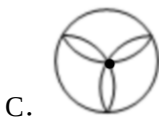
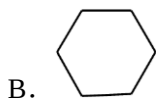


2022-2023 学年江苏省淮安市清江浦区八年级（下）期末数学试卷

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分，在每小题给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1.（3 分）下列图形是中心对称图形但不是轴对称图形的是（ ）



2.（3 分）若 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围（ ）

A. $x \geq 2$

B. $x \leq 2$

C. $x > 2$

D. $x < 2$

3.（3 分）下列调查中，适合采用全面调查方式的是（ ）

A. 对大运河水质情况的调查

B. 对端午节期间市场上粽子质量情况的调查

C. 对某班 40 名同学体重情况的调查

D. 对江苏省中小学的视力情况的调查

4.（3 分）下列各式中，与 $\sqrt{2}$ 是同类二次根式的是（ ）

A. $\sqrt{24}$

B. $\sqrt{18}$

C. $\sqrt{4}$

D. $\sqrt{12}$

5.（3 分）下列式子从左到右变形不正确的是（ ）

A. $\frac{3a}{3b} = \frac{a}{b}$

B. $\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$

C. $\frac{a^2+b^2}{a+b} = a+b$

D. $\frac{a-1}{1-a} = -1$

6.（3 分）已知点 $A(-2, y_1)$ 、 $B(1, y_2)$ 、 $C(3, y_3)$ 三点都在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$) 的图象上，

则下列关系正确的是（ ）

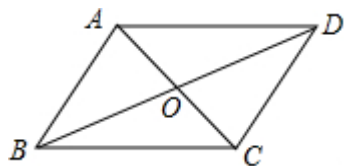
A. $y_2 < y_3 < y_1$

B. $y_3 < y_2 < y_1$

C. $y_1 < y_3 < y_2$

D. $y_1 < y_2 < y_3$

7.（3 分）如图，已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形，下列结论中错误的是（ ）



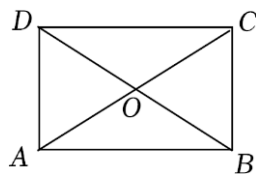
A. 当 $AB = BC$ 时，它是菱形

B. 当 $AC \perp BD$ 时，它是菱形

C. 当 $AC = BD$ 时，它是矩形

D. 当 $\angle ABC = 90^\circ$ 时，它是正方形

8. (3分) 如图，矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 交于点 O ， $\angle AOD=60^\circ$ ， $AD=3$ ，则 BD 的长为 ()



- A. 3 B. 6 C. $3\sqrt{3}$ D. $6\sqrt{3}$

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分，不需写出解答过程，请把答案直接写在答题卡相应位置上）

9. (3分) $\pm\sqrt{4}=\underline{\hspace{2cm}}$ ， $(\sqrt{3})^2=\underline{\hspace{2cm}}$.

10. (3分) 若分式 $\frac{2}{x-5}$ 有意义，则 x 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. (3分) 对分式 $\frac{1}{3xy^2}$ 和 $\frac{1}{2x^3y}$ 进行通分，它们的最简公分母为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

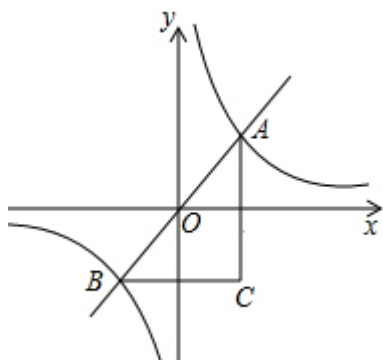
12. (3分) 若反比例函数 $y=\frac{k+1}{x}$ 的图象在第二、四象限，则 k 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. (3分) 一个不透明的盒子里装有黑、白两种球共 40 个（除颜色外其它均相同），小明将盒子中的球搅匀后，从中随机摸出一个记下颜色，再把它放回盒子中，不断重复上述过程. 下表是实验中的一组统计数据，请估计摸到白球的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$ （精确到 0.01）.

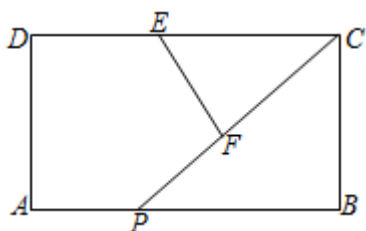
摸球的次数 n	100	200	300	500	800	1000	3000
摸到白球的次数 m	65	126	185	307	491	613	1833
摸到白球的频率 $\frac{m}{n}$	0.65	0.63	0.616	0.614	0.614	0.613	0.611

14. (3分) 若关于 x 的分式方程 $\frac{3x+2}{x-1}=\frac{m}{x-1}$ 有增根，则实数 m 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. (3分) 如图，正比例函数 $y=ax$ 与反比例函数 $y=\frac{b}{x}$ 的图象交于 A 、 B 两点， $BC\parallel x$ 轴， $AC\parallel y$ 轴，若 $S_{\triangle ABC}=12$ ，则 $b=\underline{\hspace{2cm}}$.



16. (3 分) 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=4$ ， $AD=2$ ， E 为边 CD 的中点，点 P 在线段 AB 上运动， F 是 CP 的中点，则 $\triangle CEF$ 的周长的最小值是_____.



三、计算与解答（本大题共有 11 小题，共 72 分，请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

17. (6 分) 计算：

(1) $\sqrt{3} + \sqrt{2} \times \sqrt{6}$;

(2) $\sqrt{2} \times \sqrt{8} - (\sqrt{2} - 1)^2$.

18. (6 分) 解方程： $\frac{1}{2x-4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{x-2}$.

19. (6 分) 先化简，再求值： $\frac{2x}{x^2-2x+1} \div (1 + \frac{1}{x-1})$ ，其中 $x = \sqrt{2} + 1$.

20. (6 分) 为了减轻义务教育阶段学生的作业负担，2021 年 9 月 1 日“双减”政策正式实施，某学校为了解初二年级 800 名学生周末写作业所用的时间，随机抽查了部分学生，根据调查结果，制了两幅不完整的统计图（图 1，图 2）。请根据统计图中的信息回答下列问题：

