2023-2024学年江苏省南京市栖霞区伯乐中学九年级（上）期初数学试卷

一、选择题（本大题共6小题，每小题2分，共12分）

1．（2分）以下调查中，最适合采用普查的是（　　）

A．了解全市中学生的睡眠时间

B．了解某班同学的身高情况

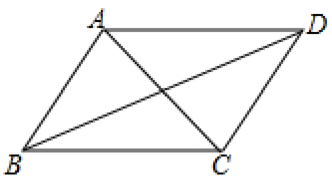
C．了解一批灯泡的使用寿命

D．了解长江的水质情况

2．（2分）当$x=1$时，下列分式无意义的是（　　）

A．$\frac{x-1}{x}$　　B．$\frac{x+1}{x}$　　C．$\frac{x}{x-1}$　　D．$\frac{x}{x+1}$

3．（2分）已知四边形$ABCD$是平行四边形，下列结论不正确的是（　　）



A．当$AB=BC$时，它是菱形

B．当$\angle ABC=90^\circ$时，它是矩形

C．当$AC\perp BD$时，它是菱形

D．当$AC=BD$时，它是正方形

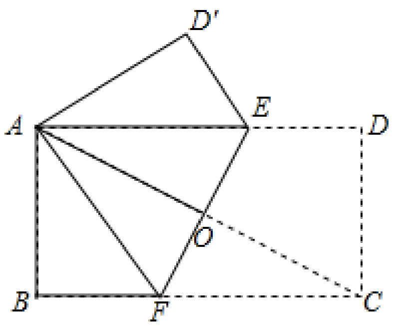
4．（2分）无理数$\sqrt{10}$在（　　）

A．2和3之间　　B．3和4之间　　C．4和5之间　　D．5和6之间

5．（2分）已知点A（x_1，y_1），B（x_2，y_2）在反比例函数$y=\frac{2}{x}$的图象上，且$x_1<0<x_2$，则下列结论一定正确的是（　　）

A．$y_1+y_2<0$　　B．$y_1+y_2>0$　　C．$y_1-y_2<0$　　D．$y_1-y_2>0$

6．（2分）如图，将矩形$ABCD$折叠，使点C和点A重合，折痕为EF，EF与AC交于点O．若$AE=5$，$BF=3$，则AO的长为（　　）



A．$\sqrt{5}$　　　　　B．$\frac{3}{2}\sqrt{5}$　　　　　C．$2\sqrt{5}$　　　　　D．$4\sqrt{5}$

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

7．（2 分）今年我市有 5 万名考生参加中考，为了解这些考生的数学成绩，从中抽取 1000 名考生的数学成绩进行统计分析，在这个调查中样本容量是 ___________.

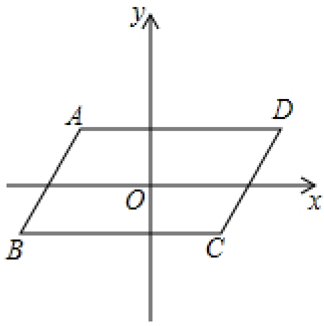
8．（2 分）若$\sqrt{x-1}$在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是 __________.

9．（2 分）一个不透明的口袋中装有 1 个红球，2 个黄球，3 个白球，每个球除颜色外都相同，任意摸出一球，摸到 _______（填“红”、“黄”或“白”）球的可能性最小.

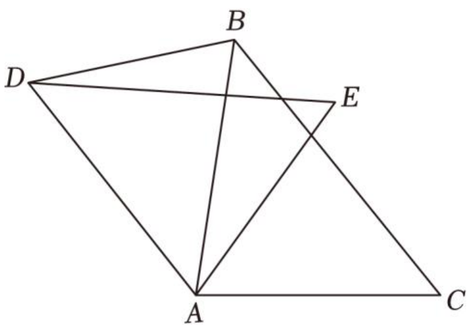
10．（2 分）计算：$\sqrt{24}-6\sqrt{\frac{1}{6}}$的结果是_________________.

11．（2 分）若反比例函数$y=\frac{k-2}{x}$的图象，在每个象限内 y 都随 x 的增大而增大，则 k 的值可以是 _______________.（写出一个满足条件的即可）

12．（2 分）以▱$ABCD$ 对角线的交点 O 为原点，平行于 BC 边的直线为 x 轴，建立如图所示的平面直角坐标系．若 A 点坐标为（﹣2，1），则 C 点坐标为 _____________.

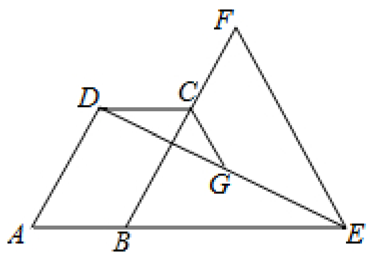


13．（2 分）如图，在△ABC 中，∠ABC＝50°．将△ABC 绕点 A 逆时针旋转得到△ADE．若 AD∥BC，则∠BDE 的度数为 _________°．



14．（2 分）已知反比例函数$y=\frac{k}{x}$的图象经过点（3，﹣1），若 x＜﹣2，则 y 的取值范围为 _____________________.

15．（2 分）如图，▱$ABCD$ 的顶点 C 在等边△BEF 的边 BF 上，点 E 在 AB 的延长线上，G 为 DE 的中点，连接 CG．若 AD＝3，AB＝CF＝2，则 CG 的长为 ____________________.



16.（2 分）若关于 x 的方程$\frac{mx-1}{x-1}$=3 无解，则 m 的值为 ＿＿＿＿＿＿.

三、解答题（本大题共 9 小题，共 68 分）

17.（10 分）（1）计算：$(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)+(\sqrt{5}-2)^2$；

（2）化简：$(x+1-\frac{7x-9}{x})\div\frac{x^2-9}{x}$.

