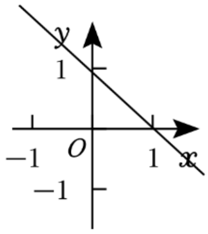
2023-2024 学年江苏省连云港市东海县石榴高级中学高二（上）期初数学试卷

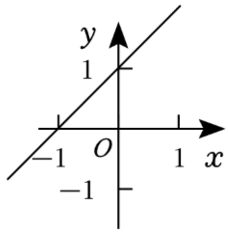
一、单选题（本大题共 8 小题，共 40 分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

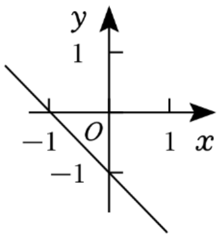
1.（5 分）直线 $5x-2y-10=0$ 在 x 轴上的截距为 a，在 y 轴上的截距为 b，则（　　）

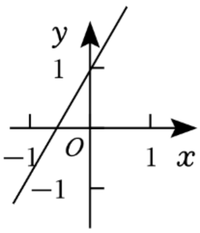
A．$a=2$，$b=5$　　B．$a=2$，$b=-5$　　C．$a=-2$，$b=5$　　D．$a=-2$，$b=-5$

2.（5 分）直线 $y=k(x+1)$（$k>0$）可能是（　　）

A．

B．

C．

D．

3.（5 分）如果 $AC<0$，$BC>0$，那么直线 $Ax+By+C=0$ 不通过（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

4.（5 分）设 a，b 为实数，若直线 $ax+by=1$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 相交，则点 $P(a,b)$ 与圆的位置关系是（　　）

A．在圆上　　B．在圆外　　C．在圆内　　D．不能确定

5.（5 分）圆 O_1：$x^2+y^2-2x=0$ 与圆 O_2：$x^2+y^2+4y=0$ 的位置关系是（　　）

A．外离　　B．外切　　C．相交　　D．内切

6.（5 分）过圆 $x^2+y^2=5$ 上一点 $M(1,-2)$ 作圆的切线 l，则 l 的方程是（　　）

A．$x+2y-3=0$　　B．$x-2y-5=0$　　C．$2x-y-5=0$　　D．$2x+y-5=0$

7.（5 分）椭圆 $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$ 的焦点为 F_1，F_2，椭圆上的点 P 满足 $\angle F_1PF_2=60°$，则点 P 到 x 轴的距离为（　　）

A．$\frac{64\sqrt{3}}{3}$　　B．$\frac{91\sqrt{3}}{3}$　　C．$\frac{32\sqrt{3}}{9}$　　D．$\frac{64}{3}$

8.（5 分）实数 x，y 满足 $x^2+y^2+2x=0$，则 $\frac{y}{x-1}$ 的取值范围是（　　）

A．$[-\sqrt{3},\sqrt{3}]$　　B．$(-\infty,-\sqrt{3}]\cup[\sqrt{3},+\infty)$

C．$[-\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3}]$　　　　D．$(-\infty,-\frac{\sqrt{3}}{3}]\cup[\frac{\sqrt{3}}{3},+\infty)$

二、多选题（本大题共 4 小题，共 20 分。在每小题有多项符合题目要求）

（多选）9．（5 分）关于椭圆 $3x^2+4y^2=12$ 有以下结论，其中正确的有（　　）

A．离心率为$\frac{1}{2}$

B．长轴长是 $2\sqrt{3}$

C．焦点在 y 轴上

D．焦点坐标为（﹣1，0），（1，0）

（多选）10．（5 分）已知椭圆C：$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$，$F_1$，$F_2$分别为它的左右焦点，$A$，$B$ 分别为它的左右顶点，点 P 是椭圆上的一个动点，下列结论中正确的有（　　）