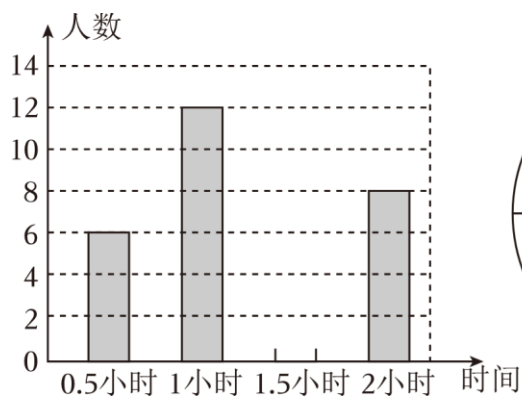


图 1

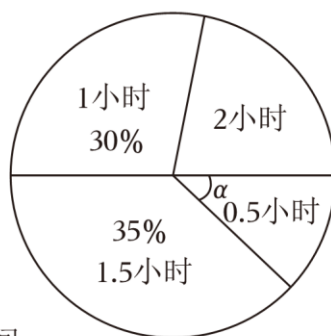


图 2

(1) 本次调查的学生人数是 _____ 人；并将图 1 的条形统计图补充完整；

(2) 在图 2 中， $\angle \alpha$ 是 _____ 度；

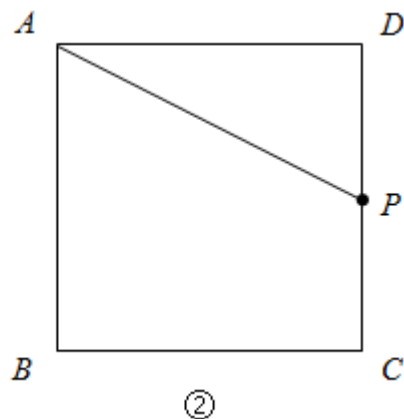
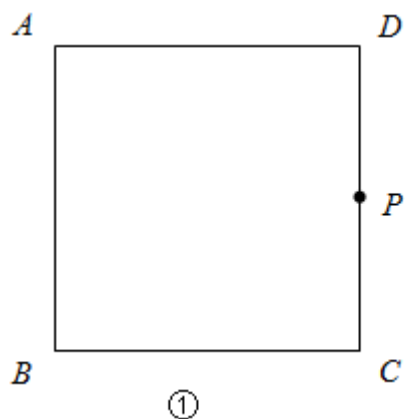
(3) 请估算该校初二学生周末写作业时间不多于 1.5 小时有多少人？

21. (6 分) 甲、乙两位同学同时为校文化艺术节制作彩旗. 已知甲每小时比乙多做 5 面彩旗, 甲做 60 面彩旗与乙做 50 面彩旗所用时间相等, 问: 甲、乙每小时各做多少面彩旗?

22. (6 分) 已知正方形 $ABCD$, P 是 CD 的中点, 请仅用无刻度的直尺按下列要求画图. (保留画图痕迹, 不写画法)

(1) 在图①中, 画 $PQ \perp AB$, 垂足为 Q ;

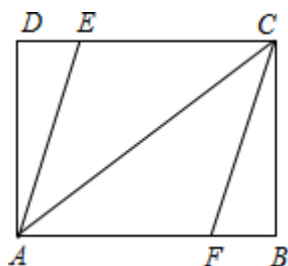
(2) 在图②中, 画 $BH \perp AP$, 垂足为 H .



23. (6 分) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=8\text{cm}$, $BC=6\text{cm}$. E , F 分别是边 DC , AB 上的点, $DE=BF$.

(1) 求证: 四边形 $AFCE$ 是平行四边形;

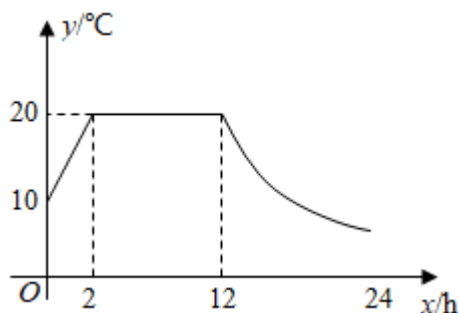
(2) 若四边形 $AFCE$ 是菱形, 求菱形的边长.



24. (6分) 某蔬菜生产基地用装有恒温系统的大棚栽培一种新品，如图是某天恒温系统从开始到关闭及关闭后，大棚里温度 y ($^{\circ}\text{C}$) 随时间 x (h) 变化的函数图象，其中 AB 段是恒温阶段， BC 段是双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 的一部分，请根据图中信息解答下列问题：

(1) 求 k 的值；

(2) 恒温系统在一天内保持大棚内温度不低于 15°C 的时间有多少小时？

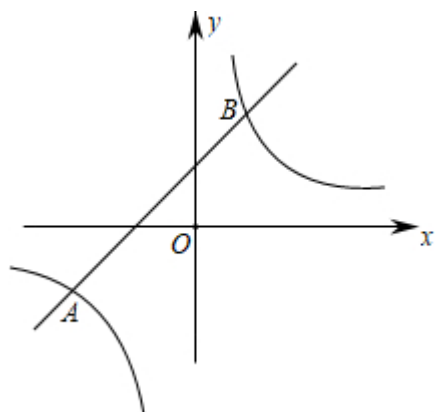


25. (8分) 如图，一次函数 $y = kx + b$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象交于点 $A(-3, n)$, $B(2, 3)$.

(1) 求反比例函数与一次函数的函数表达式；

(2) 请结合图象直接写出不等式 $kx + b \geq \frac{m}{x}$ 的解集；

(3) 若点 P 为 x 轴上一点， $\triangle ABP$ 的面积为 10，求点 P 的坐标.



26. (6分) 像 $(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2}) = 3$ 、 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$ ($a \geq 0$)、 $(\sqrt{b} + 1)(\sqrt{b} - 1) = b - 1$ ($b \geq 0$)... 两个含有二次根式的代数式相乘，积不含有二次根式，我们称这两个代数式互为有理化因式，例如， $\sqrt{3}$ 和 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{2} + 1$ 与 $\sqrt{2} - 1$ 、 $2\sqrt{3} + 3\sqrt{5}$ 与 $2\sqrt{3} - 3\sqrt{5}$ 等都是互为有理化因式，在进行二次根式计算时，利

用有理化因式，可以化去分母中的根号．请完成下列问题：

(1) 计算：① $\frac{1}{\sqrt{2}} =$ _____，② $\frac{1}{\sqrt{3}-1} =$ _____；

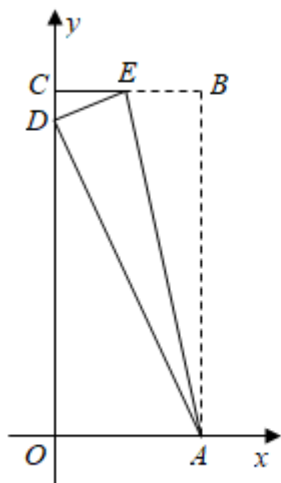
(2) 计算： $\frac{1}{2-\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}-1}$.

27. (10 分) 将一个矩形纸片 $OABC$ 放置在平面直角坐标系中， OA ， OC 分别在 x 轴， y 轴的正半轴上，点 B 坐标为 $(4, 10)$.