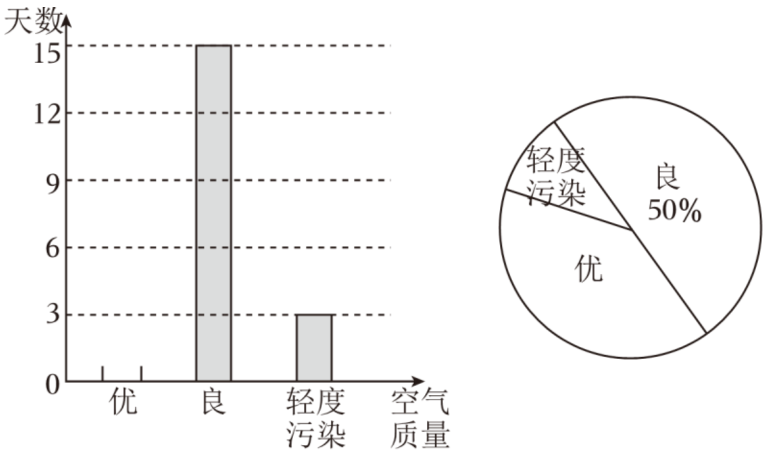
18.（6 分）解分式方程：$\frac{x-2}{x}-\frac{3}{x-2}=1$.

19.（6 分）目前，我国的空气质量得到了大幅度的提高．现随机调查了某城市 1 个月的空气质量情况，并将监测的结果绘制成如下的两幅不完整的统计图．请根据图中提供的信息，解答下面的问题：

（1）本次调查中，一共调查的天数为 ＿＿＿＿＿天．

（2）将条形图补充完整；

（3）估计该城市一年（以 365 天计算）中，空气质量达到优的天数．



20.（6 分）在一个不透明的盒子里装有颜色不同的黑、白两种球共 40 个，小颖做摸球试验，她将盒子里面的球搅匀后从中随机摸出一个球记下颜色，再把它放回盒子中，不断重复上述过程，得到如下的统计表：

摸球的次数 n	40	50	60	70	80	90	100	200
摸到白球的频数	22	26	30	36	40	46	50	100

摸到白球的频率	0.55	0.52	0.50	0.51	0.50	0.51	0.50	0.50

（1）请估计：当摸球次数 n 很大时，摸到白球的概率将会接近 ___________（结果精确到 0.01）；

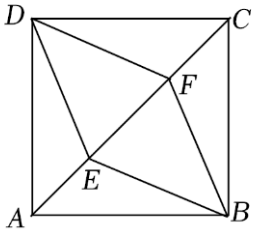
（2）估算盒子里有白球 _________个；

（3）若要使摸到白球的概率为 0.6，求需往盒子里再放入多少个白球？

21．（8 分）如图，四边形 $ABCD$ 是正方形，E，F 是对角线 AC 上的两点，且 $AE=CF$.

（1）求证：四边形 $BEDF$ 是菱形；

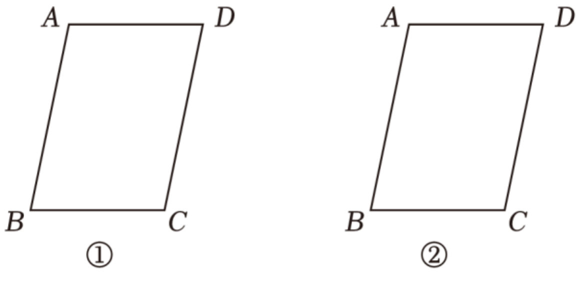
（2）若 $AC=8$，$AE=2$，求四边形 $BEDF$ 的周长．



22．（6 分）如图，在▱$ABCD$ 中，利用直尺和圆规在边 AD 上作点 P，使点 P 分别满足以下要求（不写作法，保留作图痕迹）：

（1）在图①中作出点 P，使得 $BP=CP$；

（2）在图②中作出点 P，使得 $BP=AP+BC$．

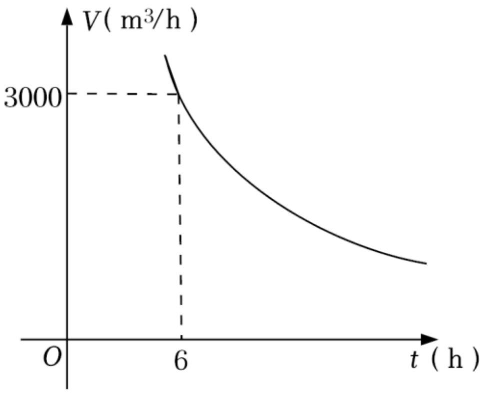


23．（8 分）某蓄水池员工对一蓄水池进行排水，该蓄水池每小时的排水量 V（m^3/h）与排完水池中的水所用的时间 t（h）之间的函数关系如图所示．

（1）求 V 与 t 的函数表达式；

（2）若每小时排水量不超过 $2000m^3$，则排完水池中的水至少需要 __________h；

（3）由于该蓄水池员工有其他任务，为了提前 $2h$ 排完水池中的水，需将原计划每小时的排水量增加 25%，求原计划每小时的排水量是多少 m^3？



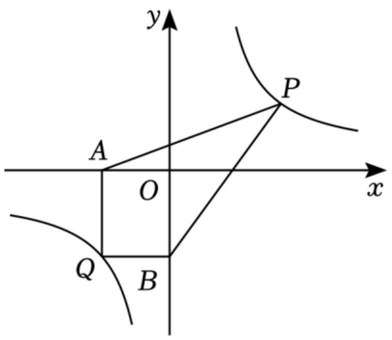
24.（8 分）【阅读理解】对于任意正实数 a、b，∵ $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2\geqslant0$，∴ $a-2\sqrt{ab}+b\geqslant0$，∴ $a+b\geqslant2\sqrt{ab}$，（只有当 $a=b$ 时，$a+b=2\sqrt{ab}$）.

【获得结论】在 $a+b\geqslant2\sqrt{ab}$（a、b 均为正实数）中，若 ab 为定值 p，则 $a+b\geqslant2\sqrt{p}$，只有当 $a=b$ 时，$a+b$ 有最小值 $2\sqrt{p}$.