A．离心率 $e=\frac{4}{5}$

B．$\triangle F_1PF_2$ 的周长为 15

C．若$\angle F_1PF_2=90^\circ$，则$\triangle F_1PF_2$ 的面积为 9

D．直线 PA 与直线 PB 斜率乘积为定值 $-\frac{9}{25}$

（多选）11．（5 分）下列四个命题正确的是（　　）

A．直线 $x-2y+3=0$ 的一个方向向量是（1，﹣2）

B．设直线 $Ax+By+C=0$ 过点 $P(x_0,y_0)$，则这条直线的方程可以写成 $A(x-x_0)+B(y-y_0)=0$

C．直线 $x\cos\alpha+y\sin\alpha=2$ 与圆 O：$x^2+y^2=5$ 相交

D．圆 O_1：$x^2+y^2=1$ 与圆 O_2：$(x-3)^2+(y-4)^2=16$ 恰有三条公切线

（多选）12．（5 分）已知直线 $mx-y+2m-1=0$ 与曲线 $y=\sqrt{1-x^2}$ 有且仅有 1 个公共点，则 m 的取值可能是（　　）

A．$\frac{1}{3}$　　　　B．$\frac{2}{3}$　　　　C．1　　　　D．$\frac{4}{3}$

三、填空题（本大题共 4 小题，共 25.0 分）

13．（5 分）两条平行直线 $4x+3y+3=0$ 与 $8x+6y-9=0$ 的距离是____________.

14．（5 分）过点（0，1）且与直线 $2x-y+3=0$ 平行的直线方程为____________.

15．（5 分）圆 $x^2+y^2-2x-2y+1=0$ 上的点到直线 $x-y=2$ 的距离的最大值是____________.

16．（5 分）圆 $x^2+y^2-2x+2y+1=0$ 关于 x 轴对称的圆的方程为____________.

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17.（10 分）设 a 为实数，若直线 $x+ay=2a+2$ 与直线 $ax+y=a+1$ 平行，求 a 的值．

18.（12 分）一直线过点 P（﹣5，﹣4）且与两坐标轴围成的三角形面积是 5，求此直线的方程．

19.（12 分）已知直线 l：$y=3x+3$，求；

（1）直线 l 关于点 M（3，2），对称的直线的方程．

（2）直线 $x-y-2=0$ 关于 l 对称的直线的方程．

20.（12 分）过点 P（3，0）作直线 l，使它被两条相交直线 $2x-y-2=0$ 和 $x+y+3=0$ 所截得的线段恰好被点 P 平分，求直线 l 的方程．

21.（12 分）已知圆 C：$x^2+y^2-2x+4y-4=0$，是否存在斜率为 1 的直线 L，使 L 被圆 C 截得的弦 AB 为直径的圆过原点若存在，求出直线 L 的方程；若不存在，说明理由．

22.（12 分）在直角坐标系中，已知射线 OA：$x-y=0$（$x\geqslant 0$），OB：$x+\sqrt{3}y=0$（$x\geqslant 0$），过点 P（1，0）作直线分别交射线 OA、OB 于点 A、B．

（1）当 AB 的中点为 P 时，求直线 AB 的方程；

（2）当 AB 的中点在直线 $y=\frac{1}{2}x$ 上时，求直线 AB 的方程．

2023-2024 学年江苏省连云港市东海县石榴高级中学高二（上）期初数学试卷

参考答案与试题解析

一、单选题（本大题共 8 小题，共 40 分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1．（5 分）直线 $5x-2y-10=0$ 在 x 轴上的截距为 a，在 y 轴上的截距为 b，则（　　）

A．$a=2$，$b=5$　　B．$a=2$，$b=-5$　　C．$a=-2$，$b=5$　　D．$a=-2$，$b=-5$

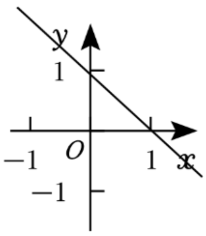
【答案】B

【分析】根据截距的定义可知，在 x 轴的截距即令 $y=0$ 求出的 x 的值，在 y 轴上的截距即令 $x=0$ 求出 y 的值，分别求出即可．

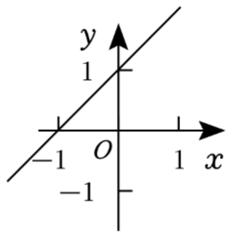
【解答】解：令 $y=0$，得到 $5x-10=0$，解得 $x=2$，所以 $a=2$；令 $x=0$，得到 $-2y-10=0$，解得 $y=-5$，所以 $b=-5$．

