

2023-2024 学年江苏省南通市崇川区启秀中学八年级（上）开学数学试卷

一、单选题（每题 2 分，共 20 分）

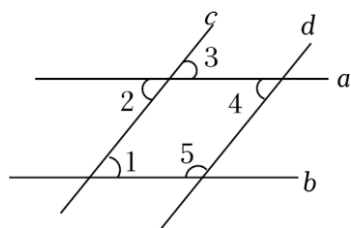
1. (2 分) 下列一组数 -8 , $\frac{22}{7}$, $3\frac{1}{2}$, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{1}{3}$, 0 , 2 , $0.010010001\cdots$ (相邻两个 1 之间依次增加一个 0), 其中无理数的个数有 ()

A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

2. (2 分) 下列调查中, 最适合采用全面调查的是 ()

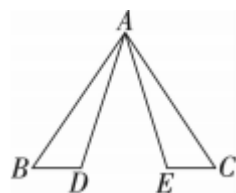
A. 了解全国中学生的睡眠时间
B. 了解某河流的水质情况
C. 调查全班同学的视力情况
D. 了解一批灯泡的使用寿命

3. (2 分) 如图, 直线 $a \parallel b$, 且直线 a, b 被直线 c, d 所截, 则下列条件不能判定直线 $c \parallel d$ 的是 ()



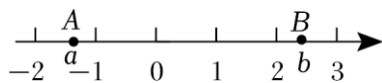
A. $\angle 3 = \angle 4$ B. $\angle 1 + \angle 5 = 180^\circ$
C. $\angle 1 = \angle 2$ D. $\angle 1 = \angle 4$

4. (2 分) 如图, 已知 $AB = AC$, $AE = AD$, 要利用“SSS”推理得出 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$, 还需要添加的一个条件是 ()



A. $\angle B = \angle C$ B. $BD = CE$
C. $\angle BAD = \angle CAE$ D. 以上都不对

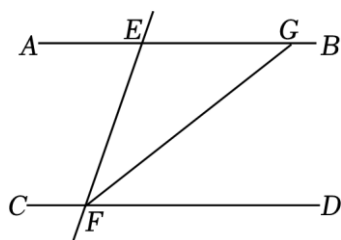
5. (2 分) 如图, 数轴上的两点 A、B 对应的实数分别是 a 、 b , 则下列式子中成立的是 ()



A. $1 - 2a > 1 - 2b$ B. $-a < -b$ C. $a + b < 0$ D. $|a| - |b| > 0$

6. (2 分) 如图, 平行线 AB, CD 被直线 EF 所截, FG 平分 $\angle EFD$, 若 $\angle EFD = 74^\circ$, 则 $\angle EGF$ 的度数是

()



- A. 37° B. 53° C. 74° D. 76°

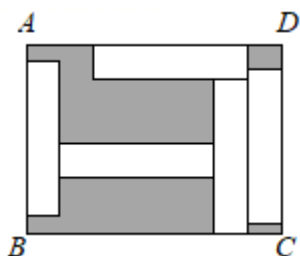
7. (2分) 将一箱苹果分给若干个小朋友，若每位小朋友分 5 个苹果，则还剩 12 个苹果；若每位小朋友分 8 个苹果，则有一个小朋友所分苹果不到 8 个．若小朋友的人数为 x ，则列式正确的是 ()

- A. $0 \leq 5x + 12 - 8(x - 1) < 8$ B. $0 < 5x + 12 - 8(x - 1) \leq 8$
C. $1 \leq 5x + 12 - 8(x - 1) < 8$ D. $1 < 5x + 12 - 8(x - 1) \leq 8$

8. (2分) 已知点 A 的坐标为 (2, 3)，过点 A 的直线 $l \parallel x$ 轴，点 B 在直线 l 上，且 $AB=4$ ，则点 B 的坐标为 ()

- A. (-2, 3) 或 (6, 3) B. (-2, 3) 或 (2, 7)
C. (6, 3) 或 (2, -1) D. (2, -1) 或 (2, 7)

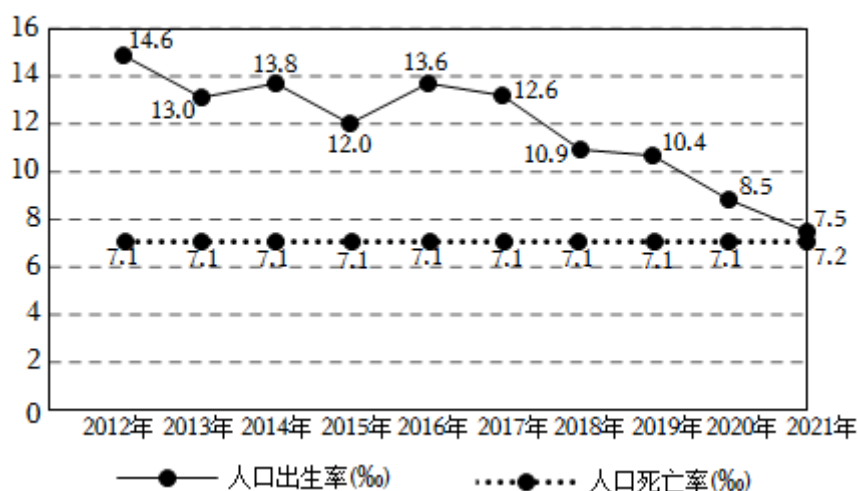
9. (2分) 在长方形 ABCD 中，放入 5 个形状大小相同的小长方形（空白部分），其中 $AB=7\text{cm}$ ， $BC=11\text{cm}$ ，求阴影部分图形的总面积 ()



- A. 18cm^2 B. 21cm^2 C. 24cm^2 D. 27cm^2

10. (2分) 我国近十年的人口出生率及人口死亡率如图所示．

我国人口出生率及死亡率统计图

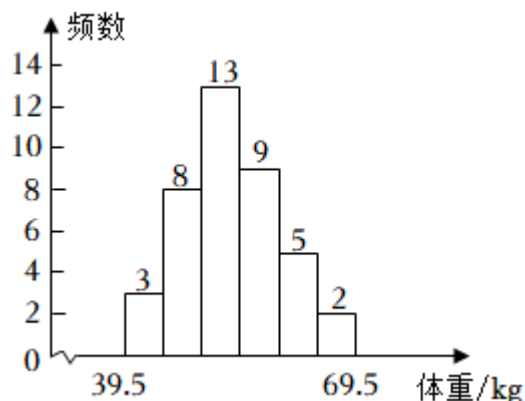


已知人口自然增长率=人口出生率-人口死亡率，下列判断错误的是（ ）

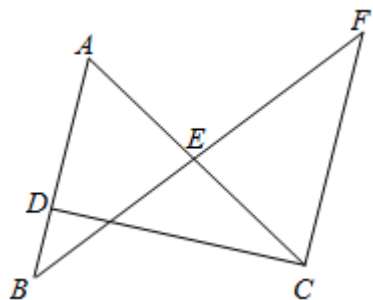
- A. 与 2012 年相比，2021 年的人口出生率下降了近一半
- B. 近十年的人口死亡率基本稳定
- C. 近五年的人口总数持续下降
- D. 近五年的人口自然增长率持续下降

二、填空题（每题 2 分，共 16 分）

11. (2 分) 若 $(a-2)x^{a^2-3} > 2$ 是关于 x 的一元一次不等式，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.
12. (2 分) 一个多边形外角和是内角和的 $\frac{2}{9}$ ，则这个多边形的边数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
13. (2 分) 某班 40 名学生体重的频数分布直方图（不完整）如图所示，组距为 $\underline{\hspace{2cm}}$ kg.