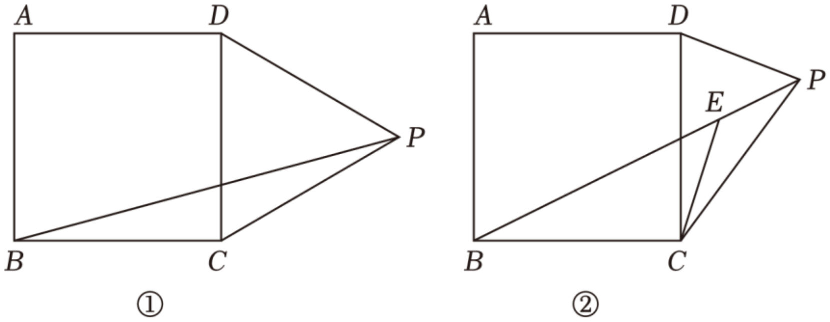
【探索应用】根据上述内容，回答下列问题：

（1）若 $m>0$，只有当 $m=$_______时，$m+\frac{4}{m}$有最小值 _______；

（2）已知点 Q（﹣4，﹣5）是双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 上点，过 Q 作 $QA\perp x$ 轴于点 A，作 $QB\perp y$ 轴于点 B．点 P 为双曲线 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 上任意一点，连接 PA，PB，求四边形 $AQBP$ 的面积的最小值.



25.（10 分）如图，P 是正方形 $ABCD$ 的边 CD 右侧一点，$CP=CD$，$\angle PCD$ 为锐角，连接 PB，PD.



（1）如图①，若 $PD=PC$，求 $\angle BPD$ 的度数；

（2）如图②，作 CE 平分 $\angle PCD$ 交 PB 于 E.

①$\angle BEC$ 的度数是 ________°；

②探究 PD，BE，CE 之间的数量关系，并证明．

2023-2024 学年江苏省南京市栖霞区伯乐中学九年级（上）期初数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分）

1．（2 分）以下调查中，最适合采用普查的是（　　）

A．了解全市中学生的睡眠时间

B．了解某班同学的身高情况

C．了解一批灯泡的使用寿命

D．了解长江的水质情况

【答案】*B*

【分析】由普查得到的调查结果比较准确，但所费人力、物力和时间较多，而抽样调查得到的调查结果比较近似．

【解答】解：*A*．了解全市中学生的睡眠时间，适宜采用抽样调查，故本选项不符合题意；

B．了解某班同学的身高情况，适合普查，故本选项符合题意；

C．了解一批灯泡的使用寿命，适宜采用抽样调查，故本选项不符合题意；

D．了解长江的水质情况，适宜采用抽样调查，故本选项不符合题意．

故选：*B*．

2．（2 分）当 $x=1$ 时，下列分式无意义的是（　　）

A．$\frac{x-1}{x}$　　B．$\frac{x+1}{x}$　　C．$\frac{x}{x-1}$　　D．$\frac{x}{x+1}$

【答案】*C*

【分析】直接利用分式有意义的条件分析得出答案．

【解答】解：*A*、当 $x=1$ 时，分式有意义，不符合题意；

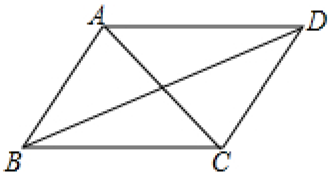
B，当 $x=1$ 时，分式有意义，不符合题意；

C、当 $x=1$ 时，$x-1=0$，分式无意义，符合题意；

D、当 $x=1$ 时，$x+1\neq 0$，分式有意义，不符合题意；

故选：*C*．

3．（2 分）已知四边形 *ABCD* 是平行四边形，下列结论不正确的是（　　）



A．当 $AB=BC$ 时，它是菱形

B．当 $\angle ABC=90^\circ$ 时，它是矩形

C．当 $AC\perp BD$ 时，它是菱形

D．当 $AC=BD$ 时，它是正方形

【答案】D

【分析】根据邻边相等的平行四边形是菱形；根据所给条件可以证出邻边相等；根据有一个角是直角的平行四边形是矩形；根据对角线相等的平行四边形是矩形．

【解答】解：A、根据邻边相等的平行四边形是菱形可知：四边形 $ABCD$ 是平行四边形，当 $AB=BC$ 时，它是菱形，故 A 选项正确；

B、有一个角是直角的平行四边形是矩形，故 B 选项正确；

C、∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，∴$BO=OD$，∵$AC\perp BD$，∴$AB^2=BO^2+AO^2$，$AD^2=DO^2+AO^2$，∴$AB=AD$，∴四边形 $ABCD$ 是菱形，故 C 选项正确；

D、根据对角线相等的平行四边形是矩形可知当 $AC=BD$ 时，它是矩形，不是正方形，故 D 选项错误；

综上所述，符合题意是 D 选项；

故选：D．

4．（2 分）无理数$\sqrt{10}$在（　　）

A．2 和 3 之间　　B．3 和 4 之间　　C．4 和 5 之间　　D．5 和 6 之间

【答案】B

【分析】由$\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$可以得到答案．

【解答】解：∵$3<\sqrt{10}<4$，

∴无理数$\sqrt{10}$在 3 和 4 之间．

故选：B．

5．（2 分）已知点 A（x_1，y_1），B（x_2，y_2）在反比例函数$y=\frac{2}{x}$的图象上，且 $x_1<0<x_2$，则下列结论一定正确的是（　　）

A．$y_1+y_2<0$　　B．$y_1+y_2>0$　　C．$y_1-y_2<0$　　D．$y_1-y_2>0$

【答案】D

【分析】根据反比例函数的图象和性质，由 $x_1<0<x_2$，可判断 $y_1>0>y_2$，进而得出答案．

【解答】解：∵反比例函数 $y=-\frac{2}{x}$的图象在二、四象限，而 $x_1<0<x_2$，

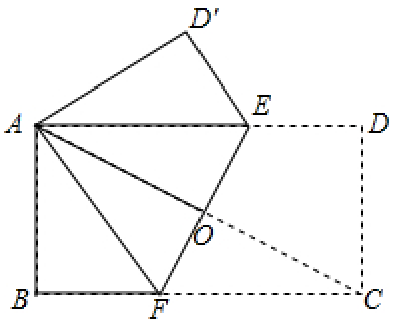
∴点 A（x_1，y_1）在第二象限反比例函数 $y=-\frac{2}{x}$的图象上，B（x_2，y_2） 在第四象限反比例函数 $y=-\frac{2}{x}$的图象上，

∴$y_1>0>y_2$，

∴$y_1-y_2>0$，

故选：D.