故选：B．

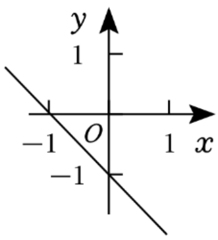
2．（5 分）直线 $y=k(x+1)$（$k>0$）可能是（　　）



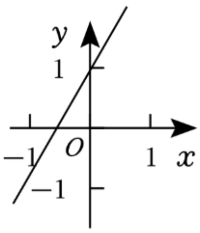
A．



B．



C．



D．

【答案】B

【分析】由题意，根据直线的点斜式方程，判断直线的位置特征，从而得出结论．

【解答】解：由于直线 $y=k(x+1)$（$k>0$）经过点（-1，0），斜率为 $k>0$，

它的图象经过一、二、三象限，

故选：B．

3．（5 分）如果 $AC<0$，$BC>0$，那么直线 $Ax+By+C=0$ 不通过（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

【答案】B

【分析】直线 $Ax+By+C=0$ 化为：$y=-\frac{A}{B}x-\frac{C}{B}$. 由 $AC<0$，$BC>0$，对 C 分类讨论即可得出.

【解答】解：直线 $Ax+By+C=0$ 化为：$y=-\frac{A}{B}x-\frac{C}{B}$.

$\because AC<0$，$BC>0$，

假设 $C>0$，则 $B>0$，$A<0$. $\therefore -\frac{A}{B}>0$，$-\frac{C}{B}<0$. 则直线 $Ax+By+C=0$ 不通过第二象限.

假设 $C<0$，则 $B<0$，$A>0$. $\therefore -\frac{A}{B}>0$，$-\frac{C}{B}<0$. 则直线 $Ax+By+C=0$ 不通过第二象限.

故选：B.

4.（5 分）设 a，b 为实数，若直线 $ax+by=1$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 相交，则点 P（a，b）与圆的位置关系是（　　）

A．在圆上　　B．在圆外　　C．在圆内　　D．不能确定

【答案】B

【分析】根据直线与圆的位置关系，求得 a，b 满足的关系式，结合点与圆位置关系的判断方法，判断即可.

【解答】解：根据题意可得$\frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}<1$，

$\therefore a^2+b^2>1$，

$\therefore$点 P（a，b）在圆 $x^2+y^2=1$ 外.

故选：B.

5.（5 分）圆 O_1：$x^2+y^2-2x=0$ 与圆 O_2：$x^2+y^2+4y=0$ 的位置关系是（　　）

A．外离　　B．外切　　C．相交　　D．内切

【答案】C

【分析】先利用配方法将两个圆的方程均化为标准方程，再写出圆心坐标和半径，然后比较两圆的圆心距与半径和、半径差的大小关系即可得解.

【解答】解：圆 O_1：$x^2+y^2-2x=0$ 化为标准方程为（$x-1$）$^2+y^2=1$，圆心 O_1（1，0），半径为 $r_1=1$；圆 O_2：$x^2+y^2+4y=0$ 化为标准方程为 x^2+（$y+2$）$^2=4$，圆心 O_2（0，-2），半径为 $r_2=2$.

所以圆心距$|O_1O_2|=\sqrt{(1-0)^2+(0+2)^2}=\sqrt{5}$，$r_1+r_2=3$，$r_2-r_1=1$，

所以 $r_2-r_1<|O_1O_2|<r_1+r_2$，即两圆的位置关系为相交.

故选：C.

6.（5 分）过圆 $x^2+y^2=5$ 上一点 M（1，-2）作圆的切线 l，则 l 的方程是（　　）

A．$x+2y-3=0$　　B．$x-2y-5=0$　　C．$2x-y-5=0$　　D．$2x+y-5=0$

【答案】B

【分析】先检验点 M 是否在圆上，过圆上一点的切线只有一条，且切点与圆心连线与切线所在直线互相垂直，利用点斜式方程写出切线并化简可得出方程．

【解答】解：圆 $x^2+y^2=5$ 的圆心为 C（0，0），半径 $r=\sqrt{5}$，

点 M（1，－2），且$|CM|=\sqrt{5}$，即点 M 在圆上，

则过 M 作切线与直线 CM 垂直，

$k_{CM}=\frac{-2-0}{1-0}=-2$，则切线斜率为$\frac{1}{2}$，

切线方程 l：$y-(-2)=\frac{1}{2}(x-1)$，即 $x-2y-5=0$，

故选：B．

7．（5 分）椭圆$\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$的焦点为 F_1，F_2，椭圆上的点 P 满足$\angle F_1PF_2=60°$，则点 P 到 x 轴的距离为（　　）

