2023年无锡市滨湖区初三调研考试

数学试题

一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分，在每小题所给出的四个选项中，只有一项是正确的，请用2*B*铅笔把答题卡上相应的选项标号涂黑）

1. -2的相反数是（　　）

A. 2　　B. -2　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $-\frac{1}{2}$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了相反数的定义，只有符号不同的两个数互为相反数，据此作答即可.

【详解】解：依题意，-2的相反数是2，

故选：A.

2. 在函数$y=\frac{1}{2x-1}$中，自变量x的取值范围是（　　）

A. $x\neq\frac{1}{2}$　　B. $x\neq-\frac{1}{2}$　　C. $x>\frac{1}{2}$　　D. $x\geq\frac{1}{2}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据分式的意义，分母不等于0，可以求出x的范围.

【详解】解：根据题意得：$2x-1\neq0$，解得：$x\neq\frac{1}{2}$，

故选 A.

【点睛】本题主要考查函数自变量的取值范围和分式有意义的条件，分式有意义的条件，则分母不能为0.

3. 下列计算正确的（　　）

A. $a^2\cdot a^3=a^6$　　B. $a^7-a^5=a^2$　　C. $\left(-2a^2\right)^3=-8a^6$　　D. $a^6\div a^3=a^2$

【答案】C

【解析】

【分析】根据相应的运算法则逐一运算判断即可.

【详解】A、$a^2\cdot a^3=a^{2+3}=a^5$，故本选项错误；

B、a^7和a^5不是同类项，不能进行加减运算，故本选项错误；

C、$\left(-2a^2\right)^3=-8a^6$，故本选项正确；

D、$a^6\div a^3=a^{6-3}=a^3$，故本选项错误，

故选：C.

【点睛】本题主要考查了同底数幂的乘除法，合并同类项，幂的乘方，熟悉掌握其运算的法则是解题的关键.

4. 下列图案中，是轴对称图形，但不是中心对称图形的（　　）

A. 　B. 　C. 　D.

【答案】D

【解析】

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【详解】解：A．该图形既是中心对称图形，又是轴对称图形，故此选项不合题意；

B．该图形是中心对称图形，不是轴对称图形，故此选项不合题意；

C．该图形是中心对称图形，不是轴对称图形，故此选项不合题意；

D．该图形是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项符合题意.

故选：D.

【点睛】本题考查中心对称图形和轴对称图形的知识，关键是掌握好中心对称图形与轴对称图形的概念．轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，图形旋转$180°$后与原图重合.

5. 为了解某小区居民的用水情况，随机抽查了若干户家庭的某月用水量，统计结果如下表所示：

月用水量（吨）	3	4	5	6
户数	4	6	8	2

关于这若干户家庭的该月用水量的数据统计分析，下列说法正确的（）

A. 方差是 1　　B. 平均数是 4.5　　C. 中位数是 5　　D. 众数是 5

【答案】D

【解析】

【分析】根据众数、中位数、平均数、方差的计算方法分别进行计算即可.

【详解】解：这组数据的方差为

$\frac{1}{20}\left[(3-4.4)^2\times4+(4-4.4)^2\times6+(5-4.4)^2\times8+(6-4.4)^2\times2\right]\approx0.84$，因此选项 A 不符合题意；

这组数据的平均数为$\frac{3\times4+4\times6+5\times8+6\times2}{4+6+8+2}=4.4$吨，因此选项 B 不符合题意；

将这 20 户的用水量从小到大排列，处在中间位置的两个数的平均数为$\frac{4+5}{2}=4.5$吨，因此选项 C 不符合题意；

这组数据出现次数最多的是 5 吨，共出现 8 次，所以用水量的众数是 5 吨，因此选项 D 符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查平均数、中位数、众数、方差，掌握平均数、中位数、众数以及方差的计算方法是正确解答的前提.

6. 下列命题是真命题的是（　　）

A. 平行四边形对角互补　　B. 矩形的对角线互相垂直

C. 菱形的对角线相等　　D. 正方形的对角线相等且互相垂直平分

【答案】D

【解析】

【分析】根据特殊四边形的性质一一判断即可.

【详解】解：A、错误，应该是：平行四边形的对角相等；

B、错误，应该是：矩形的对角线相等且互相平分；

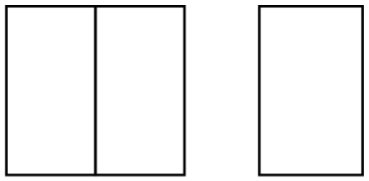
C、错误，应该是：菱形的对角线互相垂直且平分；

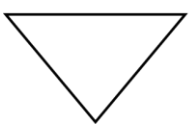
D、正确，正方形的对角线相等且互相垂直平分；

故选：D.

【点睛】本题考查命题与定理、特殊四边形的性质等知识，解题的关键是熟练掌握特殊四边形的性质，属于中考常考题型.

7. 如图是某几何体的三视图，则该几何体（　　）





A. 圆锥　　B. 三棱锥　　C. 三棱柱　　D. 四棱柱

【答案】C

【解析】

【分析】根据主视图和左视图能确定是柱体，再由俯视图确定具体形状.

【详解】解：∵主视图和左视图都是长方形，

∴此几何体为柱体，

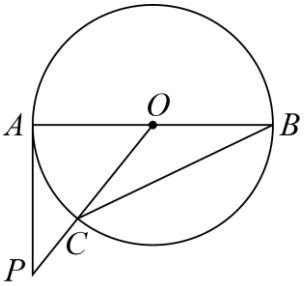
∵俯视图为三角形，

∴该几何体是三棱柱.

故选 C.

【点睛】此题考查了由三视图判断几何体，主视图和左视图的大致轮廓为长方形的几何体为柱体.

8. 如图，AB 是$\odot O$ 的直径，PA 与$\odot O$ 相切于点 A，OP 与$\odot O$ 相交于点 C，若 $\angle P=40°$，则 $\angle ABC$ 的度数是（　　）



A. $20°$　　B. $25°$　　C. $30°$　　D. $35°$

【答案】B

【解析】

【分析】先根据切线的性质得到 $\angle OAP=90°$，再利用直角三角形的两个锐角互余和圆周角定理得到 $\angle AOC=2\angle ABC=50°$ 求解即可.

【详解】解：∵ PA 与$\odot O$ 相切于点 A，

∴ $OA\perp AP$，即 $\angle OAP=90°$，

∵ $\angle P=40°$,，

∴ $\angle AOC=90°-40°=50°$，

∵ $\angle AOC=2\angle ABC$，

∴ $\angle ABC=25°$.

故选：B.

【点睛】本题考查了切线的性质、圆周角定义以及直角三角形的两个锐角互余，熟练掌握切线的性质和圆周角定理是解答的关键.