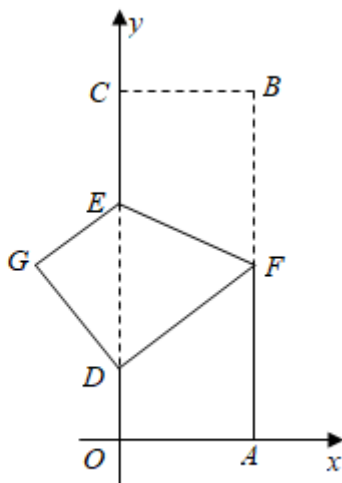
(I) 如图①，将矩形纸片 $OABC$ 折叠，使点 B 落在 y 轴上的点 D 处，折痕为线段 AE ，求点 D 坐标；

(II) 如图②，点 E ， F 分别在 OC ， AB 边上．将矩形纸片 $OABC$ 沿线段 EF 折叠，使得点 B 与点 $D(0, 2)$ 重合，求点 C 的对应点 G 的坐标；

(III) 在 (II) 的条件下，若点 P 是坐标系内任意一点，点 Q 在 y 轴上，使以点 D ， F ， P ， Q 为顶点的四边形是菱形，请直接写出满足条件的点 P 的坐标．



图①



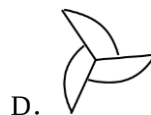
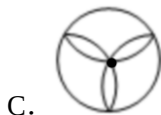
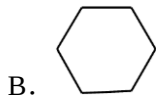
图②

2022-2023 学年江苏省淮安市清江浦区八年级（下）期末数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分，在每小题给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1. （3 分）下列图形是中心对称图形但不是轴对称图形的是（ ）



【答案】A

【分析】根据中心对称图形的定义旋转 180° 后能够与原图形完全重合即是中心对称图形，以及轴对称图形的定义：如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴，即可判断出答案．

【解答】解：A、此图形是中心对称图形，但不是轴对称图形，符合题意；

B、此图形是中心对称图形，也是轴对称图形，不符合题意；

C、此图形是轴对称图形，不是中心对称图形，不符合题意；

D、此图形既不是中心对称图形，也不是轴对称图形，不符合题意．

故选：A．

2. （3 分）若 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围（ ）

A. $x \geq 2$

B. $x \leq 2$

C. $x > 2$

D. $x < 2$

【答案】A

【分析】二次根式有意义，被开方数为非负数，即 $x - 2 \geq 0$ ，解不等式求 x 的取值范围．

【解答】解： $\because \sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义，

$\therefore x - 2 \geq 0$ ，解得 $x \geq 2$ ．

故选：A．

3. （3 分）下列调查中，适合采用全面调查方式的是（ ）

A. 对大运河水质情况的调查

B. 对端午节期间市场上粽子质量情况的调查

C. 对某班 40 名同学体重情况的调查

D. 对江苏省中小学的视力情况的调查

【答案】C

【分析】根据普查得到的调查结果比较准确，但所费人力、物力和时间较多，而抽样调查得到的调查结果比较近似解答．

【解答】解：A. 对大运河水质情况的调查，适合抽样调查，故本选项不符合题意；

B. 对端午节期间市场上粽子质量情况的调查，适合抽样调查，故本选项不符合题意；

C. 对某班 40 名同学体重情况的调查，适合全面调查，故本选项符合题意；

D. 对江苏省中小学的视力情况的调查，适合抽样调查，故本选项不符合题意．

故选：C．

4. (3 分) 下列各式中，与 $\sqrt{2}$ 是同类二次根式的是 ()

A. $\sqrt{24}$

B. $\sqrt{18}$

C. $\sqrt{4}$

D. $\sqrt{12}$

【答案】B

【分析】将各个二次根式化成最简二次根式后，选被开方数为 2 的根式即可．

【解答】解： $\sqrt{24}=2\sqrt{6}$ ，因此选项 A 不符合题意；

$\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ ，因此选项 B 符合题意；

$\sqrt{4}=2$ ，因此选项 C 不符合题意；

$\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ ，显然与 $\sqrt{2}$ 不是同类二次根式，因此选项 D 不符合题意；

故选：B．

5. (3 分) 下列式子从左到右变形不正确的是 ()

A. $\frac{3a}{3b} = \frac{a}{b}$

B. $\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$

C. $\frac{a^2+b^2}{a+b} = a+b$

D. $\frac{a-1}{1-a} = -1$

【答案】C

【分析】利用分式的基本性质逐项进行判断即可．

【解答】解：A. 将 $\frac{3a}{3b}$ 的分子、分母都除以 3 可得 $\frac{a}{b}$ ，正确因此 A 不符合题意；

B. 将 $\frac{-a}{b}$ 的分子、分母都乘以 -1 可得 $-\frac{a}{b}$ ，正确因此 B 不符合题意；

C. 将 $\frac{a^2+b^2}{a+b}$ 的分子、分母都除以 $a+b$ 不等于 $a+b$ ，因此 C 符合题意；

D. 将 $\frac{a-1}{1-a}$ 的分子、分母都除以 $1-a$ 可得 -1，因此 D 不符合题意；

故选：C．

6. (3 分) 已知点 $A(-2, y_1)$ 、 $B(1, y_2)$ 、 $C(3, y_3)$ 三点都在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$) 的图象上，

则下列关系正确的是 ()

- A. $y_2 < y_3 < y_1$ B. $y_3 < y_2 < y_1$ C. $y_1 < y_3 < y_2$ D. $y_1 < y_2 < y_3$

【答案】A

【分析】由反比例函数解析式中 $k < 0$ 可得反比例函数图象经过第二，四象限，在每个象限内 y 随 x 增大而增大，进而求解。

【解答】解：∵ $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$)，

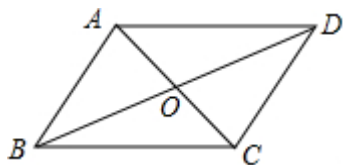
∴ 函数图象在第二，四象限，在每个象限内 y 随 x 增大而增大，

当 $x < 0$ 时 $y > 0$ ，当 $x > 0$ 时 $y < 0$ ，

∴ $y_2 < y_3 < y_1$ ，

故选：A.

7. (3 分) 如图，已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形，下列结论中错误的是 ()



- A. 当 $AB = BC$ 时，它是菱形
 B. 当 $AC \perp BD$ 时，它是菱形
 C. 当 $AC = BD$ 时，它是矩形
 D. 当 $\angle ABC = 90^\circ$ 时，它是正方形

【答案】D

【分析】根据矩形、菱形、正方形的判定逐个判断即可。

【解答】解：A、∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

又 ∵ $AB = BC$ ，

∴ 四边形 $ABCD$ 是菱形，故本选项不符合题意；

B、∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

又 ∵ $AC \perp BD$ ，

∴ 四边形 $ABCD$ 是菱形，故本选项不符合题意；

C、∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

又 ∵ $AC = BD$ ，

∴ 四边形 $ABCD$ 是矩形，故本选项不符合题意；

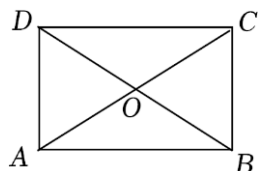
D 、∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

又∵ $\angle ABC = 90^\circ$ ，

∴ 四边形 $ABCD$ 是矩形，不一定是正方形，故本选项符合题意；

故选： D 。

8. (3分) 如图，矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 交于点 O ， $\angle AOD = 60^\circ$ ， $AD = 3$ ，则 BD 的长为 ()



- A. 3 B. 6 C. $3\sqrt{3}$ D. $6\sqrt{3}$

【答案】 B

【分析】 根据矩形的性质求出 $\angle OBA = 30^\circ$ ，然后根据含 30° 直角三角形的性质可得答案。

【解答】 解：在矩形 $ABCD$ 中， $OA = OB$ ， $\angle DAB = 90^\circ$ ， $\angle AOD = 60^\circ$ ，