A．$\frac{64\sqrt{3}}{3}$　　B．$\frac{91\sqrt{3}}{3}$　　C．$\frac{32\sqrt{3}}{9}$　　D．$\frac{64}{3}$

【答案】C

【分析】由椭圆的方程求出 c 的值，设出点 P 的坐标，再利用椭圆中焦点三角形的面积公式即可求解．

【解答】解：由椭圆的方程可得：$a=10$，$b=8$，$c=6$，

所以$|F_1F_2|=2c=12$，

在椭圆中，由焦点三角形的面积公式可得三角形 PF_1F_2 的面积为$b^2\tan\frac{\angle F_1PF_2}{2}=64\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{64\sqrt{3}}{3}$，

设点 P 的坐标为（x，y），

则三角形 F_1PF_2 的面积还可以表示为 $S=\frac{1}{2}|F_1F_2|\times|y|=\frac{1}{2}\times 2c\times|y|=6|y|=\frac{64\sqrt{3}}{3}$，

所以$|y|=\frac{32\sqrt{3}}{9}$，即点 P 到 x 轴的距离为$\frac{32\sqrt{3}}{9}$，

故选：C．

8．（5 分）实数 x，y 满足 $x^2+y^2+2x=0$，则$\frac{y}{x-1}$的取值范围是（　　）

A．$[-\sqrt{3},\sqrt{3}]$　　B．$(-\infty,-\sqrt{3}]\cup[\sqrt{3},+\infty)$

C．$[-\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3}]$　　D．$(-\infty,-\frac{\sqrt{3}}{3}]\cup[\frac{\sqrt{3}}{3},+\infty)$

【答案】C

【分析】设$\frac{y}{x-1}=t$，则 $tx-y-t=0$ 与圆（$x+1$）$^2+y^2=1$ 由交点．在根据圆心到直线的距离小于等于半径列式，解不等式可得．

【解答】解：设$\frac{y}{x-1}=t$，则 $tx-y-t=0$ 与圆（$x+1$）$^2+y^2=1$ 有交点，

∴圆心（－1，0）到直线 $tx-y-t=0$ 的距离 $d=\frac{|-t-t|}{\sqrt{t^2+1}}\leqslant 1$，

解得$-\frac{\sqrt{3}}{3}\leqslant t\leqslant\frac{\sqrt{3}}{3}$．

故选：C．

二、多选题（本大题共 4 小题，共 20 分。在每小题有多项符合题目要求）

（多选）9．（5 分）关于椭圆 $3x^2+4y^2=12$ 有以下结论，其中正确的有（　　）

A．离心率为$\frac{1}{2}$

B．长轴长是 $2\sqrt{3}$

C．焦点在 y 轴上

D．焦点坐标为（－1，0），（1，0）

【答案】AD

【分析】将椭圆的方程化为标准方程，然后对应各个选项求解即可．

【解答】解：将椭圆方程化为标准方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，

所以该椭圆的焦点在 x 轴上，C 错误；

焦点坐标为（－1，0），（1，0），D 正确；

$a=2$，长轴长是 4，B 错误；

因为$a=2$，$b=\sqrt{3}$，所以 $c=1$，离心率$e=\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$，A正确，

故选：AD．

（多选）10．（5 分）已知椭圆C：$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$，$F_1$，$F_2$分别为它的左右焦点，$A$，$B$ 分别为它的左右顶点，点 P 是椭圆上的一个动点，下列结论中正确的有（　　）

A．离心率$e=\frac{4}{5}$

B．$\triangle F_1PF_2$ 的周长为 15

C．若$\angle F_1PF_2=90^\circ$，则$\triangle F_1PF_2$ 的面积为 9

D．直线 PA 与直线 PB 斜率乘积为定值 $-\frac{9}{25}$

【答案】ACD

【分析】由椭圆的方程可得 a，b 的值，进而求出 c 的值，求出离心率的值，判断 A 正确；由椭圆的定义求出△F_1PF_2 的周长，判断 B 不正确，由勾股定理及椭圆的定义可得$|PF_1||PF_2|$的值，进而求出三角形的面积，判断 C 正确；设 P 的坐标，由题意可得 P 的横纵坐标的关系，求出直线 PA，PB 的斜率之积为定值，判断 D 正确．