9. 在平面直角坐标系 xOy 中，反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 与一次函数 $y=ax+b(a>0)$ 的图象相交于 $A(-8,\ m)$、$B(-2,\ n)$ 两点，若 $\triangle AOB$ 面积为 15，则 k 的值为（　　）

A. -8　　B. -7.5　　C. -6　　D. -4

【答案】A

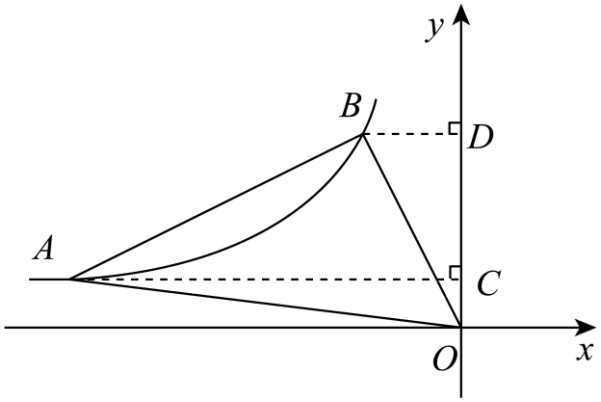
【解析】

【分析】过点 A、B 分别作 y 轴的垂线，垂足分别为 C、D，根据点 $A(-8,\ m)$、$B(-2,\ n)$ 都在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 的图象上，推出 $n=4m$，根据 $S_{梯形ACDB}=S_{\triangle OAB}=15$，求得 $n-m=3$，进一步计算即可求解.

【详解】解：∵反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 与一次函数 $y=ax+b(a>0)$ 的图象相交于 $A(-8,\ m)$、$B(-2,\ n)$ 两点，

∴ $A(-8,\ m)$、$B(-2,\ n)$ 两点在第二象限，

过点 A、B 分别作 y 轴的垂线，垂足分别为 C、D，



则 $AC=8$，$BD=2$，$OC=m$，$OD=n$，

∴ $CD=n-m$，

∵点 $A(-8,\ m)$、$B(-2,\ n)$ 都在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 的图象上，

∴ $S_{\triangle AOC}=S_{\triangle BOD}$，$-8m=-2n$，即 $n=4m$，

∵ $S_{\triangle AOC}+S_{梯形ACDB}=S_{\triangle BOD}+S_{\triangle OAB}$，

∴ $S_{梯形ACDB}=S_{\triangle OAB}=15$，

即 $\frac{1}{2}(2+8)(n-m)=15$，

∴ $n-m=3$，∴ $4m-m=3$，

解得 $m=1$，

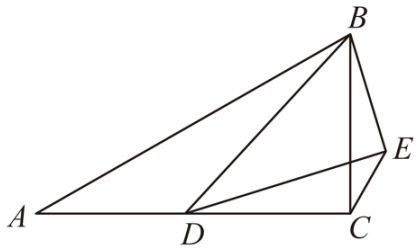
$\therefore A(-8,1)$，

$\therefore k=-8\times1=-8$.

故选：A.

【点睛】本题主要考查了反比例函数与一次函数交点问题，解题时注意：反比例函数与一次函数交点坐标同时满足反比例函数与一次函数解析式．解决问题的关键是推出 $S_{梯形ACDB}=S_{\triangle OAB}$.

10. 如图，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$\angle BAC=30°$，$AC=4$，点 D 是边 AC 上一动点，连接 BD，以 BD 为斜边作 $\mathrm{Rt}\triangle BDE$，使 $\angle BDE=30°$，$\angle BED=90°$，连接 CE．则 $\triangle CDE$ 面积的最大值（　）



A. $\frac{4}{5}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$　　D. $\frac{5}{6}$

【答案】B

【解析】

【分析】过 E 作 $EM\perp AC$，交 AC　延长线于 M，易证得 $\triangle ACB\backsim\triangle DEB$ 及 $\triangle ADB\backsim\triangle CEB$，得到 $\frac{CE}{AD}=\frac{BC}{AB}=\frac{1}{2}$，$\angle BAD=\angle BCE=30°$，从而求得 $EM=\sqrt{3}CM$，$CD=(4-CM)$，由面积公式求得 $S_{\triangle CDE}=\frac{1}{2}CD\times EM=-2\sqrt{3}\left(CM-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{\sqrt{3}}{2}$，即可求解.

【详解】解：过 E 作 $EM\perp AC$，交 AC 的延长线于 M，

$\because\angle ACB=90°$，$\angle BAC=30°$，

$\therefore\frac{BC}{AB}=\frac{1}{2}$，

$\because\angle BDE=30°$，$\angle BED=90°$，

$\therefore\mathrm{V}ACB:\mathrm{V}DEB$，$\angle ABD+\angle DBC=\angle CBE+\angle DBC=60°$，

$\therefore\frac{BE}{BC}=\frac{BD}{AB}$，$\angle ABD=\angle CBE$，

$\therefore \frac{BE}{BD}=\frac{BC}{AB}$，

$\therefore \triangle ADB \sim \triangle CEB$，

$\therefore \frac{CE}{AD}=\frac{BC}{AB}=\frac{1}{2}$，$\angle BAD=\angle BCE=30°$，

$\therefore \angle ECM=60°$，

$\therefore \angle CEM=30°$，

$\therefore CE=2CM$，

$\therefore EM=\sqrt{CE^2-EM^2}=\sqrt{3}CM$，

$\therefore AD=2CE=4CM$，

$\therefore CD=\left(4-4CM\right)$，

$\therefore S_{\triangle CDE}=\frac{1}{2}CD\times EM$

$=\frac{1}{2}\times\left(4-4CM\right)\times\sqrt{3}CM$

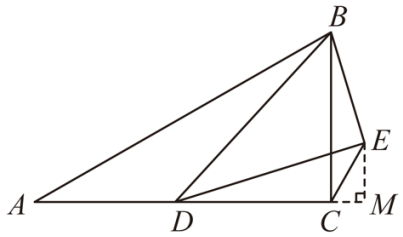
$=-2\sqrt{3}\left(CM^2-CM\right)$

$=-2\sqrt{3}\left[\left(CM-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}\right]$

$=-2\sqrt{3}\left(CM-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{\sqrt{3}}{2}$，

即$\triangle CDE$面积的最大值为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，

故选：B.



【点睛】本题考查了相似三角形的证明和性质的应用，解直角三角形；解题的关键是熟练掌握相似三角形的证明和性质.

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.不需写出解答过程，只需把答案直接填写在答题卡上相应的位置）

11. -8的立方根是_____.

【答案】-2

【解析】

【分析】根据立方根的定义进行求解即可得.

【详解】解：∵（﹣2）^{3}=﹣8，

∴﹣8　立方根是﹣2，

故答案为﹣2.

【点睛】本题考查了立方根的定义，熟练掌握立方根的定义是解题的关键.