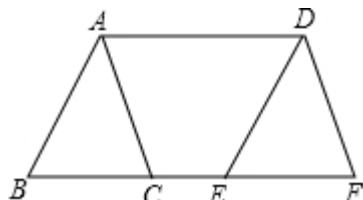


14. (2 分) 若第二象限内的点 $P(x, y)$ 满足 $|x|=3$, $y^2=25$ ，则点 P 的坐标是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
15. (2 分) 已知， $\angle AOB$ 和 $\angle BOC$ 互为邻补角，且 $\angle BOC : \angle AOB = 4 : 1$ ，射线 OD 平分 $\angle AOB$ ，射线 $OE \perp OD$ ，则 $\angle BOE = \underline{\hspace{2cm}}$.
16. (2 分) 如图，已知 AC 与 BF 相交于点 E , $AB \parallel CF$, 点 E 为 BF 中点，若 $CF=6$, $AD=4$ ，则 $BD = \underline{\hspace{2cm}}$.



17. (2分) 已知关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} x+2y=-a+1 \\ x-3y=4a+6 \end{cases}$ (a 是常数), 若不论 a 取什么实数, 代数式 $kx - y$ (k 是常数) 的值始终不变, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.

18. (2分) 如图, 在三角形 ABC 中, $BC=8cm$, 将三角形 ABC 以每秒 $2cm$ 的速度沿 BC 所在直线向右平移, 所得图形对应为三角形 DEF , 设平移的时间为 t 秒, 当 $t = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, $AD=2CE$.



三、解答题（第 19 题 10 分，20-21 题 6 分，第 22-25 题 8 分，第 26 题 10 分，共 60 分）

19. (10分) (1) 计算: $-1^2 + \sqrt[3]{64} \times (\frac{1}{2})^2 + |1 - \sqrt{2}|$;

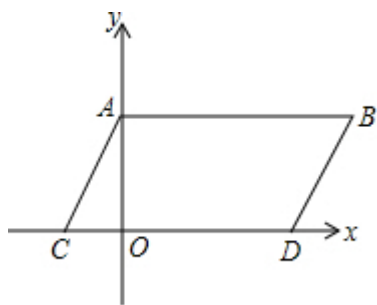
(2) 解方程组: $\begin{cases} 4x+y=10 \\ x-2y=-2 \end{cases}$;

(3) 解不等式组 $\begin{cases} \frac{1}{4}x-3 \leq 2-\frac{3}{4}x \\ 3(x-2) < 5x-1 \end{cases}$, 并求出它的所有整数解的和.

20. (6分) 如图, 在平面直角坐标系中, A, B 坐标分别为 $A(0, a), B(b, a)$, 且 a, b 满足 $(a-3)^2 + |b-5| = 0$, 现同时将点 A, B 分别向下平移 3 个单位, 再向左平移 1 个单位, 分别得到点 A, B 的对应点 C, D 连接 AC, BD, AB .

(1) 求点 C, D 的坐标及四边形 $ABDC$ 的面积 $S_{\text{四边形 } ABDC}$;

(2) 在 y 轴上是否存在一点 M , 连接 MC, MD , 使 $S_{\triangle MCD} = \frac{1}{3} S_{\text{四边形 } ABDC}$? 若存在这样一点, 求出点 M 的坐标; 若不存在, 试说明理由.



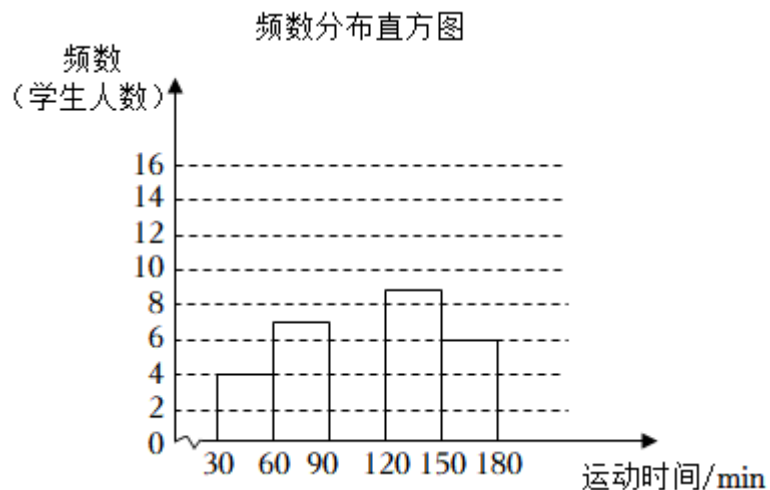
- 21.（6分）某校在九年级学生中随机抽取了若干名学生参加“平均每天体育运动时间”的调查，根据调查结果绘制了如下不完整的频数分布表和频数分布直方图.

频数分布表

运动时间 t/min	频数	频率
$30 \leq t < 60$	4	0.1
$60 \leq t < 90$	7	0.175
$90 \leq t < 120$	a	0.35
$120 \leq t < 150$	9	0.225
$150 \leq t < 180$	6	b
合计	n	1

请根据图表中的信息解答下列问题：

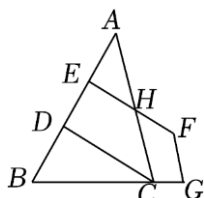
- （1）频数分布表中的 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- （2）请补全频数分布直方图；
- （3）若该校九年级共有 480 名学生，试估计该校九年级学生平均每天体育运动时间不低于 120min 的学生人数.



22. (8分) 如图，在三角形 ABC 中， $CD \perp AB$ 于 D ，点 E 是 AD 上一点， $FE \perp AB$ 于 E 交 AC 于点 H ，点 G 是 BC 延长线上一点，连接 FG ， $\angle ACD + \angle F = 180^\circ$ 。

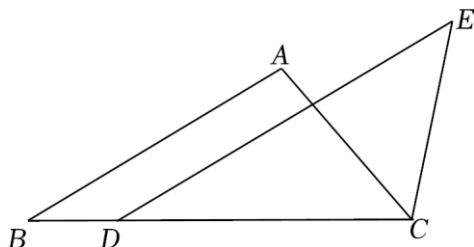
(1) 求证： $AC \parallel FG$ ；

(2) 若 $\angle A = 45^\circ$ ， $\angle BCD : \angle ACD = 2 : 3$ ，求 $\angle BCD$ 的度数。



23. (8分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 BC 上， $BC = DE$ ， $DE \parallel AB$ ， $\angle DCE = \angle A$ 。

求证： $CD = AB$ 。



24. (8分) 某中学为落实《教育部办公厅关于进一步加强中小学生体质管理的通知》文件要求，决定增设篮球、足球两门选修课程，需要购进一批篮球和足球。已知购买 2 个篮球和 3 个足球共需费用 510 元；购买 3 个篮球和 5 个足球共需费用 810 元。