6.（2 分）如图，将矩形 $ABCD$ 折叠，使点 C 和点 A 重合，折痕为 EF，EF 与 AC 交于点 O．若 $AE=5$，$BF=3$，则 AO 的长为（　　）



A．$\sqrt{5}$　　B．$\frac{3}{2}\sqrt{5}$　　C．$2\sqrt{5}$　　D．$4\sqrt{5}$

【答案】C

【分析】由矩形的性质，折叠轴对称的性质，可求出 $AF=FC=AE=5$，由勾股定理求出 AB，AC，进而求出 OA 即可．

【解答】解：∵矩形 $ABCD$，

∴$AD\parallel BC$，$AD=BC$，$AB=CD$，

∴$\angle EFC=\angle AEF$，

由折叠得，$\angle EFC=\angle AFE$，

∴$\angle AFE=\angle AEF$，

∴$AE=AF=5$，

由折叠得，

$FC=AF$，$OA=OC$，

∴$BC=3+5=8$，

在 Rt△ABF 中，$AB=\sqrt{5^2-3^2}=4$，

在 Rt△ABC 中，$AC=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$，

∴$OA=OC=2\sqrt{5}$，

故选：C.

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

7.（2 分）今年我市有 5 万名考生参加中考，为了解这些考生的数学成绩，从中抽取 1000 名考生的数学成绩进行统计分析，在这个调查中样本容量是 __1000__.

【答案】1000.

【分析】总体是指考查的对象的全体，个体是总体中的每一个考查的对象，样本是总体中所抽取的一部分个体，而样本容量则是指样本中个体的数目．我们在区分总体、个体、样本、样本容量，这四个概念时，首先找出考查的对象．从而找出总体、个体．再根据被收集数据的这一部分对象找出样本，最后再根据样本确定出样本容量.

【解答】解：今年我市有 5 万名考生参加中考，为了解这些考生的数学成绩，从中抽取 1000 名考生的数学成绩进行统计分析，在这个调查中样本容量是 1000.

故答案为：1000.

8.（2 分）若$\sqrt{x-1}$在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是 __$x\geqslant1$__.

【答案】见试题解答内容

【分析】直接利用二次根式有意义的条件进而得出答案.

【解答】解：若$\sqrt{x-1}$在实数范围内有意义，

则 $x-1\geqslant0$，

解得：$x\geqslant1$.

故答案为：$x\geqslant1$.

9.（2 分）一个不透明的口袋中装有 1 个红球，2 个黄球，3 个白球，每个球除颜色外都相同，任意摸出一球，摸到 __红__（填“红”、“黄”或“白”）球的可能性最小.

【答案】红.

【分析】分别求出摸到红球、摸到黄球、摸到白球的可能性大小，再比较即可确定摸到什么颜色球的可能性最小.

【解答】解：摸到红球的可能性为：$\frac{1}{1+2+3}=\frac{1}{6}$，

摸到黄球的可能性为：$\frac{2}{1+2+3}=\frac{1}{3}$，

摸到白球的可能性为：$\frac{3}{1+2+3}=\frac{1}{2}$，

$\because \frac{1}{6}<\frac{1}{3}<\frac{1}{2}$，

∴摸到红球的可能性最小，

故答案为：红．

10．（2 分）计算：$\sqrt{24}-6\sqrt{\frac{1}{6}}$的结果是__$\sqrt{6}$__．

【答案】$\sqrt{6}$．

【分析】先化简二次根式，再利用二次根式的加减法则计算即可．

【解答】解：原式$=2\sqrt{6}-\sqrt{6}=\sqrt{6}$．

故答案为：$\sqrt{6}$．

11．（2 分）若反比例函数$y=\frac{k-2}{x}$的图象，在每个象限内 y 都随 x 的增大而增大，则 k 的值可以是 __1（答案不唯一）__．（写出一个满足条件的即可）

【答案】1（答案不唯一）．

【分析】先根据反比例函数的增减性得出 $k-2<0$，进而可得出结论．

【解答】解：∵反比例函数$y=\frac{k-2}{x}$的图象，在每个象限内 y 都随 x 的增大而增大，

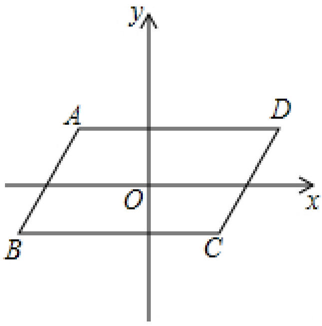
∴$k-2<0$，

解得 $k<2$，

∴k 可以等于 1．

故答案为：1（答案不唯一）．

12．（2 分）以▱*ABCD* 对角线的交点 *O* 为原点，平行于 *BC* 边的直线为 *x* 轴，建立如图所示的平面直角坐标系．若 *A* 点坐标为（﹣2，1），则 *C* 点坐标为 __（2，﹣1）__．



【答案】见试题解答内容

【分析】根据平行四边形是中心对称图形，再根据▱*ABCD* 对角线的交点 *O* 为原点和点 *A* 的坐标，即可得到点 *C* 的坐标．

【解答】解：方法一：∵▱*ABCD* 对角线的交点 *O* 为原点，

∴▱$ABCD$ 的 A 点和 C 点关于点 O 中心对称，

∵A 点坐标为（﹣2，1），

∴点 C 的坐标为（2，﹣1），

故答案为：（2，﹣1）.

方法二：∵四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

∴点 A 和 C 关于对角线的交点 O 对称，

又∵O 为原点，

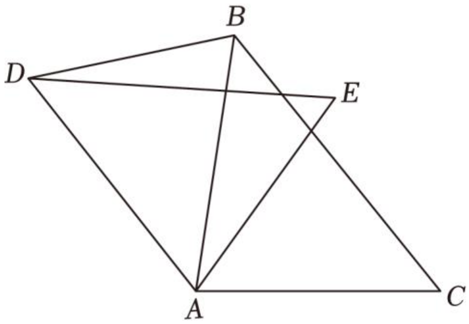
∴点 A 和 C 关于原点对称，

∵点 A（﹣2，1），

∴点 C 的坐标为（2，﹣1），

故答案为：（2，﹣1）.