12. 2022 年我国国内生产总值约为 1210000 亿元，将数字 1210000 用科学记数法表示为_____.

【答案】1.21×10^6

【解析】

【分析】首先思考科学记数法的形式，再确定 a 和 n 的值，即可得出答案.

详解】解：$1210000=1.21\times10^6$，

故答案为：1.21×10^6.

【点睛】本题主要考查了科学记数法表示较大数字，其形式为$a\times10^n$，其中$1\le a<10$，n 为正整数.

13. 分解因式：x^3-4x=_____.

【答案】x（x+2）（x﹣2）

【解析】

【分析】先提取公因式，再根据平方差公式分解因式即可.

【详解】解：x^3-4x

$=x(x^2-4)$

=x（x+2）（x﹣2）.

故答案为：x（x+2）（x﹣2）.

【点睛】本题考查了提公因式法与公式法的综合运用，掌握 a^2-b^2=（a+b）（a-b）是解题的关键.

14. 请写出一个函数表达式，其图像经过原点，这个函数的表达式可以是_____（只要写出一个符合题意的答案即可）.

【答案】$y=x^2$（答案不唯一）

【解析】

【分析】根据函数的性质，函数图象过点$(0,0)$，写出一个符合题意的函数表达式即可.

【详解】解：函数图象过点$(0,0)$，

函数表达式可以是：$y=x^2$（答案不唯一）.

故答案为：$y=x^2$（答案不唯一）.

【点睛】本题考查了函数的图象及性质，掌握函数不同表示方式之间的联系是本题的关键.

15. 已知一个扇形的圆心角为$60°$，半径为3，将这个扇形围成一个圆锥，则这个圆锥的底面圆半径为_____.

【答案】$\frac{1}{2}$##0.5

【解析】

【分析】由已知得扇形的弧长，除以2π即为圆锥的底面半径.

【详解】解：∵扇形的弧长$=\frac{60\pi\times3}{180}=\pi$，

∴圆锥的底面半径为$\pi\div2\pi=\frac{1}{2}$.

故答案为：$\frac{1}{2}$.

【点睛】本题考查了扇形的弧长公式；圆的周长公式；用到的知识点为：圆锥的弧长等于底面周长，熟练掌握其公式是解决此题的关键.

16. 命题“如果$a=b$，那么$|a|=|b|$”，则它的逆命题是_____命题（填“真”或“假”）.

【答案】假

【解析】

【分析】先写出该命题　逆命题，再进行真假判断即可得到答案.

【详解】解：命题“如果$a=b$，那么$|a|=|b|$”的逆命题为：“如果$|a|=|b|$，那么$a=b$”，

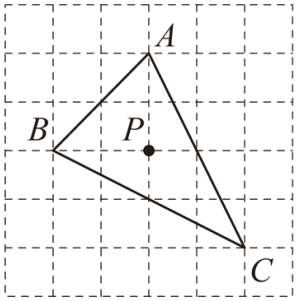
由于如果$|a|=|b|$，那么$a=\pm b$，

故此命题为假命题，

故答案为：假.

【点睛】本题考查了判断命题的真假，先写出该命题的逆命题是解题的关键.

17. 已知$\triangle ABC$在正方形网格中的位置如图所示，点A、B、C、P均在格点上，有下列结论：①点P在$\angle ACB$的角平分线上；②直线BP可以把$\triangle ABC$分成面积相等的两部分；③点P是$\triangle ABC$的外心；④点P是$\triangle ABC$的重心．其中正确的有_____.（直接填写序号）

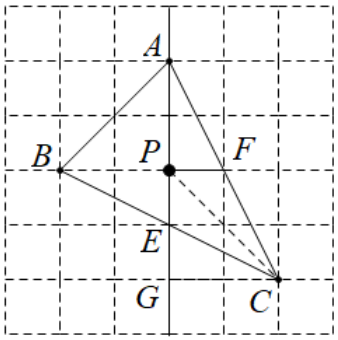


【答案】①②④

【解析】

【分析】①取 BC、AC 的中点 E、F，连接 PE、PF、PC，根据勾股定理解得 AC、BC 的长，再证明 $\triangle PEC\cong\triangle PFC$，由全等三角形对应角相等解得 $\angle PCE=\angle PCF$，据此解题即可；②根据中线的性质，即可解题；③根据题意可得 $AP\neq CP$，从而得到点 P 不在 AC 的垂直平分线上，即可；④由三角形的重心定义结合中线的性质解题即可.

【详解】解：①取 BC、AC 的中点 E、F，连接 PE、PF、PC，则点 A，P，E 三点共线，点 B，P，F 三点共线，



由图可知，$AC=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5},BC=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$，

$\therefore AC=BC$，

$\because E$、F 分别是 BC、AC 的中点，

$\therefore FC=EC,$

又$\because PE=PF$，$PC=PC$，

$\therefore\triangle PEC\cong\triangle PFC(\mathrm{SSS})$，

$\therefore\angle PCE=\angle PCF$，

$\therefore PC$ 平分 $\angle ACB$

$\therefore$ 点 P 在 $\angle ACB$ 的角平分线上，故①正确；

②$\because F$ 是 AC 的中点，点 B，P，F 三点共线，

$\therefore BF$ 是$\triangle ABC$的中线，

即直线BP把$\triangle ABC$分成面积相等的两个部分，故②正确；

③$\because AP=2, PC=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，

$\therefore AP \neq CP$，

$\therefore$点P不在AC的垂直平分线上，

$\therefore$点P不是$\triangle ABC$三边垂直平分线的交点，

$\therefore$点P不是$\triangle ABC$的外心，故③错误；

④$\because E$、F分别是BC、AC的中点，

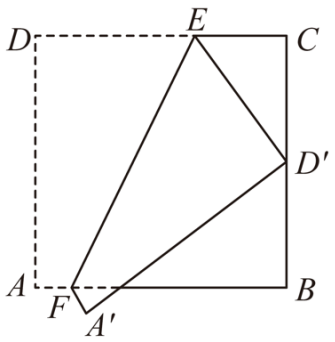
$\therefore AE$、BF分别是$\triangle ABC$的中线，

$\therefore$点P是$\triangle ABC$的重心，故④正确，

故答案为：①②④.

【点睛】本题考查网格与勾股定理、全等三角形的判定与性质、三角形的外心，重心等知识，是重要考点，难度较易，掌握相关知识是解题关键.

18. 如图，在正方形$ABCD$中，$AB=8$，点E、F分别在边CD、AB上，沿EF翻折，使点D的对应点D'恰好落在BC边的中点处，若点A的对应点为A'，则线段DE的长为_____；若线段EF的垂直平分线分别交EF、$A'D'$于点P、Q，则$PQ=$_____.