∴ $\angle OAB = \angle OBA = 30^\circ$ ，

∴ $BD = 2AD = 6$ ，

故选： B 。

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分，不需写出解答过程，请把答案直接写在答题卡相应位置上）

9. (3分) $\pm\sqrt{4} = \underline{\pm 2}$ ， $(\sqrt{3})^2 = \underline{3}$ 。

【答案】 见试题解答内容

【分析】 根据平方根的定义、二次根式的性质求出即可。

【解答】 解： $\pm\sqrt{4} = \pm 2$ ， $(\sqrt{3})^2 = 3$ ，

故答案为： ± 2 ， 3 。

10. (3分) 若分式 $\frac{2}{x-5}$ 有意义，则 x 的取值范围是 $\underline{x \neq 5}$ 。

【答案】 见试题解答内容

【分析】 根据分式有意义的条件列出关于 x 的不等式，求出 x 的取值范围即可。

【解答】 解：∵ 分式 $\frac{2}{x-5}$ 有意义，

∴ $x - 5 \neq 0$ ，解得： $x \neq 5$ 。

故答案为： $x \neq 5$ 。

11. (3分) 对分式 $\frac{1}{3xy^2}$ 和 $\frac{1}{2x^3y}$ 进行通分，它们的最简公分母为 $6x^3y^2$.

【答案】 $6x^3y^2$.

【分析】根据确定最简公分母的方法是：

- (1) 取各分母系数的最小公倍数；
- (2) 凡单独出现的字母连同它的指数作为最简公分母的一个因式；
- (3) 同底数幂取次数最高的，得到的因式的积就是最简公分母即可得出答案.

【解答】解：分式 $\frac{1}{3xy^2}$ 和 $\frac{1}{2x^3y}$ 的最简公分母为 $6x^3y^2$.

故答案为： $6x^3y^2$.

12. (3分) 若反比例函数 $y=\frac{k+1}{x}$ 的图象在第二、四象限，则 k 的取值范围是 $k < -1$.

【答案】见试题解答内容

【分析】根据反比例函数的性质得 $k+1 < 0$ ，然后解不等式即可.

【解答】解：根据题意得 $k+1 < 0$ ，

解得 $k < -1$.

故答案为： $k < -1$.

13. (3分) 一个不透明的盒子里装有黑、白两种球共40个（除颜色外其它均相同），小明将盒子里的球搅匀后，从中随机摸出一个记下颜色，再把它放回盒子中，不断重复上述过程. 下表是实验中的一组统计数据，请估计摸到白球的概率为 0.61 （精确到0.01）.

摸球的次数 n	100	200	300	500	800	1000	3000
摸到白球的次数 m	65	126	185	307	491	613	1833
摸到白球的频率 $\frac{m}{n}$	0.65	0.63	0.616	0.614	0.614	0.613	0.611

【答案】0.61.

【分析】概率接近于表格中得到的频率，由此即可解决问题.

【解答】解： $\because$ 随着实验次数的增多，摸到白球的频率逐渐靠近常数0.61，

$\therefore$ 估计摸到白球的概率为0.61，

故答案为：0.61.

14. (3分) 若关于 x 的分式方程 $\frac{3x+2}{x-1} = \frac{m}{x-1}$ 有增根，则实数 m 的值是 5.

【答案】见试题解答内容

【分析】分式方程去分母转化为整式方程，由分式方程有增根得到 $x-1=0$ ，求出 x 的值，代入整式方程求出 m 的值即可.

【解答】解：去分母得： $3x+2=m$,

由分式方程有增根，得到 $x-1=0$ ，即 $x=1$,

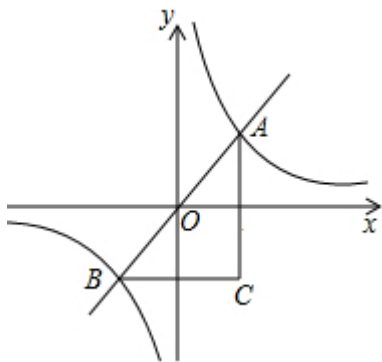
把 $x=1$ 代入整式方程得： $3+2=m$,

解得： $m=5$,

故答案为：5.

15. (3分) 如图，正比例函数 $y=ax$ 与反比例函数 $y=\frac{b}{x}$ 的图象交于 A, B 两点， $BC \parallel x$ 轴， $AC \parallel y$ 轴，

若 $S_{\triangle ABC}=12$ ，则 $b=\underline{6}$.



【答案】6.

【分析】先设 A 点坐标，根据反比例函数正比例函数的中心对称性再确定 B 点坐标，于是可得到 C 点坐标，然后根据三角形面积公式得到关于 b 的方程，解方程即可.

【解答】解：设 A 点坐标为 $(m, \frac{b}{m})$ ，则 B 点坐标为 $(-m, -\frac{b}{m})$,

$\therefore C$ 点坐标为 $(m, -\frac{b}{m})$,

$\therefore AC = \frac{2b}{m}$, $BC = 2m$,

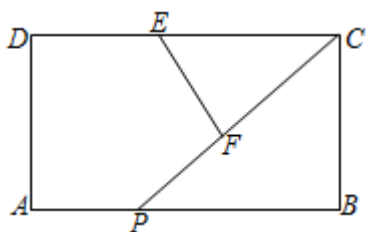
$\therefore \triangle ABC$ 的面积 $= \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 2m \cdot \frac{2b}{m} = 12$,

$\therefore b=6$.

故答案为：6.

16. (3分) 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=4$ ， $AD=2$ ， E 为边 CD 的中点，点 P 在线段 AB 上运动， F 是

CP 的中点，则 $\triangle CEF$ 的周长的最小值是 $2\sqrt{2}+2$ 。



【答案】 $2\sqrt{2}+2$ 。

【分析】根据三角形的中位线的性质得到 $EF = \frac{1}{2}PD$ ，得到 $C_{\triangle CEF} = CE + CF + EF = CE + \frac{1}{2}(CP + PD) = \frac{1}{2}(CD + PC + PD)$ ，当 $\triangle CDP$ 的周长最小时， $\triangle CEF$ 的周长最小；即 $PC + PD$ 的值最小时， $\triangle CEF$ 的周长最小；如图，作 D 关于 AB 的对称点 D' ，连接 CD' 交 AB 于 P ，于是得到结论。

【解答】解：∵ E 为 CD 中点， F 为 CP 中点，

$$\therefore EF = \frac{1}{2}PD,$$

$$\therefore C_{\triangle CEF} = CE + CF + EF = CE + \frac{1}{2}(CP + PD) = \frac{1}{2}(CD + PC + PD) = \frac{1}{2}C_{\triangle CDP}$$