【解答】解：由椭圆的方程：$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$，可得 $a=5$，$b=3$，所以 $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{25-9}=4$，

A 中，离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{4}{5}$，所以 A 正确；

B 中，由题意可得△F_1PF_2 的周长为 $2a+2c=2\times5+2\times4=18$，所以 B 不正确；

C 中，由$\angle F_1PF_2=90^\circ$，可得$|PF_1|^2+|PF_2|^2=|F_1F_2|^2$，即（$|PF_1|+|PF_2|$）$^2-2|PF_1||PF_2|=|F_1F_2|^2$，

所以$|PF_1||PF_2|=\frac{4a^2-4c^2}{2}=2(25-16)=18$，

所以 $S_{\triangle PF_1F_2}=\frac{1}{2}|PF_1||PF_2|=\frac{1}{2}\times18=9$，所以 C 正确；

D 中，当 P 不为椭圆的左右顶点时，P（x_0，y_0），$y_0\neq0$，可得$\frac{x_0^2}{25}+\frac{y_0^2}{9}=1$，由椭圆的方程可得 A（﹣5，0），B（5，0），

则 $k_{PA}\cdot k_{PB}=\frac{y_0}{x_0+5}\cdot\frac{y_0}{x_0-5}=\frac{y_0^2}{x_0^2-25}=\frac{9\left(1-\frac{x_0^2}{25}\right)}{x_0^2-25}=-\frac{9}{25}$，所以 D 正确；

故选：ACD．

（多选）11．（5 分）下列四个命题正确的是（　　）

A．直线 $x-2y+3=0$ 的一个方向向量是（1，﹣2）

B．设直线 $Ax+By+C=0$ 过点 P（x_0，y_0），则这条直线的方程可以写成 $A(x-x_0)+B(y-y_0)=0$

C．直线 $x\cos\alpha+y\sin\alpha=2$ 与圆 O：$x^2+y^2=5$ 相交

D．圆 O_1：$x^2+y^2=1$ 与圆 O_2：$(x-3)^2+(y-4)^2=16$ 恰有三条公切线

【答案】BCD

【分析】取直线 $x-2y+3=0$ 上的两个点，根据这两点坐标即可求出直线的方向向量，从而判断 A 的正误；将 P 点坐标代入直线方程，求出 C，从而得出这条直线的方程，从而判断 B 的正误；可求出圆心到直线的距离，与圆的半径比较即可判断直线和圆是否相交，从而判断 C 的正误；可判断这两圆相切，

从而判断 D 正确．

【解答】解：直线 $x-2y+3=0$ 过点（0，$\frac{3}{2}$），（－3，0），∴直线 $x-2y+3=0$ 的方向向量为 $(3,\frac{3}{2})=\frac{3}{2}(2,1)$，不是（1，－2），$A$ 错误；

直线 $Ax+by+C=0$ 过点 P（x_0，y_0），∴$Ax_0+By_0+C=0$，$C=-Ax_0-By_0$，∴直线方程为 $A(x-x_0)+B(y-y_0)=0$，B 正确；

圆 $x^2+y^2=5$ 的圆心到直线 $x\cos\alpha+y\sin\alpha=2$ 的距离为 $\frac{2}{\sqrt{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}}=2<\sqrt{5}$，∴直线与圆相交，$C$ 正确；

圆 O_1 的圆心到圆 O_2 的圆心的距离为 $5=1+4$，∴圆 O_1 与圆 O_2 外切，∴两圆有 3 条公切线，D 正确．

故选：BCD．

（多选）12．（5 分）已知直线 $mx-y+2m-1=0$ 与曲线 $y=\sqrt{1-x^2}$ 有且仅有 1 个公共点，则 m 的取值可能是（　　）

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{2}{3}$　　C．1　　D．$\frac{4}{3}$