【答案】 ①. 5 ②. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

【解析】

【分析】先根据正方形性质和中点定义求出$D'C$的长，再由折叠性质得到$D'E=DE$，设$CE=x$，根据勾股定理列方程即可求出DE的长；过点F作$FG\perp DC$于G，连接EQ, FQ, FD'，通过勾股定理列出方程求出AF的长，从而求得EF的长， 再根据垂直平分线的性质得出$EP=\frac{1}{2}EF$， $EQ=FQ$，$\angle EPQ=90°$，从而再根据勾股定理列方程求出求出$D'Q$的长，进而即可求解.

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴ $\angle D=\angle A=\angle C=\angle B=90°$，$AB=BC=CD=AD=8$，

∵ D' 是 BC 的中点，

∴ $D'C=D'B=\dfrac{1}{2}BC=4$，

由折叠性质可知 $D'E=DE$，

设 $CE=x$，则 $DE=D'E=8-x$，

由勾股定理得 $CE^2+\left(CD'\right)^2=\left(D'E\right)^2$，

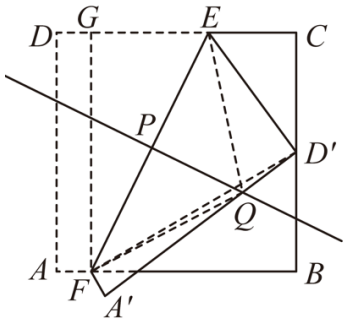
即 $x^2+4^2=\left(8-x\right)^2$，

解得 $x=3$，

∴ $DE=8-3=5$；

如图，过点 F 作 $FG\perp DC$ 于 G，连接 EQ,FQ,FD'，

易知 $FG=AD=8$，$AF=DG$，



由折叠性质可知 $\angle A'=\angle A=90°$，$AF'=AF$，$A'D'=AD=8$，

设 $AF'=AF=m$，则 $BF=8-m$，

由勾股定理得 $\left(A'F\right)^2+\left(A'D'\right)^2=\left(BD'\right)^2+BF^2$，

即 $m^2+8^2=4^2+\left(8-m\right)^2$，

解得 $m=1$，

∴ $AF=DG=1$，

∴ $EG=DE-DG=4$，

∴ $EF=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$，

∵ PQ 是 EF 的垂直平分线，

∴ $EP=\dfrac{1}{2}EF=2\sqrt{5}$，$EQ=FQ$，$\angle EPQ=90°$，

设 $D'Q=n$，则 $A'Q=8-n$，

$\because EQ^2=(D'E)^2+(D'Q)^2=5^2+n^2$，$FQ^2=(A'F)^2+(A'Q)^2=1^2+(8-n)^2$，

$\therefore 5^2+n^2=1^2+(8-n)^2$，

解得 $n=\frac{5}{2}$，

$\therefore D'Q=\frac{5}{2}$，

$\therefore EQ^2=5^2+\left(\frac{5}{2}\right)^2=\frac{125}{4}$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle PEQ$ 中，由勾股定理得 $PQ=\sqrt{EQ^2-EP^2}=\sqrt{\frac{125}{4}-\left(2\sqrt{5}\right)^2}=\frac{3\sqrt{5}}{2}$.

故答案为：5；$\frac{3\sqrt{5}}{2}$.

【点睛】本题考查了正方形的折叠问题，熟练运用折叠的性质，正方形的性质，勾股定理，并能够正确的作出辅助线是解题的关键，难度校大.

三、解答题（本大题共 10 小题，共 96 分.请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

19. 计算：

（1）计算：$2\sin 60°-|-3|+\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$；

（2）化简：$(a-b)^2+b(2a-b)$.

【答案】（1）$\sqrt{3}$

（2）a^2

【解析】

【分析】（1）利用特殊角的三角函数值，绝对值和负指数幂的运算法则进行计算即可；

（2）先利用完全平方公式计算，再合并同类项即可.

【小问 1 详解】

原式 $=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}-3+3$

$=\sqrt{3}$；

【小问 2 详解】

原式$=a^2-2ab+b^2+2ab-b^2$

$=a^2$.

【点睛】本题考查了实数的混合运算，熟练运用特殊角的三角函数值，绝对值，负指数幂的运算法则和完全平方公式是解题的关键.

20. （1）解方程：$\dfrac{1}{x-2}=\dfrac{2}{x+1}$；

（2）解不等式组：$\begin{cases}x+4>-2x+1\\ \dfrac{x}{2}-\dfrac{x-1}{3}\le 1\end{cases}$.

【答案】（1）$x=5$；（2）$-1<x\le 4$

【解析】

【分析】（1）先去分母化成整式方程求解，再检验即可；

（2）先分别求出不等式组中每一个不等式的解集，再根据“大大取较大，小小取较小，大小小大中间找，大大小小无处找”的原则确定出不等式组解集即可.

【详解】解：（1）两边同时乘$(x-2)(x-1)$，得$x+1=2(x-2)$，

解得$x=5$，

检验，当$x=5$时，$(x-2)(x-1)\neq 0$，

∴$x=5$是原分式方程的解；

（2）$\begin{cases}x+4>-2x+1①\\ \dfrac{x}{2}-\dfrac{x-1}{3}\le 1②\end{cases}$，

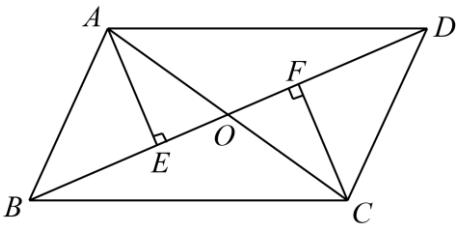
由①得，$x>-1$，

由②得，$x\le 4$，

∴原不等式组的解集$-1<x\le 4$.

【点睛】本题考查解分式方程，解不等式组，熟练掌握解分式方程的基本方法是将分式方程转化成整方程求解，然后检验，以及确定不等式解集的原则是解题的关键.

21. 如图，在$\mathrm{Y}\,ABCD$中，对角线AC、BD相交于点O，分别过点A、C作$AE\perp BD$，$CF\perp BD$，垂足分别为E、F.



求证：

（1）$\triangle AEO \cong \triangle CFO$；

（2）$BE = DF$.

【答案】（1）见解析　　（2）见解析

【解析】

【分析】（1）根据平行四边形的性质及垂直的定义，由AAS，即可证得结论；

（2）根据平行四边形的性质及全等三角形的性质，即可证得结论.

【小问1详解】

证：$\because$四边形$ABCD$是平行四边形，

$\therefore AO = CO$，$BO = DO$，

$\because AE \perp BD$，$CF \perp BD$，

\ ? *AEO*　? *CFO*　90?，

又$\because \angle AOE = \angle COF$.

$\therefore \triangle AEO \cong \triangle CFO(\text{AAS})$；

【小问2详解】

证明：$\because \triangle AEO \cong \triangle CFO$，

$\therefore OE = OF$，

又$\because BO = DO$，

$\therefore BO - OE = DO - OF$，

即$BE = DF$.