13．（2 分）如图，在△ABC 中，$\angle ABC=50^\circ$．将△ABC 绕点 A 逆时针旋转得到△ADE．若 $AD\parallel BC$，则 $\angle BDE$ 的度数为 __15__ °．



【答案】15．

【分析】根据旋转的性质得出 $\angle ADE=\angle ABC=50^\circ$，$AB=AD$，再根据平行线的性质得出 $\angle ABC=\angle DAB=50^\circ$，再由三角形内角和定理即可求解．

【解答】解：∵将△ABC 绕点 A 逆时针旋转得到△ADE，

∴$\angle ADE=\angle ABC=50^\circ$，$AB=AD$，

∴$\angle ADB=\angle ABD$，

∵$AD\parallel BC$，

∴$\angle ABC=\angle DAB=50^\circ$，

∴$\angle ADB=\dfrac{180^\circ-50^\circ}{2}=65^\circ$，

∴$\angle BDE=\angle BDA-\angle ADE=65^\circ-50^\circ=15^\circ$，

故答案为：15．

14．（2 分）已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}$的图象经过点（3，﹣1），若 $x<-2$，则 y 的取值范围为 ＿$0<y<\frac{3}{2}$＿．

【答案】$0<y<\frac{3}{2}$．

【分析】依据题意先求出 k，再根据若 $x<-2$，即可判断可以得解．

【解答】解：由题意，∵$y=\frac{k}{x}$的图象经过点（3，﹣1），

∴$k=3\times(-1)=-3$．

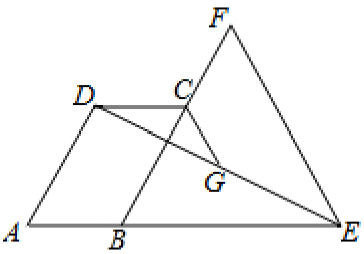
∴函数解析式 $y=-\frac{3}{x}$．

∴当 $x=-2$ 时，$y=\frac{3}{2}$．

又 $x<-2$，

∴$0<y<\frac{3}{2}$．

15．（2 分）如图，▱$ABCD$ 的顶点 C 在等边△BEF 的边 BF 上，点 E 在 AB 的延长线上，G 为 DE 的中点，连接 CG．若 $AD=3$，$AB=CF=2$，则 CG 的长为 ＿$\frac{3}{2}$＿．



【答案】见试题解答内容

【分析】根据平行四边形的性质和等边三角形的性质，可以得到 BF 和 BE 的长，然后可以证明△DCG 和△EHG 全等，然后即可得到 CG 的长．

【解答】解：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AD=BC$，$CD=AB$，$DC\parallel AB$，

∵$AD=3$，$AB=CF=2$，

∴$CD=2$，$BC=3$，

∴$BF=BC+CF=5$，

∵△BEF 是等边三角形，G 为 DE 的中点，

∴$BF=BE=5$，$DG=EG$，

延长 CG 交 BE 于点 H，

∵$DC\parallel AB$，

∴$\angle CDG=\angle HEG$，

在$\triangle DCG$和$\triangle EHG$中，

$$\begin{cases}\angle CDG=\angle HEG \\ DG=EG \\ \angle DGC=\angle EGH\end{cases},$$

∴$\triangle DCG\cong\triangle EHG$（ASA），

∴$DC=EH$，$CG=HG$，

∵$CD=2$，$BE=5$，

∴$HE=2$，$BH=3$，

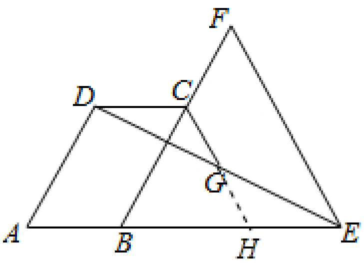
∵$\angle CBH=60°$，$BC=BH=3$，

∴$\triangle CBH$是等边三角形，

∴$CH=BC=3$，

∴$CG=\frac{1}{2}CH=\frac{3}{2}$，

故答案为：$\frac{3}{2}$.



16.（2 分）若关于 x 的方程$\frac{mx-1}{x-1}=3$无解，则 m 的值为 <u>1 或 3</u>.

【答案】见试题解答内容

【分析】先假设方程有解，利用含有 m 的代数式表示方程的解，再根据解可判断出该方程无解符合根为增根的情况，将方程中的分母等于 0，算出增根，得到 m 的方程即可求解.

【解答】解：分式方程去分母得：$mx-1=3x-3$，

解得 $x=\frac{-2}{m-3}$，

∵该方程无解，

∴$x=\frac{-2}{m-3}$是增根或 $m-3=0$，

∵$x=1$ 是该方程的增根，

∴$\frac{-2}{m-3}=1$，

∴m＝1 或 3．

故答案为：1 或 3．

三、解答题（本大题共 9 小题，共 68 分）

17.（10 分）（1）计算：$(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)+(\sqrt{5}-2)^2$；

（2）化简：$(x+1-\frac{7x-9}{x})\div\frac{x^2-9}{x}$．

【答案】（1）$10-4\sqrt{5}$；

（2）$\frac{x-3}{x+3}$．

【分析】（1）利用乘法公式计算即可；

（2）先计算括号，再计算乘除．

【解答】解：（1）原式＝$(\sqrt{5})^2-2^2+5-4\sqrt{5}+4$

$=10-4\sqrt{5}$；

（2）原式＝$\frac{x^2+x-7x+9}{x}\times\frac{x}{(x+3)(x-3)}$

$=\frac{(x-3)^2}{x}\times\frac{x}{(x+3)(x-3)}$

$=\frac{x-3}{x+3}$．

18.（6 分）解分式方程：$\frac{x-2}{x}-\frac{3}{x-2}=1$．

【答案】见试题解答内容

【分析】分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解．

【解答】解：方程$\frac{x-2}{x}-\frac{3}{x-2}=1$，

去分母得：$x^2-4x+4-3x=x^2-2x$，

解得：$x=\frac{4}{5}$，

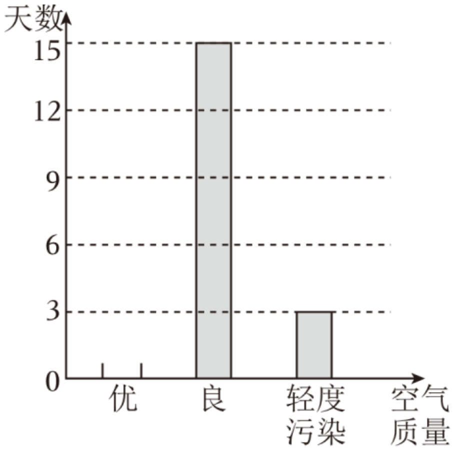
经检验 $x=\frac{4}{5}$是分式方程的解．

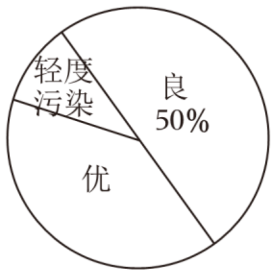
19.（6 分）目前，我国的空气质量得到了大幅度的提高．现随机调查了某城市 1 个月的空气质量情况，并将监测的结果绘制成如下的两幅不完整的统计图．请根据图中提供的信息，解答下面的问题：