【答案】ABD

【分析】作出图象，根据直线与圆的位置关系得出 m 的临界值，从而得出 m 的范围．

【解答】解：由直线 $mx-y+2m-1=0$ 可知恒过定点 A（－2，－1），

曲线 $y=\sqrt{1-x^2}$ 表示 $x^2+y^2=1$（$y\geqslant0$），即圆的上半圆，

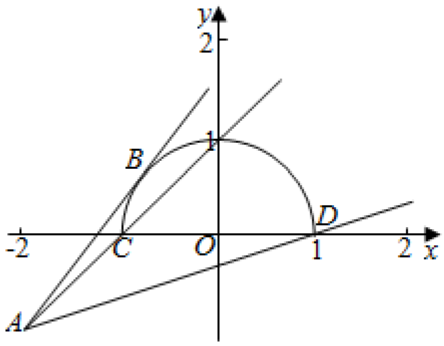
作出图形如图所示：

而直线 $mx-y+2m-1=0$，与上半个圆相切于 B 时，有一个交点，此时 $\frac{|2m-1|}{\sqrt{1+m^2}}=1$，解得 $m=\frac{4}{3}$，

直线夹在 CD 直接时，直线 $mx-y+2m-1=0$ 与曲线 $y=\sqrt{1-x^2}$ 有且仅有 1 个公共点，C（－1，0），D（1，0），

所以：$\frac{0+1}{1+2}\leqslant m<\frac{0+1}{-1+2}$，即 $m\in[\frac{1}{3}，1)$，

故选：ABD．



三、填空题（本大题共 4 小题，共 25.0 分）

13．（5 分）两条平行直线 $4x+3y+3=0$ 与 $8x+6y-9=0$ 的距离是__$\frac{3}{2}$__．

【答案】见试题解答内容

【分析】根据平行线间的距离公式求解即可．

【解答】解：可将直线 $8x+6y-9=0$ 化为 $4x+3y-\frac{9}{2}=0$，

所以两条平行直线间的距离为$\frac{|3-(-\frac{9}{2})|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{3}{2}$，

故答案为：$\frac{3}{2}$．

14．（5 分）过点（0，1）且与直线 $2x-y+3=0$ 平行的直线方程为__$2x-y+1=0$__．

【答案】见试题解答内容

【分析】根据题意，设要求直线的方程为 $2x-y+m=0$，将点（0，1）的坐标代入，计算可得 m 的值，即可得答案．

【解答】解：根据题意，要求直线与直线 $2x-y+3=0$ 平行，设要求直线的方程为 $2x-y+m=0$，

又由要求直线过点（0，1），则有 $-1+m=0$，即 $m=1$，

即要求直线的方程为 $2x-y+1=0$；

故答案为：$2x-y+1=0$．

15．（5 分）圆 $x^2+y^2-2x-2y+1=0$ 上的点到直线 $x-y=2$ 的距离的最大值是__$\sqrt{2}+1$__．

【答案】见试题解答内容

【分析】把圆的方程化为标准方程后，找出圆心坐标和半径 r，利用点到直线的距离公式求出圆心到已知直线的距离 d，求出 $d+r$ 即为所求的距离最大值．

【解答】解：把圆的方程化为标准方程得：$(x-1)^2+(y-1)^2=1$，

所以圆心坐标为（1，1），圆的半径 $r=1$，

所以圆心到直线 $x-y=2$ 的距离 $d=\frac{|1-1-2|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，

则圆上的点到直线 $x-y=2$ 的距离最大值为 $d+r=\sqrt{2}+1$．

故答案为：$\sqrt{2}+1$

16．（5 分）圆 $x^2+y^2-2x+2y+1=0$ 关于 x 轴对称的圆的方程为 ＿$(x-1)^2+(y-1)^2=1$＿．

【答案】$(x-1)^2+(y-1)^2=1$．

【分析】求出圆心关于直线的对称点，进而求解结论．

【解答】解：圆 $x^2+y^2-2x+2y+1=0$ 的标准方程为 $(x-1)^2+(y+1)^2=1$，半径为 1，

圆心 $(1,-1)$ 关于 x 轴的对称点为 $(1,1)$，

圆 $x^2+y^2-2x+2y+1=0$ 关于 x 轴对称的圆的方程是：$(x-1)^2+(y-1)^2=1$．

故答案为：$(x-1)^2+(y-1)^2=1$．

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17．（10 分）设 a 为实数，若直线 $x+ay=2a+2$ 与直线 $ax+y=a+1$ 平行，求 a 的值．