(1) 求篮球和足球的单价分别是多少元；

(2) 学校计划采购篮球、足球共 50 个，并要求篮球不少于 30 个，且总费用不超过 5500 元。那么最多采购篮球多少个？

25. (8分) 对 m 、 n 定义一种新运算“ $\otimes$ ”，规定： $m \otimes n = am - bn + 5$ (a 、 b 均为非零常数)，等式右边的运算是通常的四则运算，例如 $3 \otimes 4 = 3a - 4b + 5$ 。已知 $2 \otimes 3 = 1$ ， $3 \otimes (-1) = 10$ 。

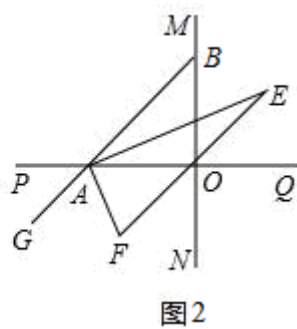
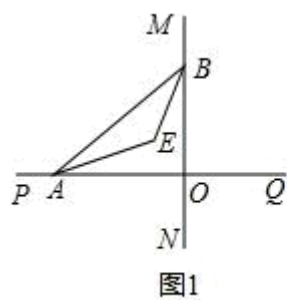
(1) 求 a 、 b 的值；

(2) 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x \otimes (2x-3) < 9 \\ 3x \otimes (-6) < t \end{cases}$ 有且只有一个整数解，试求字母 t 的取值范围。

26. (10分) 直线 MN 与直线 PQ 垂直相交于 O ，点 A 在射线 OP 上运动，点 B 在射线 OM 上运动。

(1) 如图 1，已知 AE 、 BE 分别是 $\angle BAO$ 和 $\angle ABO$ 角的平分线，点 A 、 B 在运动的过程中， $\angle AEB$ 的大小是否会发生变化？若发生变化，请说明理由；若不发生变化，试求出其值；

(2) 如图 2，延长 BA 至 G ，已知 $\angle BAO$ 、 $\angle OAG$ 的角平分线与 $\angle BOQ$ 的角平分线及其延长线相交于 E 、 F ，则 $\angle EAF = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ ；在 $\triangle AEF$ 中，如果有一个角是另一个角的 3 倍，试求 $\angle ABO$ 的度数。



2023-2024 学年江苏省南通市崇川区启秀中学八年级（上）开学数学试卷

参考答案与试题解析

一、单选题（每题 2 分，共 20 分）

1. （2 分）下列一组数 -8 , $\frac{22}{7}$, $3\frac{1}{2}$, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{1}{3}$, 0 , 2 , $0.010010001\cdots$ （相邻两个 1 之间依次增加一个 0），其中无理数的个数有（ ）

A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

【答案】C

【分析】无理数就是无限不循环小数．理解无理数的概念，一定要同时理解有理数的概念，有理数是整数与分数的统称．即有限小数和无限循环小数是有理数，而无限不循环小数是无理数．由此即可求解．

【解答】解：在实数 -8 , $\frac{22}{7}$, $3\frac{1}{2}$, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{1}{3}$, 0 , 2 , $0.010010001\cdots$ （相邻两个 1 之间依次增加一个 0），中，无理数有 $\frac{\pi}{2}$, $0.010010001\cdots$ （相邻两个 1 之间依次增加一个 0），共 2 个．

故选：C．

2. （2 分）下列调查中，最适合采用全面调查的是（ ）

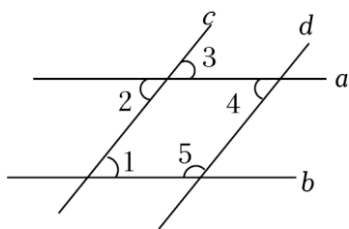
A. 了解全国中学生的睡眠时间
B. 了解某河流的水质情况
C. 调查全班同学的视力情况
D. 了解一批灯泡的使用寿命

【答案】C

【分析】根据普查得到的调查结果比较准确，但所费人力、物力和时间较多，而抽样调查得到的调查结果比较近似解答．

【解答】解：A. 了解全国中学生的睡眠时间，适合进行抽样调查，故本选项不合题意；
B. 了解某河流的水质情况，适合进行抽样调查，故本选项不合题意；
C. 调查全班同学的视力情况，适合进行全面调查，故本选项符合题意；
D. 了解一批灯泡的使用寿命，适合进行抽样调查，故本选项不合题意；
故选：C．

3. （2 分）如图，直线 $a \parallel b$ ，且直线 a , b 被直线 c , d 所截，则下列条件不能判定直线 $c \parallel d$ 的是（ ）



- A. $\angle 3 = \angle 4$
B. $\angle 1 + \angle 5 = 180^\circ$
C. $\angle 1 = \angle 2$
D. $\angle 1 = \angle 4$

【答案】 C

【分析】根据平行线的判定定理进行一一分析.

【解答】解：A、若 $\angle 3 = \angle 4$ 时，由“内错角相等，两直线平行”可以判定 $c \parallel d$ ，不符合题意；

B、若 $\angle 1 + \angle 5 = 180^\circ$ 时，由“同旁内角互补，两直线平行”可以判定 $c \parallel d$ ，不符合题意；

C、若 $\angle 1 = \angle 2$ 时，由“内错角相等，两直线平行”可以判定 $a \parallel b$ ，不能判定 $c \parallel d$ ，符合题意；

D、由 $a \parallel b$ 推知 $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$. 若 $\angle 1 = \angle 4$ 时, 则 $\angle 1 + \angle 5 = 180^\circ$, 由“同旁内角互补, 两直线平行”可以判定 $c \parallel d$, 不符合题意.

故选: C.

4. (2 分) 如图, 已知 $AB=AC$, $AE=AD$, 要利用 “SSS” 推理得出 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$, 还需要添加的一个条件是 ()



- A. $\angle B = \angle C$
B. $BD = CE$
C. $\angle BAD = \angle CAE$
D. 以上都不对

【答案】B

【分析】 根据 $BD=CE$, 利用“SSS”定理解答即可.

【解答】解：当 $BD=CE$ 时，

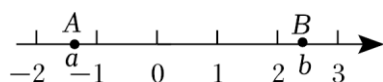
在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中,

$$\begin{cases} AB=AC \\ AD=AE, \\ BD=CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \text{ (SSS),}$$

故选: B .

5. (2分) 如图，数轴上的两点 A 、 B 对应的实数分别是 a 、 b ，则下列式子中成立的是 ()



- A. $1 - 2a > 1 - 2b$ B. $-a < -b$ C. $a + b < 0$ D. $|a| - |b| > 0$

【答案】A

【分析】依据点在数轴上的位置，不等式的性质，绝对值的意义，有理数大小的比较法则对每个选项进行逐一判断即可得出结论.

【解答】解：由题意得： $a < b$,

$$\therefore -2a > -2b,$$

$$\therefore 1 - 2a > 1 - 2b,$$

$\therefore A$ 选项的结论成立;

$$\because a < b,$$

$$\therefore -a > -b,$$

$\therefore B$ 选项的结论不成立;

$$\because -2 < a < -1, 2 < b < 3,$$

$$\therefore |a| < |b|,$$

$$\therefore a + b > 0,$$

$\therefore C$ 选项的结论不成立;

$$\because -2 < a < -1, 2 < b < 3,$$

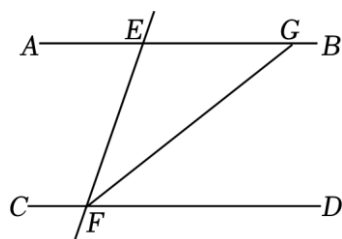
$$\therefore |a| < |b|,$$

$$\therefore |a| - |b| < 0,$$

$\therefore D$ 选项的结论不成立.