（1）本次调查中，一共调查的天数为 <u>30</u> 天．

（2）将条形图补充完整；

（3）估计该城市一年（以 365 天计算）中，空气质量达到优的天数．





【答案】（1）30；

（2）见解答；

（3）146 天．

【分析】（1）用“良”的天数除以其所占百分比可得总天数；

（2）总天数减去良和轻度污染的天数求得优的天数，据此补全图形即可得；

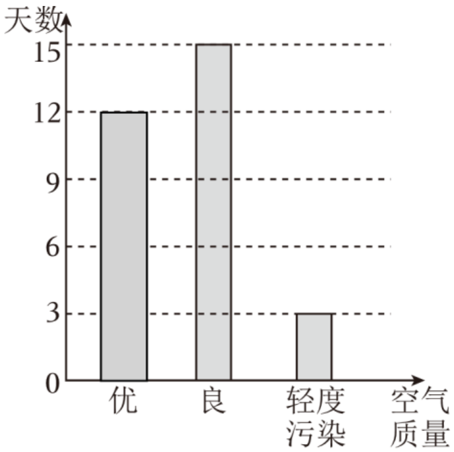
（3）用 365 天乘以空气质量未达到优的天数所占的百分比即可得出答案．

【解答】解：（1）调查的总天数为：15÷50%＝30（天），

故答案为：30；

（2）空气质量为“优”的天数为：30﹣15﹣3＝12（天），

补全图形如下：



（3）根据题意得：

$\frac{12}{30}\times 365=146$（天），

答：估计该城市一年（以 365 天计算）中，空气质量达到优的天数为 146 天．

20．（6 分）在一个不透明的盒子里装有颜色不同的黑、白两种球共 40 个，小颖做摸球试验，她将盒子里

面的球搅匀后从中随机摸出一个球记下颜色，再把它放回盒子中，不断重复上述过程，得到如下的统计表：

摸球的次数 n	40	50	60	70	80	90	100	200
摸到白球的频数	22	26	30	36	40	46	50	100
摸到白球的频率	0.55	0.52	0.50	0.51	0.50	0.51	0.50	0.50

（1）请估计：当摸球次数 n 很大时，摸到白球的概率将会接近 <u>0.50</u> （结果精确到 0.01）；

（2）估算盒子里有白球 <u>20</u> 个；

（3）若要使摸到白球的概率为 0.6，求需往盒子里再放入多少个白球？

【答案】（1）0.50；

（2）20；

（3）需往盒子里再放入 4 个白球．

【分析】（1）由表格信息计算出摸到白球频率的平均值，即可得到当 n 很大时，摸到白球的概率；

（2）根据摸到白球的频率为 0.51，黑、白两种球共 40 个，即可求出答案；

（3）根设需往盒子里再放入 x 个白球，根据摸到白球的频率为 0.6，黑、白两种球共 40 个，即可求出答案．

【解答】解：（1）∵摸到白球的频率为 0.50，

∴当 n 很大时，摸到白球的频率将会接近 0.50．

故答案为：0.50；

（2）∵摸到白球的频率为 0.50，黑、白两种球共 40 个，

∴估算盒子里有白球 40×0.50＝20（个）．

故答案为：20；

（3）设需往盒子里再放入 x 个白球，

根据题意得 $\frac{20+x}{40}=0.6$，

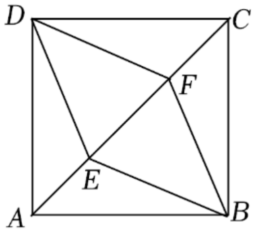
解得 $x=4$，

答：需往盒子里再放入 4 个白球．

21．（8 分）如图，四边形 $ABCD$ 是正方形，E，F 是对角线 AC 上的两点，且 $AE=CF$．

（1）求证：四边形 $BEDF$ 是菱形；

（2）若 $AC=8$，$AE=2$，求四边形 $BEDF$ 的周长．



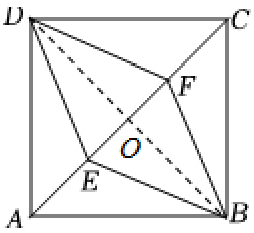
【答案】（1）证明见解析；

（2）$8\sqrt{5}$．

【分析】（1）连接 BD 交 AC 于点 O，根据正方形的性质，可得 $BD\perp AC$，$OA=OB=OC=OD$，根据 $AE=CF$，可得 $OE=OF$，即可得证；

（2）根据已知条件，可得 $OE=2$，$OB=4$，根据勾股定理可得 BE 的值，即可求出菱形 $BDEF$ 的周长．

【解答】（1）证明：连接 BD 交 AC 于点 O，如图所示：



在正方形 $ABCD$ 中，$AC\perp BD$，且 $OA=OC=OB=OD$，

$\because AE=CF$，

$\therefore OE=OF$，

$\because OD=OB$，

$\therefore$ 四边形 $BEDF$ 是平行四边形，

$\because BD\perp EF$，

$\therefore$ 四边形 $BEDF$ 是菱形；

（2）解：$\because AC=8$，

$\therefore OA=OB=4$，

$\because AE=2$，

$\therefore OE=4-2=2$，

在△EOB 中，根据勾股定理，得 $BE=2\sqrt{5}$，

$\because$ 四边形 $BEDF$ 是菱形，

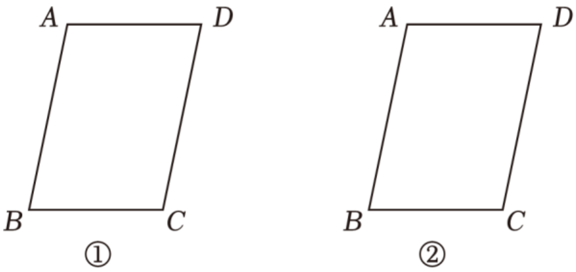
$\therefore$ 四边形 $BEDF$ 的周长为 $2\sqrt{5}\times4=8\sqrt{5}$．

22．（6 分）如图，在▱$ABCD$ 中，利用直尺和圆规在边 AD 上作点 P，使点 P 分别满足以下要求（不写作

法，保留作图痕迹）：

（1）在图①中作出点 P，使得 $BP=CP$；

（2）在图②中作出点 P，使得 $BP=AP+BC$.