【答案】1．

【分析】由两直线平行得出关系式求出 a 的值并验证即可．

【解答】解：∵直线 $x+ay=2a+2$ 与直线 $ax+y=a+1$ 平行，

可知当 $a=0$ 时，两直线垂直，不符合题意，

$\therefore \frac{1}{a}=\frac{a}{1}$，

解得 $a=\pm1$．

当 $a=1$ 时，$x+y=4$，$x+y=2$，两直线平行，

当 $a=-1$ 时，$x-y=0$，$x-y=0$，两直线重合，舍去，

故 $a=1$．

18．（12 分）一直线过点 $P(-5,-4)$ 且与两坐标轴围成的三角形面积是 5，求此直线的方程．

【答案】见试题解答内容

【分析】设直线方程为 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$，则 $\begin{cases}\frac{-5}{a}+\frac{-4}{b}=1\\ \frac{1}{2}|ab|=5\end{cases}$，解得 a、b 的值，即得此直线的方程．

【解答】解：设直线方程为 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$，则 $\begin{cases}\frac{-5}{a}+\frac{-4}{b}=1\\ \frac{1}{2}|ab|=5\end{cases}$，解得 $\begin{cases}a=5\\ b=-2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=-\frac{5}{2}\\ b=4\end{cases}$．

∴直线方程为 $2x-5y-10=0$ 或 $8x-5y+20=0$．

19．（12 分）已知直线 l：$y=3x+3$，求；

（1）直线 l 关于点 M（3，2），对称的直线的方程．

（2）直线 $x-y-2=0$ 关于 l 对称的直线的方程．

【答案】见试题解答内容

【分析】(1）在直线 l 关于点 M（3，2）的对称直线上任意取一点 A（x，y），则根据点 A 关于点 M（3，2）的对称点 B（$6-x$，$4-y$）在直线 l 上，建立 x、y 的关系，可得对称的直线的方程．

（2）在所求的对称直线上任意取一点 C（x，y），则点 C 关于直线 l：$y=3x+3$ 的对称点 D（x'，y'）在直线 $x-y-2=0$ 上，利用垂直、和中点在对称轴上这两个条件求出 x'、y'，代入 $x'-y'-2=0$，求得结果．

【解答】解：(1）直线 l：$y=3x+3$，在直线 l 关于点 M（3，2）的对称直线上任意取一点 A（x，y），则点 A 关于点 M（3，2）的对称点 B（$6-x$，$4-y$）在直线 l 上，

故有 $4-y=3(6-x)+3$，化简可得 $3x-y-17=0$．

（2）在所求的对称直线上任意取一点 C（x，y），

则由题意可得点 C 关于直线 l：$y=3x+3$ 的对称点 D（x'，y'）在直线 $x-y-2=0$ 上，

即线 $x'-y'-2=0$．

则由 $\begin{cases}\dfrac{y'-y}{x'-x}\cdot 3=-1\\ \dfrac{y+y'}{2}=3\cdot\dfrac{x+x'}{2}+3\end{cases}$，

求得 $\begin{cases}x'=\dfrac{3y-4x-9}{5}\\ y'=\dfrac{3x+4y+3}{5}\end{cases}$，

故有 $\dfrac{3y-4x-9}{5}-\dfrac{3x+4y+3}{5}-2=0$，

即 $7x+y+22=0$．

20．（12 分）过点 P（3，0）作直线 l，使它被两条相交直线 $2x-y-2=0$ 和 $x+y+3=0$ 所截得的线段恰好被点 P 平分，求直线 l 的方程．

【答案】见试题解答内容

【分析】设直线 l：$y=k(x-3)$，分别联立方程组可得 A、B 坐标，由中点公式可得 k 的方程，解解 k，代入直线方程即可．

【解答】解：设直线 l：$y=k(x-3)$，

联立方程组可得$\begin{cases}2x-y-2=0\\y=k(x-3)\end{cases}$，解方程组可得 A（$\frac{2-3k}{2-k}$，$\frac{-4k}{2-k}$），

同理联立方程组$\begin{cases}x+y-3=0\\y=k(x-3)\end{cases}$，解方程组可得 B（$\frac{3k-3}{k+1}$，$\frac{-6k}{k+1}$），

由中点坐标公式得$\frac{2-3k}{2-k}+\frac{3k-3}{k+1}=6$，解得 $k=8$，

∴直线 l 的方程为 $y=8$（$x-3$）.