【点睛】本题考查了平行四边形的性质，全等三角形的性质和判定；证明$\triangle AEO \cong \triangle CFO$是解决问题的关键.

22. 2023年3月19日，全国马拉松锦标赛（无锡站）正式鸣枪开跑．某校5名学生幸运成为该活动志愿者，负责某区域运动员的物资发放，其中男性3人，女性2人.

（1）若从这5人中选1人进行物资发放，恰好选中女性的概率是_____；

（2）若从这5人中选2人进行物资发放，请用树状图或列表法求恰好选中一男一女的概率.

【答案】（1）$\frac{2}{5}$

（2）$\frac{3}{5}$

【解析】

【分析】（1）根据概率计算公式求解即可；

（2）先列出表格得到所有等可能性的结果数，再找到符合题意的结果数，最后依据概率计算公式求解即可.

【小问 1 详解】

解：∵有男性 3 人，女性 2 人，每名学生被选中的概率相同，

∴从这 5 人中选 1 人进行物资发放，恰好选中女性的概率是 $\frac{2}{5}$，

故答案为：$\frac{2}{5}$

【小问 2 详解】

解：3 名男性分别用 A、B、C 表示，两名女性分别用 D、E 表示，列表如下：

	A	B	C	D	E
A		（B，A）	（C，A）	（D，A）	（E，A）
B	（A，B）		（C，B）	（D，B）	（E，B）
C	（A，C）	（B，C）		（D，C）	（E，C）
D	（A，D）	（B，D）	（C，D）		（E，D）
E	（A，E）	（B，E）	（C，E）	（D，E）	

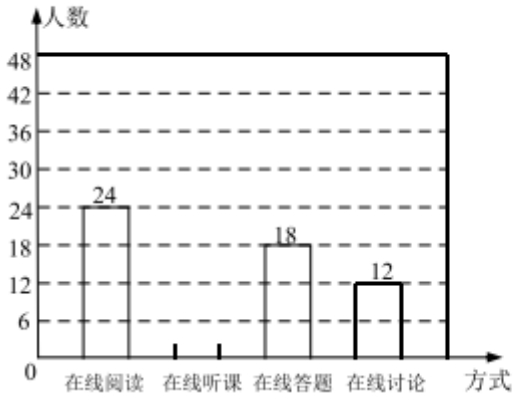
共有 20 种等可能的结果，其中符合题意的结果共有 12 种，

∴恰好选中一男一女的概率为 $\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$.

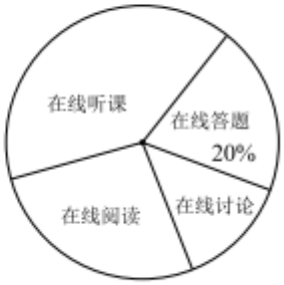
【点睛】本题主要考查了简单的概率计算，树状图法或列表法求解概率，正确列出表格或画出树状图是解题的关键.

23. 随着科技进步发展，在线学习已经成为部分人自主学习的选择、某校计划为学生提供以下四类学习方式：在线阅读、在线听课、在线答题和在线讨论.为了解学生的需求，该校随机对本校部分学生进行了“你对哪类在线学习方式最感兴趣的调查”，并根据调查结果绘制成如下两幅不完整的统计图.

各类在线学习方式人数的条形统计图



各类在线学习方式人数的扇形统计图



（1）这次抽样调查的样本容量是_____，在扇形统计图中“在线阅读”所在扇形圆心角的度数为_____°；

（2）将条形统计图补充完整；

（3）若该校共有学生 1500 人，请你估计该校对“在线讨论”最感兴趣的学生人数.

【答案】（1）90，96；

（2）见解析　　（3）200 人

【解析】

【分析】（1）根据在线答题的人数和所占的百分比即可求得本次调查的人数，根据统计图中的数据可以求得扇形统计图中“在线阅读”对应的扇形圆心角的度数；

（2）用样本总人数减去其他在线学习方式的人数即可求出在线听课的人数，然后补全条形统计图即可；

（3）用该校的总人数乘以“在线阅读”所占的百分比即可得出答案.

【小问 1 详解】

本次调查的学生总人数为：$18\div20\%=90$（人），

∴样本容量为 90，

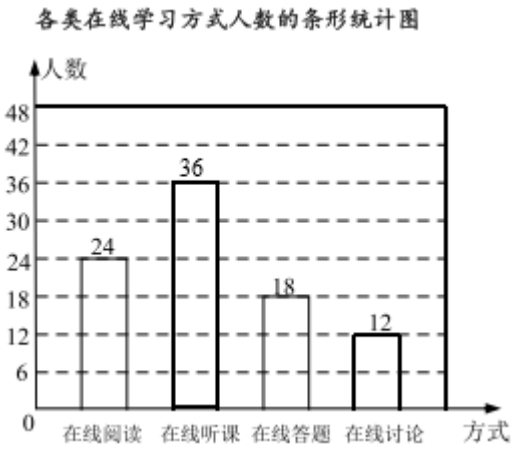
扇形统计图中“在线阅读”对应的扇形圆心角的度数为：$360°\times\frac{24}{90}=96°$，

故答案为：90，96；

【小问 2 详解】

在线听课的人数为：$90-24-18-12=36$（人），

补全条形统计图如下：



【小问 3 详解】

$1500\times\dfrac{12}{90}=200$（人），

答：对“在线讨论”最感兴趣的学生大约 200 人.

【点睛】本题考查了条形统计图、扇形统计图、用样本估计总体，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答.

24. 某学校准备到文化用品商店购买数学实验器材 A 和 B，若购买 3 件器材 A 和 2 件器材 B 共需要 550 元，若购买 2 件器材 A 和 3 件器材 B 共需要 450 元.

（1）求每件器材 A、B 的销售价格；

（2）学校准备用不多于 3000 元的金额购买这两种器材共 25 件，求最多购买器材 A 的件数；

（3）在（2）的条件下，学校还要求购买器材 A 不少于 15 件，则学校购买费用最少多少元？

【答案】（1）每件器材 A 的销售价格 150 元，每件器材 B 的销售价格 50 元

（2）最多购买器材 A 的件数是 17 件

（3）学校购买费用最少为 2750 元

【解析】

【分析】（1）设每件器材 A 的销售价格为 x 元，每件器材 B 的销售价格为 y 元，根据题意列出方程求解即可；

（2）设购买器材 A 件数为 m，则购买器材 A 件数为 $(25-m)$，根据题意列出不等式求解即可；

（3）设购买费用为 w 元，列出购买费用和购买器材 A 件数 m 的一次函数，利用一次函数的性质求解即可.