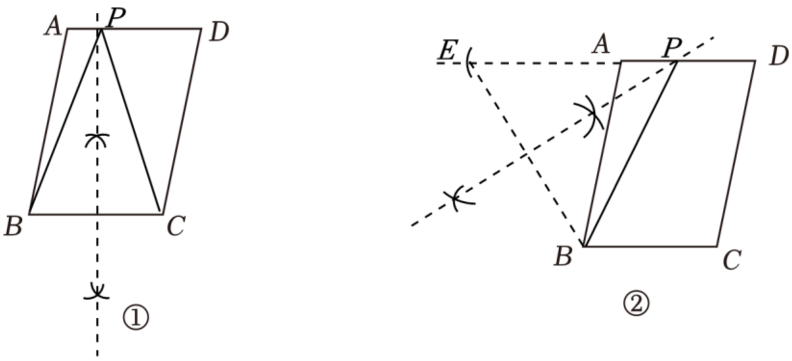


【答案】图形见解答.

【分析】（1）作线段 BC 的垂直平分线交 AD 于点 P 即可；

（2）延长 DA 到 E，使得 $AE=AD$，连接 BE，作线段 BE 的垂直平分线交 AD 于点 P，连接 BP 即可.

【解答】解：（1）如图①，点 P 即为所求；



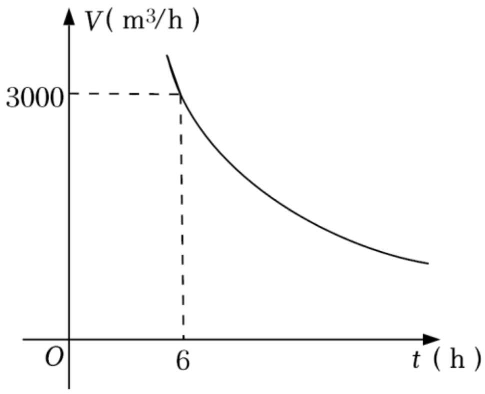
（2）如图②，点 P 即为所求.

23.（8 分）某蓄水池员工对一蓄水池进行排水，该蓄水池每小时的排水量 V（m^3/h）与排完水池中的水所用的时间 t（h）之间的函数关系如图所示.

（1）求 V 与 t 的函数表达式；

（2）若每小时排水量不超过 $2000m^3$，则排完水池中的水至少需要 ___$t\geqslant 9$___ h；

（3）由于该蓄水池员工有其他任务，为了提前 $2h$ 排完水池中的水，需将原计划每小时的排水量增加 25%，求原计划每小时的排水量是多少 m^3？



【答案】（1）$t≥9$；（2）$1800m^3$.

【分析】（1）直接利用待定系数法求出反比例函数解析式，把 $V=2000$ 代入 $V=\frac{18000}{t}$，得 $t=9$，由 V 随 t 的增大而减小，即可求出 t 的范围；

（2）设原计划每小时的排水量为 $x\ m^3$，则实际每小时的排水量为（1+25%）$x\ m^3$，根据题意列方程即可求出答案.

【解答】解：（1）根据题意得每小时的排水量 V（m^3/h）与排完水池中的水所用的时间 t（h）之间成反比例函数关系，

设函数表达式为 $V=\frac{k}{t}$，把（6，3000）代入 $V=\frac{k}{t}$，

得 $3000=\frac{k}{6}$.

解得：$k=18000$，所以 V 与 t 之间的函数表达式为：$V=\frac{18000}{t}$；

把 $V=2000$ 代入 $V=\frac{18000}{t}$，得 $t=9$，

∵V 随 t 的增大而减小，

∴每小时排水量不超过 $2000m^3$，那么排完水池中的水所用的时间 t（h）满足的条件是 $t≥9$.

故答案为：$t≥9$；

（2）设原计划每小时的排水量为 $x\ m^3$，则实际每小时的排水量为（1+25%）$x\ m^3$，

$\frac{18000}{x}-\frac{18000}{(1+0.25)x}=2$，

解得 $x=1800$，

经检验得：$x=1800$ 是原方程的根，

答：原计划每小时的排水量是 $1800m^3$.

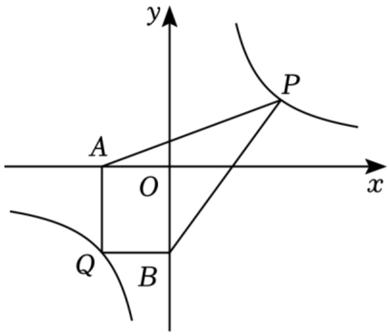
24.（8 分）【阅读理解】对于任意正实数 a、b，∵ $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2≥0$，∴ $a-2\sqrt{ab}+b≥0$，∴$a+b≥2\sqrt{ab}$，（只有当 $a=b$ 时，$a+b=2\sqrt{ab}$）.

【获得结论】在$a+b\geqslant 2\sqrt{ab}$（a、b 均为正实数）中，若 ab 为定值 p，则$a+b\geqslant 2\sqrt{p}$，只有当 $a=b$ 时，$a+b$ 有最小值 $2\sqrt{p}$．

【探索应用】根据上述内容，回答下列问题：

（1）若 $m>0$，只有当 $m=$__2__时，$m+\frac{4}{m}$有最小值 __4__；

（2）已知点 Q（－4，－5）是双曲线$y=\frac{k}{x}$上点，过 Q 作 $QA\perp x$ 轴于点 A，作 $QB\perp y$ 轴于点 B．点 P 为双曲线$y=\frac{k}{x}$（$x>0$）上任意一点，连接 PA，PB，求四边形 $AQBP$ 的面积的最小值．



【答案】（1）2，4；

（2）40．

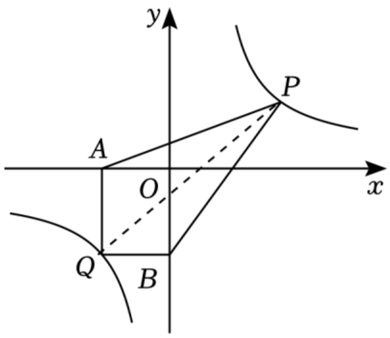
【分析】（1）根据阅材料可得，当$m=\frac{4}{m}$时，$m+\frac{4}{m}$取得最大值，据此即可求解；

（2）连接 PQ，设$P(x,\ \frac{20}{x})$，根据四边形 $AQBP$ 的面积＝△AQP 的面积+△QBP 的面积，从而利用 x 表示出四边形的面积，利用阅读材料中介绍的不等式的性质即可求解．

【解答】解：（1）根据题意得当$m=\frac{4}{m}$时，$m=2$，此时$m+\frac{4}{m}=4$.