故选：A.

6. (2分) 如图，平行线 AB ， CD 被直线 EF 所截， FG 平分 $\angle EFD$ ，若 $\angle EFD = 74^\circ$ ，则 $\angle EGF$ 的度数是 ()



- A. 37° B. 53° C. 74° D. 76°

【答案】A

【分析】先根据角平分线的定义求出 $\angle GFD$ 的度数，再由平行线的性质即可得出结论．

【解答】解： $\because FG$ 平分 $\angle EFD$ ， $\angle EFD=74^\circ$ ，

$$\therefore \angle GFD = \frac{1}{2} \angle EFD = \frac{1}{2} \times 74^\circ = 37^\circ,$$

$\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle EGF = \angle GFD = 37^\circ.$$

故选：A.

7. (2分) 将一箱苹果分给若干个小朋友，若每位小朋友分5个苹果，则还剩12个苹果；若每位小朋友分8个苹果，则有一个小朋友所分苹果不到8个．若小朋友的人数为 x ，则列式正确的是（ ）

A. $0 \leq 5x + 12 - 8(x - 1) < 8$

B. $0 < 5x + 12 - 8(x - 1) \leq 8$

C. $1 \leq 5x + 12 - 8(x - 1) < 8$

D. $1 < 5x + 12 - 8(x - 1) \leq 8$

【答案】A

【分析】根据每位小朋友分5个苹果，则还剩12个苹果；若每位小朋友分8个苹果，则有一个小朋友所分苹果不到8个．由此得出不等式组．

【解答】解：根据小朋友的人数为 x ，根据题意可得：

$$0 \leq 5x + 12 - 8(x - 1) < 8,$$

故选：A.

8. (2分) 已知点A的坐标为(2, 3)，过点A的直线 $l \parallel x$ 轴，点B在直线 l 上，且 $AB=4$ ，则点B的坐标为（ ）

A. (-2, 3) 或 (6, 3)

B. (-2, 3) 或 (2, 7)

C. (6, 3) 或 (2, -1)

D. (2, -1) 或 (2, 7)

【答案】A

【分析】根据点A的坐标为(2, 3)，过点A的直线 $l \parallel x$ 轴，点B在直线 l 上，且 $AB=4$ ，可知点B的纵坐标为3，横坐标为：2+4=6或2-4=-2，然后即可得到点B的坐标．

【解答】解： $\because$ 点A的坐标为(2, 3)，过点A的直线 $l \parallel x$ 轴，点B在直线 l 上，且 $AB=4$ ，

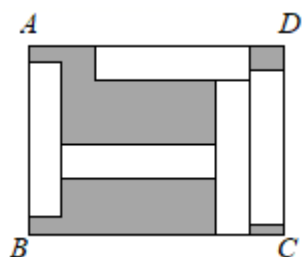
$$\therefore \text{点B的纵坐标为3，横坐标为：} 2+4=6 \text{ 或 } 2-4=-2,$$

即点B的坐标为(6, 3)或(-2, 3)，

故选：A.

9. (2分) 在长方形ABCD中，放入5个形状大小相同的小长方形(空白部分)，其中 $AB=7\text{cm}$ ， $BC=11\text{cm}$ ，

求阴影部分图形的总面积（ ）



- A. 18cm^2 B. 21cm^2 C. 24cm^2 D. 27cm^2

【答案】D

【分析】根据图形设小长方形的长为 $x\text{cm}$ ，则宽为 $(7-x)\text{cm}$ ，然后根据 $BC = \text{一个小长方形的长} + \text{三个小长方形的宽}$ 列出方程，求出 x 后，再用大长方形的面积减去五个小长方形的面积即可。

【解答】解：（1）设小长方形的长为 $x\text{cm}$ ，则宽为 $(7-x)\text{cm}$ ，

由题意得： $x + 3(7-x) = 11$ ，

解得： $x = 5$ ，

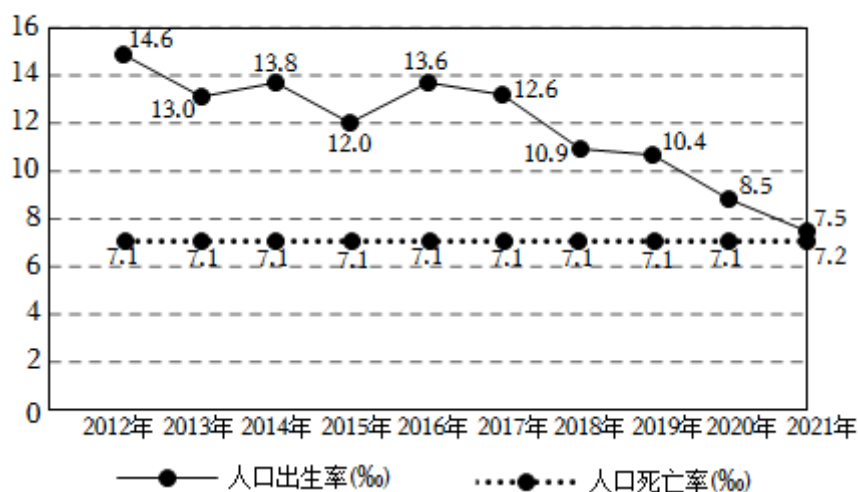
则 $7-x = 7-5 = 2$ ，

∴ 阴影部分图形的总面积 $= 7 \times 11 - 5 \times 5 \times 2 = 27 (\text{cm}^2)$ ，

故选：D.

10.（2分）我国近十年的人口出生率及人口死亡率如图所示.