【小问 1 详解】

设每件器材 A 的销售价格为 x 元，每件器材 B 的销售价格为 y 元，

根据题意得 $\begin{cases}3x+2y=550\\2x+3y=450\end{cases}$，

解得$\begin{cases}x=150\\y=50\end{cases}$，

∴每件器材 A 的销售价格为 150 元，每件器材 B 的销售价格为 50 元；

【小问 2 详解】

设购买器材 A 件数为m，则购买器材 A 件数为$(25-m)$，

由题意可得$150m+50(25-m)\leqslant 3000$，

∴ $m\leqslant 17.5$，

又∵ m 为整数，

∴ m 最大是 17，即最多购买器材 A 的件数是 17 件；

【小问 3 详解】

设购买费用　w 元，

根据题意得 $w=150m+50(25-m)=100m+1250$，

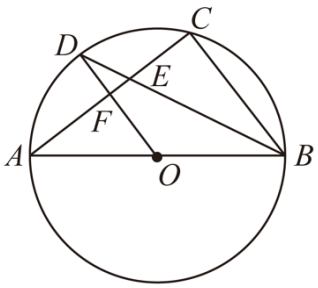
∵ $100>0$，$15\leq m\leq 17$，m 为整数，

∴当 $m=15$ 时，$y_{最小值}=100\times 15+1250=2750$（元），

∴学校购买费用最少为 2750 元.

【点睛】本题考查了二元一次方程组与实际问题，读懂题意，列出方程是解题的关键.

25. 如图，以 AB 为直径的$\odot O$ 经过$\triangle ABC$ 的顶点 C，D 是 AC 的中点，连接 BD、OD 分别交 AC 于点 E、F.



（1）求证：$\triangle DEF\backsim\triangle BEC$；

（2）若 $DE=2$，$BE=6$，求$\odot O$ 的面积.

【答案】（1）见解析　　（2）20π

【解析】

【分析】（1）根据圆周角定理求出 $\angle DBC=\angle DBA$，根据等腰三角形性质求出 $\angle ODB=\angle DBA$，得出 $\angle DBC=\angle ODB$，根据 $\angle DEF=\angle BEC$，即可得出结论；

（2）证明$\triangle ADE\backsim\triangle BDA$，得出$\frac{DE}{AD}=\frac{AD}{BD}$，求出$AD=4$，根据勾股定理求出$AB=\sqrt{AD^2+BD^2}=4\sqrt{5}$，根据圆的面积公式求出结果即可.

【小问 1 详解】

证明：$\because D$是AC的中点，

$\therefore AD=CD$，

$\therefore \angle DBC=\angle DBA$，

又$\because OB=OD$，

$\therefore \angle ODB=\angle DBA$，

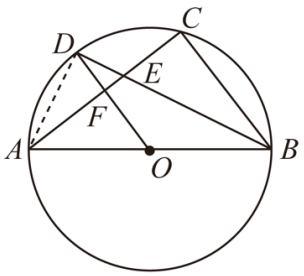
$\therefore \angle DBC=\angle ODB$，

$\because \angle DEF=\angle BEC$，

$\therefore \triangle DEF\backsim\triangle BEC$.

【小问 2 详解】

解：连接AD，如图所示：



$\because AD=CD$，

$\therefore \angle DAC=\angle DBA$，又$\angle ADE=\angle BDA$，

$\therefore \triangle ADE\backsim\triangle BDA$，

$\therefore \frac{DE}{AD}=\frac{AD}{BD}$，

$\because DE=2$，$BE=6$，

$\therefore BD=8$，

$\therefore \frac{2}{AD}=\frac{AD}{8}$，

解得：$AD=4$，负值舍去，

$\therefore AB=\sqrt{AD^2+BD^2}=4\sqrt{5}$，

$\therefore S_{\odot O}=\pi\left(2\sqrt{5}\right)^2=20\pi$.

【点睛】本题主要考查了圆周角定理，三角形相似的判定和性质，等腰三角形的性质，勾股定理，圆的面积公式，解题的关键是作出相应辅助线，熟练掌握三角形相似的判定方法.

26. 如图，已知$\triangle ABC$.

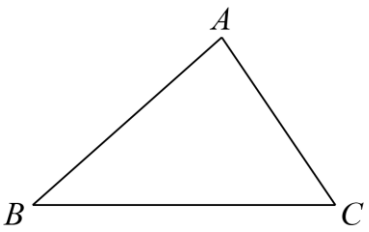


图 1

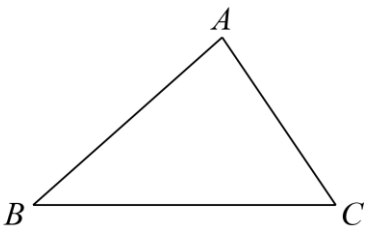


图 2

（1）请在图 1 中用无刻度的直尺和圆规作图：作$\triangle ABC$的内切圆$\odot O$；（不写作法，保留作图痕迹）

（2）在（1）的条件下，若$AC=4$，$AB=5$，$BC=6$，则$\tan\angle OBC=$_____.（如需画草图，请使用图 2）

【答案】（1）见解析　　（2）$\frac{\sqrt{7}}{7}$

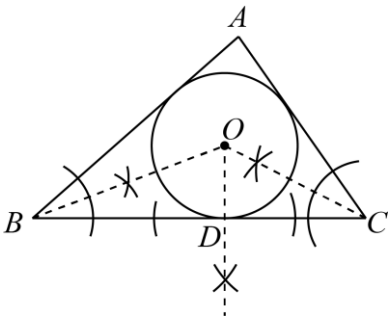
【解析】

【分析】（1）作$\angle ACB,\angle ABC$的角平分线，交于点O，过点O作BC的垂线，交BC于点D，以点O为圆心，OD为半径画圆，$\odot O$即为所求；

（2）如图，切线长定理求出BD的长，等积法求出OD的长，再利用$\tan\angle OBC=\frac{OD}{BD}$，进行求解即可.

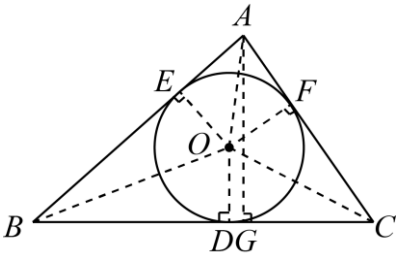
【小问 1 详解】

解：如图所示，$\odot O$即为所求；



【小问 2 详解】

设AB,AC分别切$\odot O$于点E,F，连接OE,OF，则：$OE\perp AB,OF\perp AC$，$OD=OE=OF$，



由题意，得：$OD \perp BC$，$BD=BE, AE=AF, CD=CF$，

设 $BD=BE=x$，

$\therefore AE=AF=AB-BE=5-x$，$CD=CF=BC-BD=6-x$，

$\therefore AC=AF+CF=5-x+6-x=4$，

$\therefore x=\dfrac{7}{2}$，

过点 A 作 $AG \perp BC$ 于点 G，则：$\angle AGB=\angle AGC=90°$，

设 $BG=a$，则：$CG=6-a$，

$\because AG^2=AB^2-BG^2=AC^2-CG^2$

$\therefore 5^2-a^2=4^2-(6-a)^2$，

解得：$a=\dfrac{15}{4}$，

$\therefore AG=\sqrt{AB^2-BG^2}=\dfrac{5}{4}\sqrt{7}$，

$\because S_{\triangle ABC}=S_{\triangle AOB}+S_{\triangle BOC}+S_{\triangle AOC}$，