故答案为：2，4；

（2）连接 PQ，



∵点 Q（－4，－5）是双曲线$y=\frac{k}{x}$上的点，

∴$k=-4\times(-5)=20$，即$y=\frac{20}{x}$，

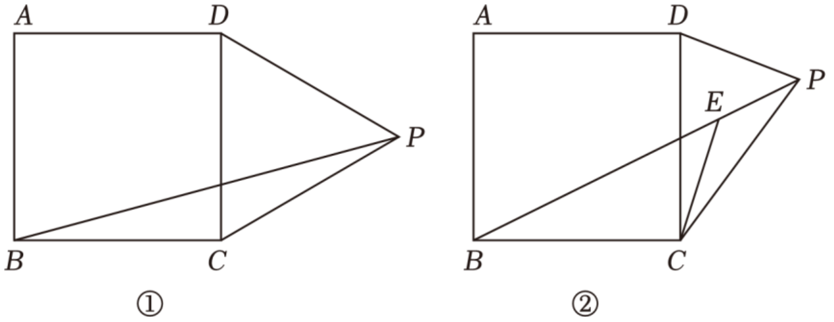
设 $P(x,\ \dfrac{20}{x})$，

$\therefore S_{四边形AQBP}=S_{\triangle APQ}+S_{\triangle BPQ}=\dfrac{1}{2}\times5(x+4)+\dfrac{1}{2}\times4(\dfrac{20}{x}+5)$

$=\dfrac{5}{2}x+\dfrac{40}{x}+20\geqslant2\sqrt{\dfrac{5}{2}x\times\dfrac{40}{x}}+20=40.$

∴四边形 *AQBP* 的面积最小值为 40.

25．（10 分）如图，*P* 是正方形 *ABCD* 的边 *CD* 右侧一点，*CP*＝*CD*，∠*PCD* 为锐角，连接 *PB*，*PD*.



（1）如图①，若 *PD*＝*PC*，求∠*BPD* 的度数；

（2）如图②，作 *CE* 平分∠*PCD* 交 *PB* 于 *E*.

①∠*BEC* 的度数是 <u>45</u> °；

②探究 *PD*，*BE*，*CE* 之间的数量关系，并证明.

【答案】（1）45°；

（2）①45；

②$BE-\dfrac{\sqrt{2}}{2}DP=\sqrt{2}CE$，理由见解答过程.

【分析】（1）由题意可证△*PCD* 是等边三角形，可得∠*PCD*＝60°＝∠*DPC*，由正方形的性质可得 *BC*＝*CD*＝*CP*，∠*BCD*＝90°，由等腰三角形的性质可求解；

（2）①由等腰三角形的性质和角平分线的性质可得$\angle BPC=45^\circ-\dfrac{x}{2}$，$\angle PCE=\dfrac{x}{2}$，由外角的性质可求解；

②如图 2，连接 *DE*，过点 *C* 作 *CF*⊥*CE* 交 *BP* 于点 *F*，由“*SAS*”可证△*BCF*≌△*DCE*，△*DCE*≌△*PCE*，可得 *BF*＝*DE*，∠*BFC*＝∠*DEC*＝135°，*DE*＝*EP*，由线段的和差关系可求解.

【解答】解：（1）∵*CP*＝*CD*＝*PD*，

∴△*PCD* 是等边三角形，

∴∠*PCD*＝60°＝∠*DPC*，

∵四边形 *ABCD* 是正方形，

∴*BC*＝*CD*＝*CP*，∠*BCD*＝90°，

∴$\angle BCP=150^\circ$，

∴$\angle CPB=15^\circ$，

∴$\angle BPD=45^\circ$；

（2）①设$\angle DCP=x$，

∴$\angle BCP=90^\circ+x$，

∵$BC=CD=CP$，

∴$\angle BPC=\dfrac{180^\circ-(90^\circ+x)}{2}=45^\circ-\dfrac{x}{2}$，

∵CE平分$\angle DCP$，

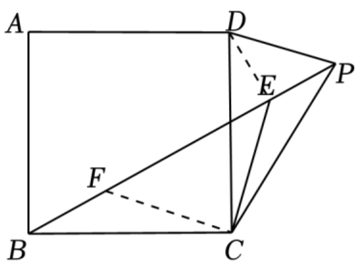
∴$\angle PCE=\dfrac{x}{2}$，

∴$\angle CEB=\angle BPC+\angle PCE=45^\circ$；

故答案为：45；

②$BE-\dfrac{\sqrt{2}}{2}DP=\sqrt{2}CE$，理由如下：

如图，连接DE，过点C作$CF\perp CE$交BP于点F，



∴$\angle FCE=\angle BCD=90^\circ$，

∴$\angle BCF=\angle DCE$，$\angle CEF=\angle CFE=45^\circ$，

∴$CE=CF$，$EF=\sqrt{2}CE$，

又∵$BC=CD$，

∴$\triangle BCF\cong\triangle DCE$（$SAS$），

∴$BF=DE$，$\angle BFC=\angle DEC=135^\circ$，

∴$\angle DEF=90^\circ$，$BE-BF=EF=\sqrt{2}CE$，

∴$BE-DE=\sqrt{2}CE$，

∵$DC=CP$，$\angle DCE=\angle PCE$，$CE=CE$，

∴$\triangle DCE\cong\triangle PCE$（$SAS$），

∴$DE=EP$，

$\therefore DP=\sqrt{2}DE$，

$\therefore DE=\frac{\sqrt{2}}{2}DP$，

$\therefore BE-\frac{\sqrt{2}}{2}DP=\sqrt{2}CE$.