∴ 当 $\triangle CDP$ 的周长最小时， $\triangle CEF$ 的周长最小；

即 $PC + PD$ 的值最小时， $\triangle CEF$ 的周长最小；

如图，作 D 关于 AB 的对称点 T ，连接 CT ，则 $PD = PT$ ，

$$\because AD = AT = BC = 2, CD = 4, \angle CDT = 90^\circ,$$

$$\therefore CT = \sqrt{CD^2 + DT^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2},$$

$$\because \triangle CDP \text{ 的周长} = CD + DP + PC = CD + PT + PC,$$

$$\because PT + PC \geq CT,$$

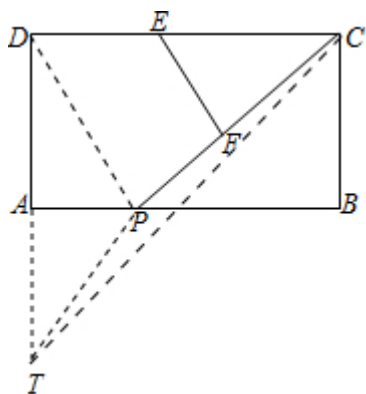
$$\therefore PT + PC \geq 4\sqrt{2},$$

$$\therefore PT + PC \text{ 的最小值为 } 4\sqrt{2},$$

$$\therefore \triangle PDC \text{ 的最小值为 } 4 + 4\sqrt{2},$$

$$\therefore C_{\triangle CEF} = \frac{1}{2}C_{\triangle CDP} = 2 + 2\sqrt{2},$$

故答案为： $2\sqrt{2}+2$ 。



三、计算与解答（本大题共有 11 小题，共 72 分，请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

17. (6 分) 计算:

(1) $\sqrt{3} + \sqrt{2} \times \sqrt{6}$;

(2) $\sqrt{2} \times \sqrt{8} - (\sqrt{2} - 1)^2$.

【答案】 (1) $3\sqrt{3}$;

(2) $2\sqrt{2}+1$.

【分析】(1) 先算二次根式的乘法, 再合并同类二次根式即可;

(2) 先算二次根式的乘法, 同时利用完全平方公式将括号展开, 再计算加减即可.

【解答】解：(1) $\sqrt{3} + \sqrt{2} \times \sqrt{6}$

$$= \sqrt{3} + \sqrt{12}$$

$$= \sqrt{3} + 2\sqrt{3}$$

$$= 3\sqrt{3};$$

$$(2) \sqrt{2} \times \sqrt{8} - (\sqrt{2} - 1)^2$$

$$= \sqrt{16} - (2 - 2\sqrt{2} + 1)$$

$$= 4 - 2 + 2\sqrt{2} - 1$$

$$= 2\sqrt{2} + 1.$$

18. (6分) 解方程: $\frac{1}{2x-4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{x-2}$.

【答案】 $x=7$.

【分析】分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解，检验后即可得出答案.

【解答】解：方程两边同乘以 $(2x - 4)$ 得： $1 + x - 2 = 6$,

解得: $x=7$,

检验：当 $x=7$ 时， $2x-4 \neq 0$ ，

所以 $x=7$ 是分式方程的解。

19. (6分) 先化简，再求值： $\frac{2x}{x^2-2x+1} \div (1+\frac{1}{x-1})$ ，其中 $x=\sqrt{2}+1$ 。

【答案】 $\frac{2}{x-1}$ ， $\sqrt{2}$ 。

【分析】先通分算括号内的，把除化为乘，再约分，化简后将 x 的值代入计算。

【解答】解：原式 $= \frac{2x}{(x-1)^2} \div \frac{x-1+1}{x-1}$

$$= \frac{2x}{(x-1)^2} \cdot \frac{x-1}{x}$$

$$= \frac{2}{x-1},$$

当 $x=\sqrt{2}+1$ 时，

$$\text{原式} = \frac{2}{\sqrt{2}+1-1}$$

$$= \sqrt{2}.$$

20. (6分) 为了减轻义务教育阶段学生的作业负担，2021年9月1日“双减”政策正式实施，某学校为了解初二年级800名学生周末写作业所用的时间，随机抽查了部分学生，根据调查结果，制了两幅不完整的统计图（图1，图2）。请根据统计图中的信息回答下列问题：

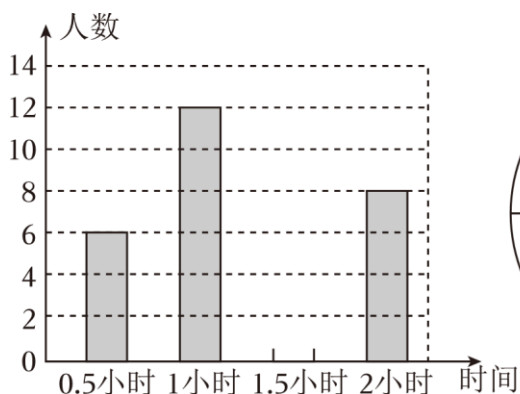


图 1

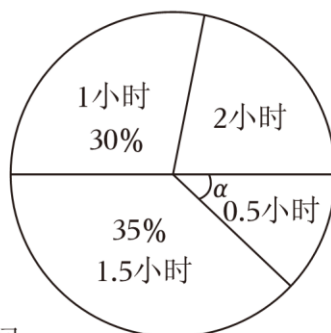


图 2

(1) 本次调查的学生人数是 40 人；并将图1的条形统计图补充完整；

(2) 在图2中， $\angle \alpha$ 是 54 度；

(3) 请估算该校初二学生周末写作业时间不多于1.5小时有多少人？

【答案】(1) 40；(2) 54；(3) 640 人。

【分析】(1) 根据作业时间为1小时的人数和所占的百分比求出总人数，可得本次调查的学生人数；

(2) 用 360° 乘作业时间为0.5小时所占比例即可；

(3) 用总人数乘 35% 即可得出作业时间为 1.5 小时的人数，进而将图 1 的条形统计图补充完整；

(4) 利用样本估计总体即可．

【解答】解：(1) $12 \div 30\% = 40$ （人），

故答案为：40；

(2) $\angle \alpha = 360^\circ \times \frac{6}{40} = 54^\circ$ ，

故答案为：54；

(3) 作业时间为 1.5 小时的人数为： $40 \times 35\% = 14$ （人），

将图 1 的条形统计图补充完整如下：

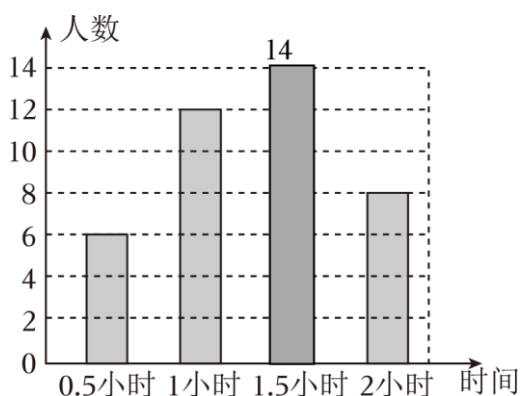


图 1

(4) $800 \times \frac{6+12+14}{40} = 640$ （人），

答：估算该校初二学生周末写作业时间不多于 1.5 小时有 640 人．

21. (6 分) 甲、乙两位同学同时为校文化艺术节制作彩旗．已知甲每小时比乙多做 5 面彩旗，甲做 60 面彩旗与乙做 50 面彩旗所用时间相等，问：甲、乙每小时各做多少面彩旗？