21.（12 分）已知圆 C：$x^2+y^2-2x+4y-4=0$，是否存在斜率为 1 的直线 L，使 L 被圆 C 截得的弦 AB 为直径的圆过原点若存在，求出直线 L 的方程；若不存在，说明理由.

【答案】见试题解答内容

【分析】将圆 C 化成标准方程，假设存在以 AB 为直径的圆 M，圆心 M 的坐标为（a，b）．因为 $CM\perp l$，则有 $k_{CM}\bullet k_l=-1$，表示出直线 l 的方程，从而求得圆心到直线的距离，再由：$d^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2=r^2$求解.

【解答】解：圆 C 化成标准方程为（$x-1$）^{2}+（$y+2$）$^2=9$，假设存在以 AB 为直径的圆 M，圆心 M 的坐标为（a，b）.

∵$CM\perp l$，即 $k_{CM}\bullet k_l=\frac{b+2}{a-1}\times1=-1$

∴$b=-a-1$

∴直线 l 的方程为 $y-b=x-a$，即 $x-y-2a-1=0$

∴$|CM|^2=\left(\frac{|1+2-2a-1|}{\sqrt{2}}\right)^2=2(1-a)^2$

∴$|MB|^2=|CB|^2-|CM|^2=-2a^2+4a+7$

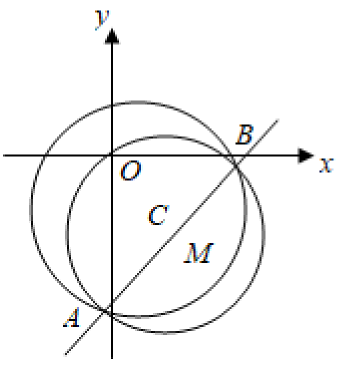
∵$|MB|=|OM|$

∴$-2a^2+4a+7=a^2+b^2$，得 $a=-1$ 或$\frac{3}{2}$，

当 $a=\frac{3}{2}$时，$b=-\frac{5}{2}$，此时直线 l 的方程为 $x-y-4=0$

当 $a=-1$ 时，$b=0$，此时直线 l 的方程为 $x-y+1=0$

故这样的直线 l 是存在的，方程为 $x-y-4=0$ 或 $x-y+1=0$.



22.（12 分）在直角坐标系中，已知射线 OA：$x-y=0$（$x\geqslant 0$），OB：$x+\sqrt{3}y=0$（$x\geqslant 0$），过点 P（1，0）作直线分别交射线 OA、OB 于点 A、B.

（1）当 AB 的中点为 P 时，求直线 AB 的方程；

（2）当 AB 的中点在直线 $y=\frac{1}{2}x$ 上时，求直线 AB 的方程.

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）设 A（a，a），利用中点坐标公式可得 B（$2-a$，$-a$），代入 OB 方程解得 a，利用两点式可得直线 AB 的方程.

（2）设 A（a，a），$B(\sqrt{3}b，-b)$，可得$\begin{cases}\frac{a-b}{2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{a+\sqrt{3}b}{2},\\ \frac{a-0}{a-1}=\frac{-b-0}{\sqrt{3}b-1},\end{cases}$，解出进而得出.

【解答】解：（1）设 A（a，a），则 B（$2-a$，$-a$），

有$\sqrt{3}(2-a)+3(-a)=0$，解得 $a=\sqrt{3}-1$，故 $A(\sqrt{3}-1，\sqrt{3}-1)$，

则直线 AB 的方程为$\frac{y}{\sqrt{3}-1}=\frac{x-1}{\sqrt{3}-1-1}$，

即 $2x+(\sqrt{3}-1)y-2=0$.

（2）设 A（a，a），$B(\sqrt{3}b，-b)$，

则$\begin{cases}\frac{a-b}{2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{a+\sqrt{3}b}{2},\\ \frac{a-0}{a-1}=\frac{-b-0}{\sqrt{3}b-1},\end{cases}$，

解得$\begin{cases}a=0,\\ b=0\end{cases}$（舍）或$\begin{cases}a=\sqrt{3},\\ b=2\sqrt{3}-3.\end{cases}$，

故所求直线 AB 的方程为$\frac{y}{\sqrt{3}}=\frac{x-1}{\sqrt{3}-1}$，即 $3x-(3-\sqrt{3})y-3=0$，

即$\sqrt{3}x-(\sqrt{3}-1)y-\sqrt{3}=0$.