


图 2

$\because AM$ 、 AN 是 $\angle BAD$ 、 $\angle CAE$ 的平分线，

$$\therefore \angle CAN = \angle NAE = \frac{1}{2} \angle CAE = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle MAN = \angle MAC - \angle CAN = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ,$$

故答案为： 75° ， 75° ；

猜想：图 3 中，设 $\angle BAE$ 为 x° ，则 $\angle BAD = \angle DAE - x^\circ = 60^\circ - x^\circ$ ，

$$\angle CAE = \angle BAC - x^\circ = 90^\circ - x^\circ,$$

$\because AM$ 、 AN 是 $\angle BAD$ 、 $\angle CAE$ 的平分线，

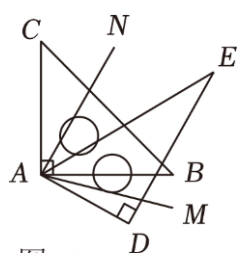


图 3

$$\therefore \angle MAB = \frac{1}{2} \angle BAD = \frac{1}{2} (60^\circ - x^\circ) = 30^\circ - \frac{1}{2} x^\circ,$$

$$\angle EAN = \frac{1}{2} \angle CAE = \frac{1}{2} (90^\circ - x^\circ) = 45^\circ - \frac{1}{2} x^\circ,$$

$$\therefore \angle MAN = \angle MAB + \angle BAE + \angle EAN$$

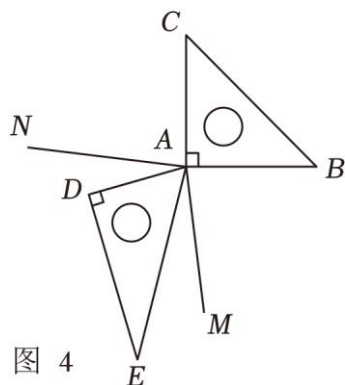
$$= 30^\circ - \frac{1}{2} x^\circ + x^\circ + 45^\circ - \frac{1}{2} x^\circ$$

$$= 75^\circ;$$

质疑：图 4 中，设 $\angle BAE$ 为 x° ，则 $\angle BAD = \angle DAE + x^\circ = 60^\circ + x^\circ$ ，

$$\angle CAE = 360^\circ - \angle BAC - \angle BAE = 360^\circ - 90^\circ - x^\circ = 270^\circ - x^\circ,$$

$\because AM$ 、 AN 是 $\angle BAD$ 、 $\angle CAE$ 的平分线，



$$\therefore \angle MAB = \frac{1}{2} \angle BAD = \frac{1}{2} (60^\circ + x^\circ) = 30^\circ + \frac{1}{2} x^\circ,$$

$$\angle EAN = \frac{1}{2} \angle CAE = \frac{1}{2} (270^\circ - x^\circ) = 135^\circ - \frac{1}{2} x^\circ,$$

$$\therefore \angle MAN = \angle EAB + \angle EAN - \angle MAB$$

$$= 135^\circ - \frac{1}{2} x^\circ + x^\circ - (30^\circ + \frac{1}{2} x^\circ)$$

$$= 105^\circ,$$

$$\therefore 105^\circ - 75^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore 30 \div 10 = 3 \text{ (s)},$$

$\therefore$ 这一时间段的时长为 3s.