【答案】见试题解答内容

【分析】可设乙每小时做 x 面彩旗，则甲每小时做 $(x+5)$ 面彩旗，根据等量关系：甲做 60 面彩旗所用的时间 = 乙做 50 面彩旗所用的时间．由此可得出方程求解．

【解答】解：设乙每小时做 x 面彩旗，则甲每小时做 $(x+5)$ 面彩旗，依题意有

$$\frac{60}{x+5} = \frac{50}{x},$$

解得： $x = 25$ ．

经检验： $x = 25$ 是原方程的解．

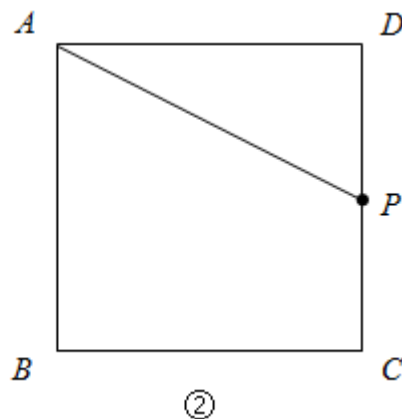
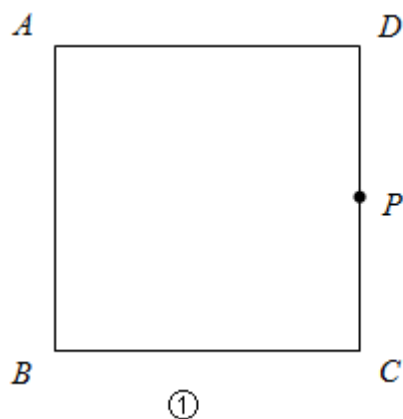
$$x+5 = 25+5 = 30.$$

故甲每小时做 30 面彩旗，乙每小时做 25 面彩旗．

22. (6分) 已知正方形 $ABCD$, P 是 CD 的中点, 请仅用无刻度的直尺按下列要求画图. (保留画图痕迹, 不写画法)

(1) 在图①中, 画 $PQ \perp AB$, 垂足为 Q ;

(2) 在图②中, 画 $BH \perp AP$, 垂足为 H .



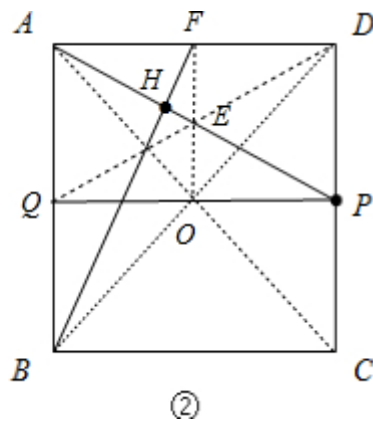
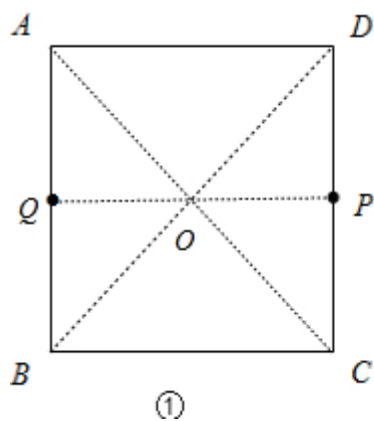
【答案】见解答.

【分析】(1) 连接 AC 、 BD , 它们相交于 O 点, 延长 PO 交 AB 于 Q , 则 $PQ \perp AB$;

(2) 连接 DQ 交 AP 于 E 点, 延长 OE 交 AD 于 F , 连接 BF 交 AP 于 H , 则可证明 $\triangle ABF \cong \triangle DAP$ 得到 $\angle ABF = \angle DAP$, 再证明 $\angle AHB = 90^\circ$, 则 $BH \perp AP$.

【解答】解: (1) 如图①, PQ 为所作;

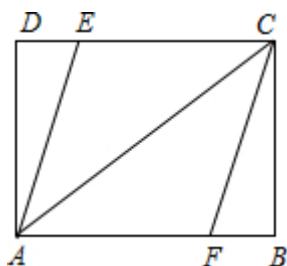
(2) 如图②, BH 为所作.



23. (6分) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=8\text{cm}$, $BC=6\text{cm}$. E , F 分别是边 DC , AB 上的点, $DE=BF$.

(1) 求证: 四边形 $AFCE$ 是平行四边形;

(2) 若四边形 $AFCE$ 是菱形, 求菱形的边长.



【答案】（1）证明见解析；

（2）菱形 $AFCE$ 的边长是 6.25.

【分析】（1）根据矩形的性质得出 $AB \parallel CD$, $AB = CD$, 求出 $CE = AF$, 根据平行四边形的判定得出即可；

（2）根据菱形的性质得出 $AE = CE$, 设 $AE = CE = x$, 根据勾股定理得出方程, 求出方程的解即可.

【解答】（1）证明：∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore AB \parallel CD, AB = CD,$$

$$\therefore DE = BF,$$

$$\therefore CD - DE = AB - BF,$$

$$\text{即 } CE = AF,$$

∴ 四边形 $AFCE$ 是平行四边形；

（2）解：∵ 四边形 $AFCE$ 是菱形，

$$\therefore AE = CE = AF = CF,$$

$$\text{设 } AE = CE = x, \text{ 则 } DE = 8 - x,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ADE \text{ 中, 由勾股定理得: } AD^2 + DE^2 = AE^2,$$

$$\text{即 } 6^2 + (8 - x)^2 = x^2,$$

$$\text{解得: } x = 6.25,$$

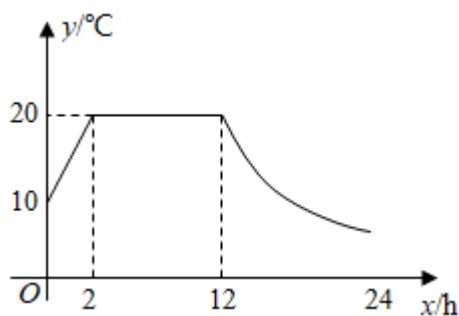
$$\text{即 } AE = CE = CF = AF = 6.25,$$

所以菱形 $AFCE$ 的边长是 6.25.

24. (6 分) 某蔬菜生产基地用装有恒温系统的大棚栽培一种新品, 如图是某天恒温系统从开始到关闭及关闭后, 大棚里温度 y ($^{\circ}\text{C}$) 随时间 x (h) 变化的函数图象, 其中 AB 段是恒温阶段, BC 段是双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 的一部分, 请根据图中信息解答下列问题:

(1) 求 k 的值;

(2) 恒温系统在一天内保持大棚内温度不低于 15°C 的时间有多少小时?