$\therefore \dfrac{1}{2}BC\cdot AG=\dfrac{1}{2}(AB+BC+AC)\cdot OD$，即：$6\times\dfrac{5\sqrt{7}}{4}=(4+5+6)\cdot OD$，

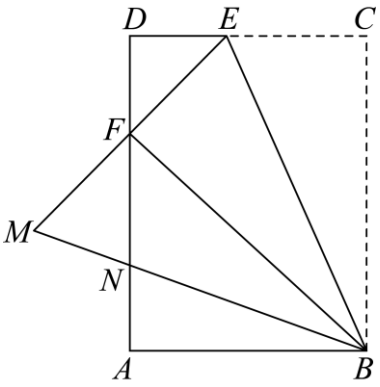
$\therefore OD=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$；

$\therefore \tan\angle OBC=\dfrac{OD}{BD}=\dfrac{\sqrt{7}}{7}$.

故答案为：$\dfrac{\sqrt{7}}{7}$.

【点睛】本题考查三角形的内切圆，切线长定理，解直角三角形．熟练掌握等积法求三角形的内切圆的半径，是解题的关键．

27. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，E 为 CD 边上一点，将 $\triangle BCE$ 沿 BE 翻折，使点 C 恰好落在 AD 边上点 F 处，作 $\angle ABF$ 的角平分线交 EF 的延长线于点 M，BM 交 AD 于点 N．



（1）求证：$MF=NF$；

（2）若 $AB=6$，$BC=10$ 时，求 MF 的长；

（3）若 $NF=\frac{1}{2}(AN+FD)$ 时，求 $\frac{AB}{BC}$ 的值.

【答案】（1）见解析；

（2）$MF=5$；

（3）$\frac{4}{5}$.

【解析】

【分析】（1）由角平分线的定义及翻折易得 $\angle ABN=\angle FBM$ 及 $\angle A=\angle MFB=90°$，从而得到 $\angle BMF=\angle ANB$，结合对顶角相等可得 $\angle BMF=\angle FNM$ 即可得证；

（2）设 $MF=FN=x$，则 $AN=8-x$，易证 $\triangle ABN\cong\triangle FBM$，得 $\frac{AN}{AB}=\frac{MF}{FB}$，代入求解即可；

（3）如图，过点 N 作 $NH\perp BF$，垂足为 H，设 $DF=m$，$AN=n$，则 $NF=\frac{1}{2}(m+n)$，可得 $BF=BC=\frac{3}{2}(m+n)$，易证 $\triangle FNH\cong\triangle FBA$ 得 $\frac{NH}{AB}=\frac{FH}{FA}=\frac{FN}{FB}$，即 $\frac{n}{AB}=\frac{FH}{\frac{1}{2}(m+n)+n}=\frac{\frac{1}{2}(m+n)}{\frac{3}{2}(m+n)}$，解得 $AB=3n$，$FH=\frac{1}{6}m+\frac{1}{2}n$，结合 $FB=FH+BH=FH+AB$，得 $m=\frac{3}{2}n$，代入 $\frac{AB}{BC}=\frac{3n}{\frac{3}{2}(m+n)}$ 即可求解.

【小问 1 详解】

解：$\because BM$ 平分 $\angle ABF$，

$\therefore\angle ABN=\angle FBM$，

在矩形 $ABCD$ 中，$\angle A=\angle C=90°$

由翻折可知 $\angle C=\angle EFB=90°$

∵点 M 在 EF 的延长线上

$\angle MFB=\angle EFB=90°$

∴ $\angle A=\angle MFB=90°$，

∴ $\angle BMF+\angle FBM=\angle ANB+\angle ABN$，

∴ $\angle BMF=\angle ANB$，

又 $\angle ANB=\angle FNM$，

∴ $\angle BMF=\angle FNM$，

∴ $FN=FM$；

【小问 2 详解】

∵ $BC=10$，

由翻折可知

$BF=BC=10$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABF$ 中，$AB=6$，

∴ $AF=\sqrt{BF^2-AB^2}=8$，

设 $MF=FN=x$，

则 $AN=8-x$，

由（1）可知 $\angle A=\angle MFB=90°$，$\angle ABN=\angle FBM$，

∴ $\triangle ABN\backsim\triangle FBM$，

得 $\dfrac{AN}{AB}=\dfrac{MF}{FB}$，

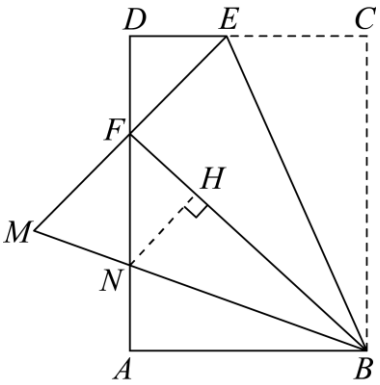
∴ $\dfrac{8-x}{6}=\dfrac{x}{10}$，

解得：$x=5$，

即 $MF=5$；

【小问 3 详解】

如图，过点 N 作 $NH\perp BF$，垂足为 H，



设 $DF=m$，$AN=n$，则 $NF=\frac{1}{2}(m+n)$，

$\therefore BF=BC=FN+AN+DF=\frac{1}{2}(m+n)+(m+n)=\frac{3}{2}(m+n)$，

$\because BN$ 平分 $\angle ABF$，

$\therefore NA=NH=n$，

$\because \angle HFN=\angle AFB$，$\angle FHN=\angle FAB=90°$，

$\therefore \triangle FNH \square \triangle FBA$，

$\therefore \frac{NH}{AB}=\frac{FH}{FA}=\frac{FN}{FB}$，

即 $\frac{n}{AB}=\frac{FH}{\frac{1}{2}(m+n)+n}=\frac{\frac{1}{2}(m+n)}{\frac{3}{2}(m+n)}$，