我国人口出生率及死亡率统计图



已知人口自然增长率 = 人口出生率 - 人口死亡率，下列判断错误的是（ ）

- A. 与 2012 年相比，2021 年的人口出生率下降了近一半
 B. 近十年的人口死亡率基本稳定
 C. 近五年的人口总数持续下降

D. 近五年的人口自然增长率持续下降

【答案】C

【分析】根据折线统计图的信息解答即可．

【解答】解：由折线统计图可知，

A. 与 2012 年相比，2021 年的人口出生率下降了近一半，说法正确，故本选项不合题意；

B. 近十年的人口死亡率基本稳定，说法正确，故本选项不合题意；

C. 近五年的人口总数持续下降，说法错误，五年的人口总数增长速度变缓，故本选项符合题意；

D. 近五年的人口自然增长率持续下降，说法正确，故本选项不合题意；

故选：C．

二、填空题（每题 2 分，共 16 分）

11.（2 分）若 $(a-2)x^{a^2-3} > 2$ 是关于 x 的一元一次不等式，则 $a = \underline{-2}$ ．

【答案】-2．

【分析】根据一元一次不等式的未知数 x 的次数等于 1，系数不等于 0 即可得出答案．

【解答】解：∵ $(a-2)x^{a^2-3} > 2$ 是关于 x 的一元一次不等式，

$$\therefore a^2 - 3 = 1 \text{ 且 } a - 2 \neq 0,$$

解得： $a = -2$ ，

故答案为：-2．

12.（2 分）一个多边形外角和是内角和的 $\frac{2}{9}$ ，则这个多边形的边数为 11．

【答案】见试题解答内容

【分析】多边形的内角和定理为 $(n-2) \times 180^\circ$ ，多边形的外角和为 360° ，根据题意列出方程求出 n 的值．

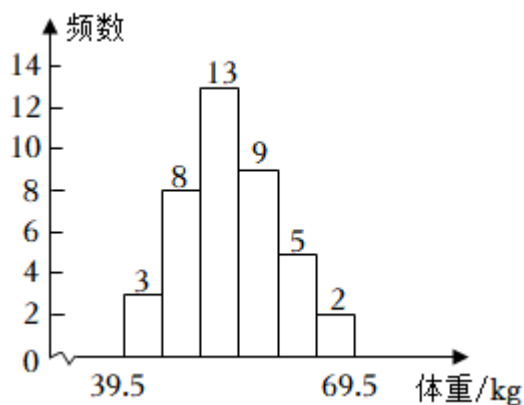
【解答】解：设这个多边形的边数为 n ，

$$\text{根据题意可得：} \frac{2}{9} \times (n-2) \times 180^\circ = 360^\circ,$$

解得： $n = 11$ ，

故答案为：11．

13.（2 分）某班 40 名学生体重的频数分布直方图（不完整）如图所示，组距为 5 kg．



【答案】5.

【分析】根据频数分布直方图计算即可.

【解答】解：组距为 $\frac{69.5-39.5}{6}=5$ (kg).

故答案为：5.

14. (2分) 若第二象限内的点 $P(x, y)$ 满足 $|x|=3$, $y^2=25$, 则点 P 的坐标是 $(-3, 5)$.

【答案】见试题解答内容

【分析】根据绝对值的意义和平方根得到 $x=\pm 3$, $y=\pm 5$, 再根据第二象限的点的坐标特点得到 $x<0$, $y>0$, 于是 $x=-3$, $y=5$, 然后可直接写出 P 点坐标.

【解答】解：∵ $|x|=3$, $y^2=25$,

$$\therefore x=\pm 3, y=\pm 5,$$

∵ 第二象限内的点 $P(x, y)$,

$$\therefore x<0, y>0,$$

$$\therefore x=-3, y=5,$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 的坐标为 } (-3, 5),$$

故答案为： $(-3, 5)$.

15. (2分) 已知, $\angle AOB$ 和 $\angle BOC$ 互为邻补角, 且 $\angle BOC:\angle AOB=4:1$, 射线 OD 平分 $\angle AOB$, 射线 $OE \perp OD$, 则 $\angle BOE = \underline{72^\circ \text{ 或 } 108^\circ}$.

【答案】见试题解答内容

【分析】根据平角的意义、角平分线的意义, 邻补角, 垂直的意义, 分别计算各个角的大小即可.

【解答】解：∵ $\angle AOB$ 和 $\angle BOC$ 互为邻补角,

$$\therefore \angle AOB + \angle BOC = 180^\circ,$$

又∵ $\angle BOC:\angle AOB=4:1$,

$$\therefore \angle BOC = 180^\circ \times \frac{4}{5} = 144^\circ, \quad \angle AOB = 180^\circ \times \frac{1}{5} = 36^\circ,$$

$\because$ 射线 OD 平分 $\angle AOB$,

$$\therefore \angle AOD = \angle BOD = \frac{1}{2} \angle AOB = 18^\circ,$$

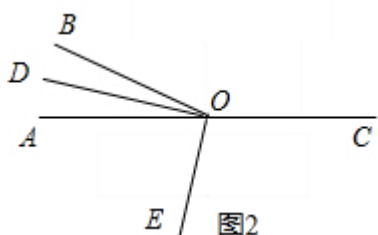
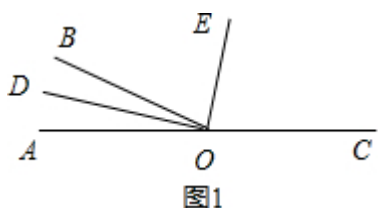
$\because OE \perp OD$,

$$\therefore \angle DOE = 90^\circ,$$

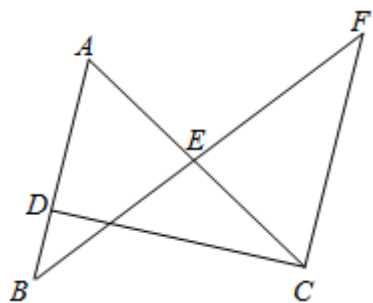
如图 1, $\angle BOE = \angle DOE - \angle BOD = 90^\circ - 18^\circ = 72^\circ$,

如图 2, $\angle BOE = \angle DOE + \angle BOD = 90^\circ + 18^\circ = 108^\circ$,

故答案为: 72° 或 108° .



16. (2分) 如图, 已知 AC 与 BF 相交于点 E , $AB \parallel CF$, 点 E 为 BF 中点, 若 $CF=6$, $AD=4$, 则 $BD=$ 2.



【答案】 见试题解答内容

【分析】 利用全等三角形的判定定理和性质定理可得结果.

【解答】 解: $\because AB \parallel CF$,

$$\therefore \angle A = \angle FCE,$$

$$\angle B = \angle F,$$

$\because$ 点 E 为 BF 中点,

$$\therefore BE = FE,$$

在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle CFE$ 中，

$$\begin{cases} \angle A = \angle FCE \\ \angle B = \angle F \\ BE = FE \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CFE$ (AAS),

$\therefore AB = CF = 6$,

$\therefore AD = 4$,

$\therefore BD = 2$,

故答案为：2.

17. (2分) 已知关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} x+2y=-a+1 \\ x-3y=4a+6 \end{cases}$ (a 是常数), 若不论 a 取什么实数, 代数式 $kx - y$ (k 是常数) 的值始终不变, 则 $k = \underline{-1}$.

【答案】 -1.

【分析】将方程组中的两个方程变形后联立消掉 a 即可得出结论.

【解答】解: $\because \begin{cases} x+2y=-a+1 \\ x-3y=4a+6 \end{cases}$ (a 是常数),

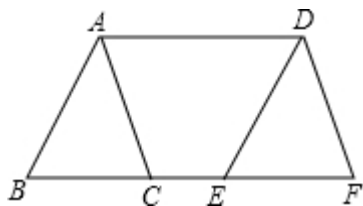
$$\therefore 4x+8y+x-3y = -4a+4+4a+6,$$

即 $x+y=2$,

$$\therefore -x-y = -2,$$

故答案为: -1.

18. (2分) 如图, 在三角形 ABC 中, $BC=8cm$, 将三角形 ABC 以每秒 $2cm$ 的速度沿 BC 所在直线向右平移, 所得图形对应为三角形 DEF , 设平移的时间为 t 秒, 当 $t = \underline{8 \text{ 或 } \frac{8}{3}}$ 时, $AD=2CE$.