【答案】见试题解答内容

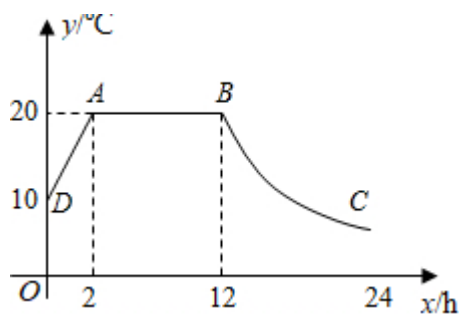
【分析】（1）直接将点 B 的坐标代入即可；

（2）观察图象可知：三段函数都有 $y \geq 15$ 的点，而且 AB 段是恒温阶段， $y=20$ ，所以计算 AD 和 BC 两段当 $y=15$ 时对应的 x 值，相减就是结论．

【解答】解：（1）把 $B(12, 20)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ 中得：

$$k = 12 \times 20 = 240;$$

（2）如图，



设 AD 的解析式为： $y = mx + n$ ．

把 $(0, 10)$ 、 $(2, 20)$ 代入 $y = mx + n$ 中得：

$$\begin{cases} 10 = n \\ 20 = 2m + n \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} m = 5 \\ n = 10 \end{cases},$$

$\therefore AD$ 的解析式为： $y = 5x + 10$ ，

当 $y = 15$ 时， $15 = 5x + 10$ ， $x = 1$ ．

$$15 = \frac{240}{x},$$

解得： $x = 16$ ，

$$16 - 1 = 15.$$

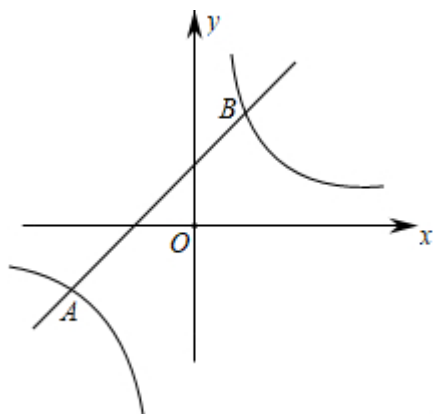
答：恒温系统在一天内保持大棚里温度不低于 15°C 的时间有 15 小时．

25. (8分) 如图，一次函数 $y=kx+b$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象交于点 $A(-3, n)$, $B(2, 3)$.

(1) 求反比例函数与一次函数的函数表达式；

(2) 请结合图象直接写出不等式 $kx+b \geq \frac{m}{x}$ 的解集；

(3) 若点 P 为 x 轴上一点， $\triangle ABP$ 的面积为 10，求点 P 的坐标.



【答案】见试题解答内容

【分析】(1) 根据反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象经过 $B(2, 3)$ ，利用待定系数法即可求出反比例函数的解析式；进而求得 A 的坐标，根据 A 、 B 点坐标，进而利用待定系数法求出一函数解析式；

(2) 根据 A 、 B 的坐标，结合图象即可求得；

(3) 根据三角形面积求出 DP 的长，根据 D 的坐标即可得出 P 的坐标.

【解答】解：(1) $\because$ 反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象经过 $B(2, 3)$,

$$\therefore m=2 \times 3=6.$$

$$\therefore \text{反比例函数的解析式为 } y=\frac{6}{x}.$$

$$\because A(-3, n) \text{ 在 } y=\frac{6}{x} \text{ 上, 所以 } n=\frac{6}{-3}=-2.$$

$$\therefore A \text{ 的坐标是 } (-3, -2).$$

$$\text{把 } A(-3, -2)、B(2, 3) \text{ 代入 } y=kx+b. \text{ 得: } \begin{cases} -3k+b=-2, \\ 2k+b=3 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k=1, \\ b=1 \end{cases},$$

$$\therefore \text{一次函数的解析式为 } y=x+1.$$

(2) 由图象可知：不等式 $kx+b \geq \frac{m}{x}$ 的解集是 $-3 \leq x < 0$ 或 $x \geq 2$;

(3) 设直线与 x 轴的交点为 D ,

$$\because \text{把 } y=0 \text{ 代入 } y=x+1 \text{ 得: } 0=x+1,$$

$$x = -1,$$

∴ D 的坐标是 $(-1, 0)$,

∵ P 为 x 轴上一点, 且 $\triangle ABP$ 的面积为 10, $A(-3, -2)$, $B(2, 3)$,

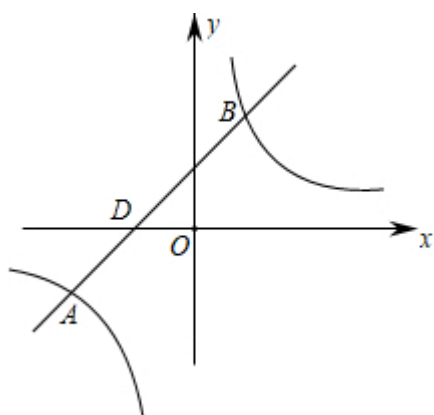
$$\therefore \frac{1}{2}DP \times 2 + \frac{1}{2}DP \times 3 = 10,$$

$$\therefore DP = 4,$$

∴ 当 P 在负半轴上时, P 的坐标是 $(-5, 0)$;

当 P 在正半轴上时, P 的坐标是 $(3, 0)$,

即 P 的坐标是 $(-5, 0)$ 或 $(3, 0)$.



26. (6分) 像 $(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2}) = 3$ 、 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a (a \geq 0)$ 、 $(\sqrt{b} + 1)(\sqrt{b} - 1) = b - 1 (b \geq 0)$... 两个含有二次根式的代数式相乘, 积不含有二次根式, 我们称这两个代数式互为有理化因式, 例如, $\sqrt{3}$ 和 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{2} + 1$ 与 $\sqrt{2} - 1$ 、 $2\sqrt{3} + 3\sqrt{5}$ 与 $2\sqrt{3} - 3\sqrt{5}$ 等都是互为有理化因式, 在进行二次根式计算时, 利用有理化因式, 可以化去分母中的根号. 请完成下列问题:

(1) 计算: ① $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, ② $\frac{1}{\sqrt{3}-1} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$;

(2) 计算: $\frac{1}{2-\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}-1}$.

【答案】 (1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$;

(2) 1.

【分析】 (1) ①分子、分母都乘 $\sqrt{2}$ 即可; ②分子、分母都乘 $(\sqrt{3} + 1)$ 即可;

(2) 第一项分子、分母都乘以 $(2 + \sqrt{3})$, 第二项分子、分母都乘以 $(\sqrt{3} + 1)$, 再计算即可.