故 $AB=3n$，$FH=\frac{1}{6}m+\frac{1}{2}n$，

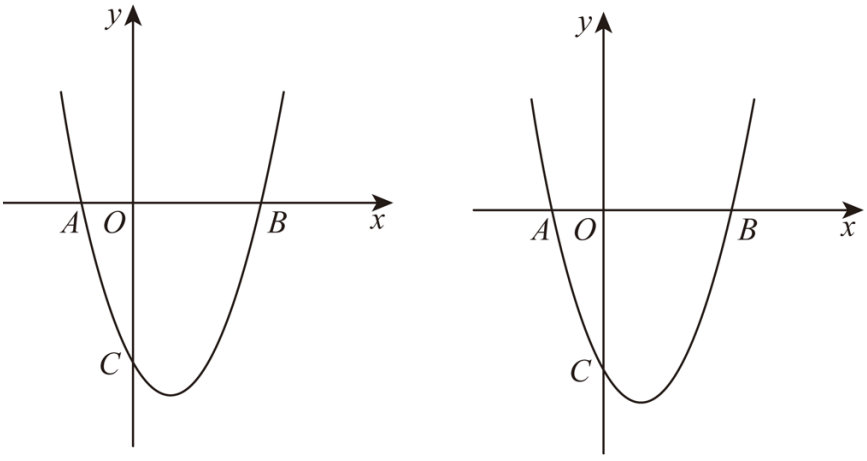
又 $\because FB=FH+BH=FH+AB$，即 $\frac{3}{2}(m+n)=\frac{1}{6}m+\frac{1}{2}n+3n$，

$\therefore m=\frac{3}{2}n$，

$\therefore \frac{AB}{BC}=\frac{3n}{\frac{3}{2}(m+n)}=\frac{3n}{\frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}n+n\right)}=\frac{4}{5}$.

【点睛】本题考查了折叠的性质，等腰三角形的判定和性质，相似三角形的判定和性质的应用，角平分线的性质定理；解题的关键是熟练掌握折叠的性质及相似三角形的判定和性质.

28. 如图，已知二次函数 $y=ax^2+bx-4$ 的图像交 x 轴于点 $A(-1,0)$、$B(3,0)$，交 y 轴于点 C.



备用图

（1）求二次函数的表达式；

（2）若点M在x轴上，过点M作x轴的垂线l，l分别交直线BC和抛物线于点N、P．

①若点M在线段OB上，求$OM+MP$的最大值；

②以MN为斜边作等腰直角$\triangle MNQ$，当点Q落在抛物线上时，求此时点Q的坐标．

【答案】（1）$y=\frac{4}{3}x^2-\frac{8}{3}x-4$

（2）①$\frac{313}{48}$；②$Q_1\left(\frac{1}{2},-5\right)$或$Q_2\left(-\frac{7}{10},-\frac{37}{25}\right)$

【解析】

【分析】（1）将$A(-1,0)$，$B(3,0)$代入$y=ax^2+bx-4$求解即可得出函数表达式；

（2）①先求出$C(0,-4)$，再求出直线BC的表达式，设M的坐标为$(m,0)$，则$P\left(m,\frac{4}{3}m^2-\frac{8}{3}m-4\right)$、

$N\left(m,\frac{4}{3}m-4\right)$，根据题意列出二次函数求解即可；

②分两种情况：若点Q在MN的右侧；若点Q在MN的左侧；分别求解即可．

【小问 1 详解】

将$A(-1,0)$，$B(3,0)$代入$y=ax^2+bx-4$中，

得$\begin{cases}0=a-b-4\\0=9a+3b-4\end{cases}$，

解得$\begin{cases}a=\dfrac{4}{3}\\ b=-\dfrac{8}{3}\end{cases}$，

$\therefore$二次函数的表达式为$y=\dfrac{4}{3}x^2-\dfrac{8}{3}x-4$；

【小问 2 详解】

①令$x=0$代入$y=\dfrac{4}{3}x^2-\dfrac{8}{3}x-4$，得$y=-4$，

$\therefore C(0,-4)$，

设直线BC的函数表达式为$y=kx+b_1$，

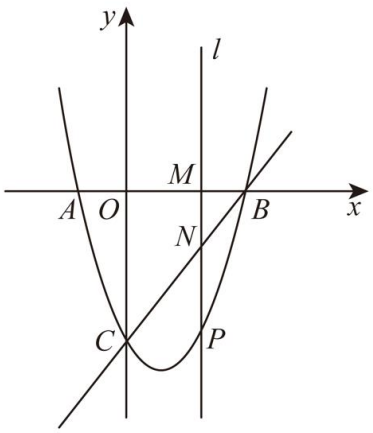
将$B(3,0)$，$C(0,-4)$代入并求得$\begin{cases}k=\dfrac{4}{3}\\ b_1=-4\end{cases}$，

$\therefore$直线BC的函数表达式为$y=\dfrac{4}{3}x-4$，

设M的坐标为$(m,0)$，则$P\left(m,\dfrac{4}{3}m^2-\dfrac{8}{3}m-4\right)$、$N\left(m,\dfrac{4}{3}m-4\right)$，

$\therefore OM+MP=m-\dfrac{4}{3}m^2+\dfrac{8}{3}m+4=-\dfrac{4}{3}\left(m-\dfrac{11}{8}\right)^2+\dfrac{313}{48}$，

$\therefore$当$m=\dfrac{11}{8}$时，$OM+MP$最大值为$\dfrac{313}{48}$；



②若点Q在MN的右侧，设$Q\left(n,\dfrac{4}{3}n^2-\dfrac{8}{3}n-4\right)$，$M(m,0)$，

则由等腰直角三角形的性质得：$n-m=-\left(\frac{4}{3}m^2-\frac{8}{3}m-4\right)$，$m=\frac{4}{3}n^2-\frac{5}{3}n-4$，

则 $N\left(\frac{4}{3}n^2-\frac{5}{3}n-4,\frac{8}{3}n^2-\frac{16}{3}n-8\right)$，

把点 N 坐标代入 $y=\frac{4}{3}x-4$ 中，得 $2n^2-7n+3=0$，

解得 $n_1=\frac{1}{2}$，$n_2=3$（舍去），

故 $Q_1\left(\frac{1}{2},-5\right)$；

若点 Q 在 MN 的左侧，设 $Q\left(n,\frac{4}{3}n^2-\frac{8}{3}n-4\right)$，同理得：$N\left(-\frac{4}{3}n^2+\frac{11}{3}n+4,\frac{8}{3}n^2-\frac{16}{3}n-8\right)$，

把点 N 坐标代入 $y=\frac{4}{3}x-4$ 中，得 $10n^2-23n-21=0$，

解得 $n_1=-\frac{7}{10}$，$n_2=3$（舍去），

故 $Q_2\left(-\frac{7}{10},-\frac{37}{25}\right)$；

综上，点 Q 的坐标为 $Q_1\left(\frac{1}{2},-5\right)$ 或 $Q_2\left(-\frac{7}{10},-\frac{37}{25}\right)$.

【点睛】本题考查了二次函数的几何综合，熟练掌握待定系数法求二次函数，一次函数的求法，二次函数的图像与性质，会根据等腰直角三角形的性质确定出 N 点的横、纵坐标是解答本题的关键与难点.