【答案】见试题解答内容

【分析】情况一: 当点 E 移点 C 右侧时, 根据平移的性质可知 $AD=CF=CE+EF=2CE$, $EF=BC=CE=8$, 可得 t ;

情况二: 当点 E 在点 B , 点 C 之间时, 可知 $AD=BE=CF=2CE$, $BC=BE+CE=BE+\frac{1}{2}BE=8$, 可得

$$BE = \frac{16}{3}, \text{ 可得 } t.$$

【解答】解: 情况一: 当点 E 移点 C 右侧时,

$$\because AD=CF=CE+EF=2CE,$$

$$BC=EF,$$

$$\therefore CE=EF=BC=8,$$

$$\therefore CF=2 \times 8=16,$$

$$\therefore t=16 \div 2=8,$$

$$\therefore \text{当 } t=8 \text{ 时, } AD=2CE;$$

情况二：当点 E 在点 B , 点 C 之间时，

$$\because AD=BE=CF=2CE,$$

$$\therefore BC=BE+CE=BE+\frac{1}{2}BE=8,$$

$$\therefore BE=\frac{16}{3},$$

$$\therefore t=\frac{16}{3} \div 2=\frac{8}{3},$$

$$\text{当 } t=\frac{8}{3} \text{ 时, } AD=2CE;$$

$$\text{故答案为: } 8, \frac{8}{3}.$$

三、解答题（第 19 题 10 分，20-21 题 6 分，第 22-25 题 8 分，第 26 题 10 分，共 60 分）

19. (10 分) (1) 计算： $-1^2 + \sqrt[3]{64} \times (\frac{1}{2})^2 + |1 - \sqrt{2}|$;

(2) 解方程组： $\begin{cases} 4x+y=10 \\ x-2y=-2 \end{cases}$;

(3) 解不等式组 $\begin{cases} \frac{1}{4}x-3 \leq 2-\frac{3}{4}x \\ 3(x-2) < 5x-1 \end{cases}$ ，并求出它的所有整数解的和.

【答案】 (1) $\sqrt{2} - 1$

(2) $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$;

(3) $-\frac{5}{2} < x \leq 5$, 12.

【分析】 (1) 先计算平方，立方根，绝对值，再计算加减法；

(2) 根据加减消元法解方程即可求解；

(3) 根据解一元一次不等式组的方法求出不等式组的整数解，即可求解.

【解答】 解：(1) $-1^2 + \sqrt[3]{64} \times (\frac{1}{2})^2 + |1 - \sqrt{2}|$

$$= -1 + 4 \times \frac{1}{4} + \sqrt{2} - 1$$

$$= -1 + 1 + \sqrt{2} - 1$$

$$= \sqrt{2} - 1;$$

$$(2) \begin{cases} 4x+y=10 \text{ ①} \\ x-2y=-2 \text{ ②} \end{cases},$$

$$\text{①} \times 2 + \text{②}, \text{ 得 } 9x = 18,$$

$$\text{解得 } x = 2,$$

$$\text{将 } x = 2 \text{ 代入 ① 得: } 8 + y = 10,$$

$$\text{解得 } y = 2,$$

$$\therefore \text{原方程组的解为 } \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases};$$

$$(3) \begin{cases} \frac{1}{4}x - 3 \leq 2 - \frac{3}{4}x \text{ ①} \\ 3(x-2) < 5x-1 \text{ ②} \end{cases},$$

$$\text{解不等式 ① 得: } x \leq 5,$$

$$\text{解不等式 ② 得: } x > -\frac{5}{2},$$

$$\therefore \text{不等式组解集为: } -\frac{5}{2} < x \leq 5,$$

$$\therefore \text{它的整数解有: } -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5,$$

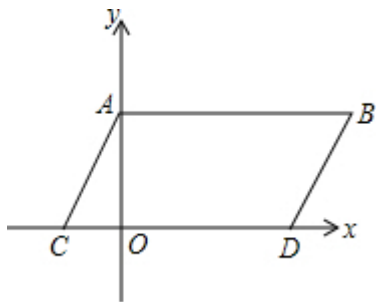
$$\therefore \text{它们的和为 } -2 - 1 + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 12.$$

20. (6分) 如图, 在平面直角坐标系中, A, B 坐标分别为 $A(0, a), B(b, a)$, 且 a, b 满足 $(a-3)^2 + |b-5| = 0$, 现同时将点 A, B 分别向下平移 3 个单位, 再向左平移 1 个单位, 分别得到点 A, B 的对应点 C, D 连接 AC, BD, AB .

(1) 求点 C, D 的坐标及四边形 $ABDC$ 的面积 $S_{\text{四边形 } ABCD}$:

(2) 在 y 轴上是否存在一点 M , 连接 MC, MD , 使 $S_{\triangle MCD} = \frac{1}{3} S_{\text{四边形 } ABCD}$? 若存在这样一点, 求出点

M 的坐标; 若不存在, 试说明理由.



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）由偶次方及绝对值的非负性可求出 a 、 b 的值，进而即可得出点 A 、 B 的坐标，再根据平移的性质可得出点 C 、 D 的坐标；根据坐标与图形的性质求出 $S_{\text{四边形}ABCD}$ ；

（2）设 M 坐标为 $(0, m)$ ，根据三角形的面积公式列出方程，解方程求出 m ，得到点 M 的坐标；

【解答】解：（1） $\because (a-3)^2 + |b-5| = 0$ ，

$$\therefore a=3, b=5,$$

$$\therefore \text{点 } A(0, 3), B(5, 3).$$

将点 A 、 B 分别向下平移 3 个单位，再向左平移 1 个单位，得到点 C 、 D ，

$$\therefore \text{点 } C(-1, 0), D(4, 0).$$

$$\therefore S_{\text{四边形}ABDC} = CD \times OA = 5 \times 3 = 15;$$

（2）在 y 轴上存在一点 M ，使 $S_{\triangle MCD} = \frac{1}{3} S_{\text{四边形}ABCD}$ ，

设 M 坐标为 $(0, m)$ 。

$$\because S_{\triangle MCD} = \frac{1}{3} S_{\text{四边形}ABDC},$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 5 \times |m| = \frac{1}{3} \times 15,$$

解得 $m = \pm 2$ ，

$$\therefore M(0, 2) \text{ 或 } (0, -2);$$

$$\therefore \text{在 } y \text{ 轴上存在点 } M(0, 2) \text{ 或 } (0, -2), \text{ 使 } S_{\triangle MCD} = \frac{1}{3} S_{\text{四边形}ABCD}.$$