【解答】 解: (1) ① $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

故答案为: $\frac{\sqrt{2}}{2}$;

$$\textcircled{2} \frac{1}{\sqrt{3}-1} = \frac{(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{\sqrt{3}+1}{2},$$

故答案为： $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ ；

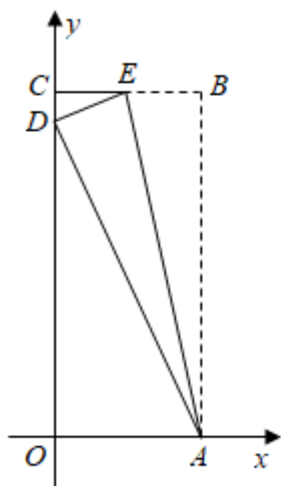
$$\begin{aligned} (2) & \frac{1}{2-\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}-1} \\ &= \frac{(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} - \frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} \\ &= 2+\sqrt{3} - (\sqrt{3}+1) \\ &= 2+\sqrt{3} - \sqrt{3} - 1 \\ &= 1. \end{aligned}$$

27. (10 分) 将一个矩形纸片 $OABC$ 放置在平面直角坐标系中， OA ， OC 分别在 x 轴， y 轴的正半轴上，点 B 坐标为 $(4, 10)$ 。

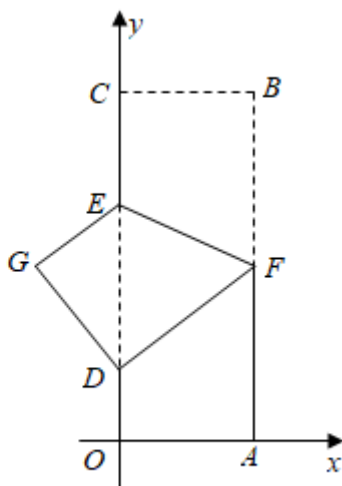
(I) 如图①，将矩形纸片 $OABC$ 折叠，使点 B 落在 y 轴上的点 D 处，折痕为线段 AE ，求点 D 坐标；

(II) 如图②，点 E ， F 分别在 OC ， AB 边上。将矩形纸片 $OABC$ 沿线段 EF 折叠，使得点 B 与点 $D(0, 2)$ 重合，求点 C 的对应点 G 的坐标；

(III) 在 (II) 的条件下，若点 P 是坐标系内任意一点，点 Q 在 y 轴上，使以点 D ， F ， P ， Q 为顶点的四边形是菱形，请直接写出满足条件的点 P 的坐标。



图①



图②

【答案】 (I) 点 D 的坐标为 $(0, 2\sqrt{21})$ ；

(II) 点 G 的坐标为 $(-\frac{12}{5}, \frac{26}{5})$ ；

(III) 点 P 的坐标为 $(4, 10)$ ， $(4, 0)$ ， $(-4, 5)$ ， $(4, \frac{5}{6})$ 。

【分析】 (I) 运用矩形性质和折叠性质及勾股定理即可求得答案；

（II）过点 G 作 $GH \perp y$ 轴于点 H ，由折叠知，四边形 $BCEF$ 与四边形 $DGEF$ 全等，由 $EG^2 + GD^2 = ED^2$ ，建立方程求解即可；

（III）设 $Q(0, y)$ ， $P(m, n)$ ，根据点 Q 在 y 轴上，使以点 D, F, P, Q 为顶点的四边形是菱形，分三种情况： $DQ = DF$ 或 $FQ = DF$ 或 $DQ = FQ$ ，运用勾股定理先求出点 Q 的坐标，再依据菱形性质求出对应的点 P 坐标。

【解答】解：（I） $\because$ 四边形 $OABC$ 是矩形，

$$\therefore \angle BAO = \angle BCO = 90^\circ, \quad OA = CB, \quad CO = BA.$$

$$\because \text{点 } B \text{ 坐标为 } (4, 10),$$

$$\therefore OA = CB = 4, \quad CO = BA = 10;$$

由折叠可知， $\triangle ADE \cong \triangle ABE$ ，

$$\therefore DA = BA = 10.$$

$$\text{在 Rt}\triangle AOD \text{ 中, } OD = \sqrt{DA^2 - OA^2} = \sqrt{10^2 - 4^2} = 2\sqrt{21},$$

$$\therefore \text{点 } D \text{ 的坐标为 } (0, 2\sqrt{21});$$

（II）如图，过点 G 作 $GH \perp y$ 轴于点 H ，

$$\because \text{点 } D \text{ 坐标为 } (0, 2),$$

$$\therefore DO = 2,$$

$\because$ 四边形 $OABC$ 是矩形，

$$\therefore \angle B = 90^\circ;$$

由折叠知，四边形 $BCEF$ 与四边形 $DGEF$ 全等，

$$\therefore \angle EGD = \angle B = 90^\circ, \quad GD = CB = 4, \quad CE = EG.$$

设 $CE = EG = x$ ，则 $ED = CO - CE - DO = 10 - 2 - x = 8 - x$ 。

在 $\text{Rt}\triangle EGD$ 中， $EG^2 + GD^2 = ED^2$ ，

$$\therefore x^2 + 4^2 = (8 - x)^2,$$

解得： $x = 3$ 。

$$\therefore EG = 3, \quad ED = 5.$$

$$\therefore S_{\triangle EGD} = \frac{1}{2} EG \cdot GD = \frac{1}{2} ED \cdot GH,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{1}{2} \times 5 \times GH,$$

$$\therefore GH = \frac{12}{5},$$

$$\text{在 Rt}\triangle GHD \text{ 中, } HD = \sqrt{GD^2 - GH^2} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{12}{5}\right)^2} = \frac{16}{5},$$

$$\therefore HO = HD + DO = \frac{16}{5} + 2 = \frac{26}{5}.$$

$$\therefore \text{点 } G \text{ 的坐标为 } \left(-\frac{12}{5}, \frac{26}{5}\right).$$

(III) 由折叠可知, $\angle BFE = \angle DFE$,

$$\therefore BF \parallel ED,$$

$$\therefore \angle BFE = \angle FED,$$

$$\therefore \angle FED = \angle DFE,$$

$$\therefore BF = DF = ED = 5,$$

$$\therefore AF = AB - BF = 10 - 5 = 5,$$

$$\therefore F(4, 5),$$

设 $Q(0, y)$, $P(m, n)$,

$$\therefore D(0, 2),$$

$$\therefore DQ = |y - 2|, DF = 5, FQ^2 = 4^2 + (y - 5)^2, DF \text{ 的中点坐标为 } \left(2, \frac{7}{2}\right),$$

$\therefore$ 点 Q 在 y 轴上, 使以点 D, F, P, Q 为顶点的四边形是菱形,

$\therefore$ 分三种情况: $DQ = DF$ 或 $FQ = DF$ 或 $DQ = FQ$,

$$\text{①当 } DQ = DF \text{ 时, } |y - 2| = 5,$$

解得: $y = 7$ 或 -3 ,

$$\therefore Q(0, 7) \text{ 或 } (0, -3),$$

$$\therefore P(4, 0) \text{ 或 } (4, 10),$$

$$\text{②当 } FQ = DF \text{ 时, } 4^2 + (y - 5)^2 = 25,$$

解得 $y = 8$ 或 $y = 2$ (舍去),

$$\therefore Q(0, 8),$$

$$\therefore P(-4, 5),$$

$$\text{③当 } DQ = FQ \text{ 时, } |y - 2|^2 = 4^2 + (y - 5)^2,$$

$$\text{解得: } y = \frac{37}{6},$$

$$\therefore Q\left(0, \frac{37}{6}\right),$$

$$\therefore \frac{m+0}{2} = 2, \frac{n+\frac{37}{6}}{2} = \frac{7}{2},$$

$$\therefore m=4, n=\frac{5}{6},$$

$$\therefore P\left(4, \frac{5}{6}\right),$$

综上所述，点 P 的坐标为 $(4, 10)$, $(4, 0)$, $(-4, 5)$, $\left(4, \frac{5}{6}\right)$.