- 21.（6分）某校在九年级学生中随机抽取了若干名学生参加“平均每天体育运动时间”的调查，根据调查结果绘制了如下不完整的频数分布表和频数分布直方图。

频数分布表

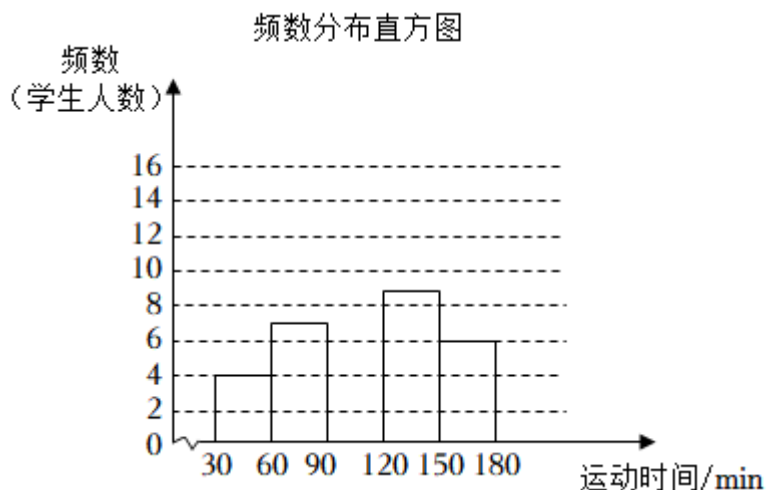
运动时间 t/min	频数	频率
$30 \leq t < 60$	4	0.1
$60 \leq t < 90$	7	0.175
$90 \leq t < 120$	a	0.35
$120 \leq t < 150$	9	0.225
$150 \leq t < 180$	6	b
合计	n	1

请根据图表中的信息解答下列问题：

（1）频数分布表中的 $a = \underline{14}$ ， $b = \underline{0.15}$ ， $n = \underline{40}$ ；

（2）请补全频数分布直方图；

（3）若该校九年级共有 480 名学生，试估计该校九年级学生平均每天体育运动时间不低于 120min 的学生人数．



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）根据“频率=频数÷总数”可得 n 的值，进而得出 a 、 b 的值；

（2）根据 a 的值即可补全频数分布直方图；

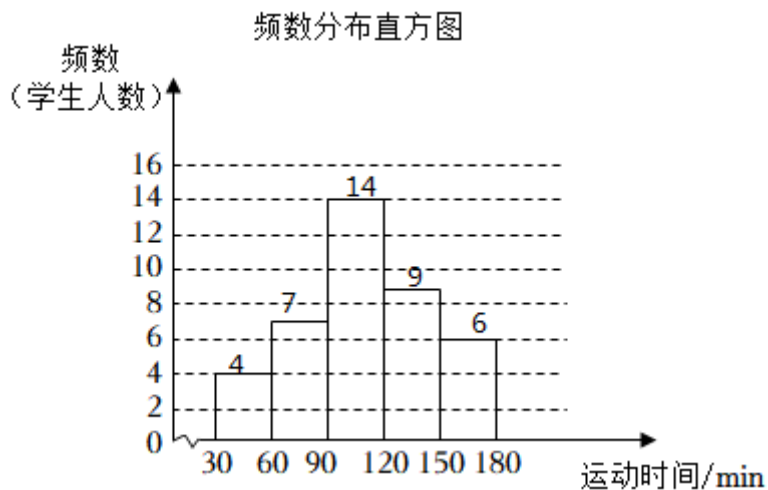
（3）利用样本估计总体解答即可．

【解答】解：（1）由题意可知， $n = 4 \div 0.1 = 40$ ，

$\therefore a = 40 \times 0.35 = 14$ ， $b = 6 \div 40 = 0.15$ ，

故答案为：14；0.15；40；

（2）补全频数分布直方图如下：



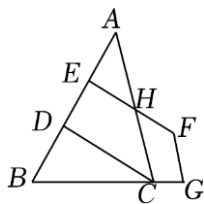
$$(3) 480 \times \frac{9+6}{40} = 180 \text{ (名)},$$

答：估计该校九年级学生平均每天体育运动时间不低于 120min 的学生人数为 180 名。

22. (8 分) 如图，在三角形 ABC 中， $CD \perp AB$ 于 D ，点 E 是 AD 上一点， $FE \perp AB$ 于 E 交 AC 于点 H ，点 G 是 BC 延长线上一点，连接 FG ， $\angle ACD + \angle F = 180^\circ$ 。

(1) 求证： $AC \parallel FG$ ；

(2) 若 $\angle A = 45^\circ$ ， $\angle BCD : \angle ACD = 2 : 3$ ，求 $\angle BCD$ 的度数。



【答案】(1) 见解析；

(2) 30° 。

【分析】(1) 根据平行线的性质和判定即可解答；

(2) 根据直角三角形即可解答。

【解答】(1) 证明： $\because CD \perp AB$ ， $FE \perp AB$ ，

$$\therefore \angle AEH = \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore EF \parallel DC,$$

$$\therefore \angle ACD + \angle CHE = 180^\circ,$$

$$\because \angle ACD + \angle F = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle F = \angle CHE,$$

$$\therefore AC \parallel FG;$$

(2) 解： $\because \angle BCD : \angle ACD = 2 : 3$ ，

设 $\angle BCD = 2x$ ， $\angle ACD = 3x$ ，

$$\because CD \perp AB,$$

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A + \angle ACD = 90^\circ,$$

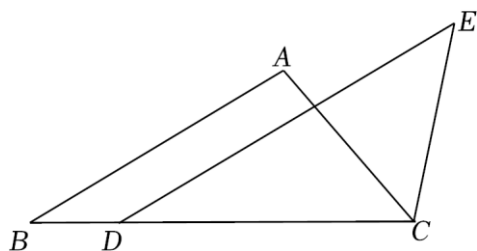
$$\text{即 } 45^\circ + 3x = 90^\circ,$$

$$\text{解得 } x = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = 30^\circ.$$

23. (8 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 BC 上， $BC = DE$ ， $DE \parallel AB$ ， $\angle DCE = \angle A$ 。

求证： $CD=AB$.



【答案】见解答.

【分析】利用平行线的性质得 $\angle EDC = \angle B$ ，再利用 AAS 证明 $\triangle CDE \cong \triangle ABC$ ，可得结论.

【解答】证明： $\because DE \parallel AB$,

$\therefore \angle EDC = \angle B$,

在 $\triangle CDE$ 和 $\triangle ABC$ 中，

$$\begin{cases} \angle EDC = \angle B \\ \angle DCE = \angle A, \\ DE = BC \end{cases}$$

$\therefore \triangle CDE \cong \triangle ABC$ (AAS),

$\therefore CD = AB$.

24. (8 分) 某中学为落实《教育部办公厅关于进一步加强中小学生体质管理的通知》文件要求，决定增设篮球、足球两门选修课程，需要购进一批篮球和足球. 已知购买 2 个篮球和 3 个足球共需费用 510 元；购买 3 个篮球和 5 个足球共需费用 810 元.

(1) 求篮球和足球的单价分别是多少元；

(2) 学校计划采购篮球、足球共 50 个，并要求篮球不少于 30 个，且总费用不超过 5500 元. 那么最多采购篮球多少个？

【答案】见试题解答内容

【分析】(1) 根据购买 2 个篮球和 3 个足球共需费用 510 元；购买 3 个篮球和 5 个足球共需费用 810 元，可以列出相应的二元一次方程组，然后求解即可；

(2) 根据要求篮球不少于 30 个，且总费用不超过 5500 元，可以列出相应的不等式组，从而可以求得篮球数量的取值范围，然后即可写出相应的购买方案.

【解答】解：(1) 设篮球的单价为 a 元，足球的单价为 b 元，

由题意可得：
$$\begin{cases} 2a+3b=510 \\ 3a+5b=810 \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} a=120 \\ b=90 \end{cases}$$

答：篮球的单价为 120 元，足球的单价为 90 元；

(2) 设采购篮球 x 个，则采购足球为 $(50 - x)$ 个，

∵ 要求篮球不少于 30 个，且总费用不超过 5500 元，

$$\therefore \begin{cases} x \geq 30 \\ 120x + 90(50 - x) \leq 5500 \end{cases},$$

$$\text{解得 } 30 \leq x \leq 33\frac{1}{3},$$

∵ x 为整数，

∴ x 的值可为 30, 31, 32, 33,

∴ 共有四种购买方案，

方案一：采购篮球 30 个，采购足球 20 个；

方案二：采购篮球 31 个，采购足球 19 个；

方案三：采购篮球 32 个，采购足球 18 个；

方案四：采购篮球 33 个，采购足球 17 个.

25. (8 分) 对 m, n 定义一种新运算 “ $\ast$ ”，规定： $m \ast n = am - bn + 5$ (a, b 均为非零常数)，等式右边的运算是通常的四则运算，例如 $3 \ast 4 = 3a - 4b + 5$. 已知 $2 \ast 3 = 1$, $3 \ast (-1) = 10$.

(1) 求 a, b 的值；

(2) 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x \ast (2x - 3) < 9 \\ 3x \ast (-6) < t \end{cases}$ 有且只有一个整数解，试求字母 t 的取值范围.

【答案】 (1) $a=1, b=2$;

(2) $20 < t \leq 23$.

【分析】 (1) 已知等式利用题中的新定义化简，计算即可求出 a 与 b 的值；

(2) 已知不等式组利用题中的新定义化简，把 a 与 b 的值代入后，根据不等式组有且只有一个整数解，确定出 t 的范围即可.

【解答】 解：(1) ∵ $2 \ast 3 = 1$, $3 \ast (-1) = 10$,

$$\therefore \begin{cases} 2a - 3b = -4 \text{ ①} \\ 3a + b = 5 \text{ ②} \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}$$

(2) ∵ 不等式组 $\begin{cases} x \ast (2x - 3) < 9 \\ 3x \ast (-6) < t \end{cases}$, 且 $a=1, b=2$,

$$\therefore ax - b(2x - 3) + 5 = -3x + 11 < 9, 3ax + 6b + 5 = 3x + 17 < t,$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x > \frac{2}{3} \\ x < \frac{t-17}{3} \end{cases},$$

∵关于 x 的不等式组有且只有一个整数解，

$$\therefore 1 < \frac{t-17}{3} \leq 2,$$

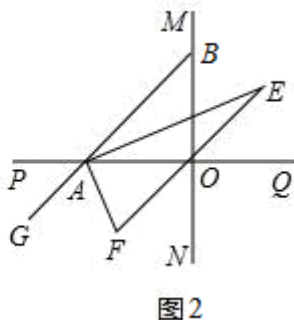
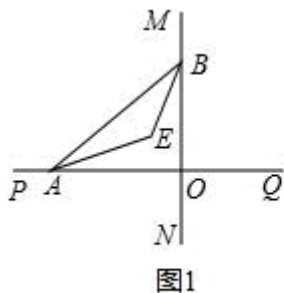
解得： $20 < t \leq 23$ ，

∴ t 的取值范围是 $20 < t \leq 23$ 。

26. (10 分) 直线 MN 与直线 PQ 垂直相交于 O ，点 A 在射线 OP 上运动，点 B 在射线 OM 上运动。

(1) 如图 1，已知 AE 、 BE 分别是 $\angle BAO$ 和 $\angle ABO$ 角的平分线，点 A 、 B 在运动的过程中， $\angle AEB$ 的大小是否会发生变化？若发生变化，请说明理由；若不发生变化，试求出其值；

(2) 如图 2，延长 BA 至 G ，已知 $\angle BAO$ 、 $\angle OAG$ 的角平分线与 $\angle BOQ$ 的角平分线及其延长线相交于 E 、 F ，则 $\angle EAF = \underline{90}^\circ$ ；在 $\triangle AEF$ 中，如果有一个角是另一个角的 3 倍，试求 $\angle ABO$ 的度数。



【答案】见试题解答内容

【分析】(1) 根据直线 MN 与直线 PQ 垂直相交于 O 可知 $\angle AOB = 90^\circ$ ，再由 AE 、 BE 分别是 $\angle BAO$ 和 $\angle ABO$ 角的平分线得出 $\angle BAE = \frac{1}{2} \angle OAB$ ， $\angle ABE = \frac{1}{2} \angle ABO$ ，由三角形内角和定理即可得出结论；

(2) 由 $\angle BAO$ 与 $\angle BOQ$ 的角平分线相交于 E 可知 $\angle EAO = \frac{1}{2} \angle BAO$ ， $\angle EOQ = \frac{1}{2} \angle BOQ$ ，进而得出 $\angle E$ 的度数，由 AE 、 AF 分别是 $\angle BAO$ 和 $\angle OAG$ 的角平分线可知 $\angle EAF = 90^\circ$ ，在 $\triangle AEF$ 中，由一个角是另一个角的 3 倍分四种情况进行分类讨论。

【解答】解：(1) $\angle AEB$ 的大小不变，

∵直线 MN 与直线 PQ 垂直相交于 O ，

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OAB + \angle OBA = 90^\circ,$$

∵ AE 、 BE 分别是 $\angle BAO$ 和 $\angle ABO$ 角的平分线，

$$\begin{aligned}\therefore \angle BAE &= \frac{1}{2} \angle OAB, \quad \angle ABE = \frac{1}{2} \angle ABO, \\ \therefore \angle BAE + \angle ABE &= \frac{1}{2} (\angle OAB + \angle ABO) = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ, \\ \therefore \angle AEB &= 135^\circ;\end{aligned}$$

(2) $\because AE$ 、 AF 分别是 $\angle BAO$ 和 $\angle OAG$ 的角平分线,

$$\begin{aligned}\therefore \angle EAO &= \frac{1}{2} \angle BAO, \quad \angle FAO = \frac{1}{2} \angle GAO, \\ \therefore \angle EAF &= \frac{1}{2} (\angle BAO + \angle GAO) = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ.\end{aligned}$$

故答案为: 90;

$\because \angle BAO$ 与 $\angle BOQ$ 的角平分线相交于 E ,

$$\begin{aligned}\therefore \angle EAO &= \frac{1}{2} \angle BAO, \quad \angle EOQ = \frac{1}{2} \angle BOQ, \\ \therefore \angle E &= \angle EOQ - \angle EAO = \frac{1}{2} (\angle BOQ - \angle BAO) = \frac{1}{2} \angle ABO,\end{aligned}$$

即 $\angle ABO = 2\angle E$,

在 $\triangle AEF$ 中, $\because$ 有一个角是另一个角的 3 倍, 故分四种情况讨论:

- ① $\angle EAF = 3\angle E$, $\angle E = 30^\circ$, 则 $\angle ABO = 60^\circ$;
- ② $\angle EAF = 3\angle F$, $\angle E = 60^\circ$, $\angle ABO = 120^\circ$ (舍去);
- ③ $\angle F = 3\angle E$, $\angle E = 22.5^\circ$, $\angle ABO = 45^\circ$;
- ④ $\angle E = 3\angle F$, $\angle E = 67.5^\circ$, $\angle ABO = 135^\circ$ (舍去).

$\therefore \angle ABO$ 为 60° 或 45° .

