

2023 年九年级学业水平模拟考试

数学试题

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，在每小题所给出的四个选项中，只有一项是正确的，请用 2B 铅笔把答题卡上相应的选项标号涂黑。）

1. 下列各数比 -2 小的数是（ ）

- A. 0 B. -1 C. -1.5 D. -2.5

2. 函数 $y = \sqrt{x-3}$ 中自变量 x 的取值范围是（ ）

- A. $x > 3$ B. $x \neq 3$ C. $x \geq 3$ D. $x \geq 0$

3. 下列运算正确的是（ ）

- A. $(x^2)^3 = x^8$ B. $x^2 \times x^3 = x^5$ C. $x^2 + x^3 = x^5$ D. $x^8 \div x^2 = x^4$

4. 计算 $a-1 + \frac{1}{a+1}$ 的结果是（ ）

- A. $\frac{a^2}{a+1}$ B. $\frac{a}{a+1}$ C. $a+1$ D. a^2

5. 点 P 在反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图像上， PA 垂直于 x 轴，垂足为 A ， PB 垂直于 y 轴，垂足为 B 。则矩形 $OAPB$ 的面积是（ ）

- A. 2 B. 3 C. 6 D. 12

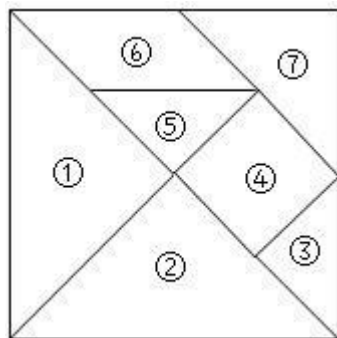
6. 下列调查适合用普查方式的是（ ）

- A. 某品牌灯泡的使用寿命 B. 全班学生最喜爱的体育运动项目
C. 长江中现有鱼的种类 D. 全市学生的家庭 1 周内丢弃塑料袋的数量

7. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）

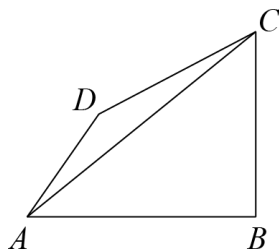
- A. 平行四边形 B. 等腰三角形 C. 直角三角形 D. 菱形

8. 如图，七巧板是我国民间流传最广的一种传统智力玩具，也被西方称为“东方魔板”，它是由正方形分割成七块板组成。若这个正方形的面积为 16，则图中两块面积之和为 5 的是（ ）



- A. ①⑦ B. ②④ C. ①③ D. ④⑥

9. 如图，四边形 $ABCD$ 中， $\angle ADC = 150^\circ$ ， $\angle DCB = 60^\circ$ ， $DC = CB$ 。若 $AB = 4$ ，则 AC 的最大值是（ ）



- A. $2+2\sqrt{3}$ B. $2+4\sqrt{3}$ C. $4+\sqrt{3}$ D. $4+2\sqrt{3}$

10. 小明在数学实践活动中尝试做一个无盖的长方体纸盒. 他把一张长为18cm, 宽为12cm 的矩形纸板分割成 5 个矩形纸板, 他用其中 1 个作为底面, 其余 4 个作为侧面, 恰好能做成这个纸盒, 则这个纸盒的侧面高不可能是()

- A. 1cm B. 2cm C. 3cm D. 4cm

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分，其中 17、18 题第一空 1 分，第二空 2 分. 不需写出解答过程，只需把答案直接填写在答题卡上相应的位置.）

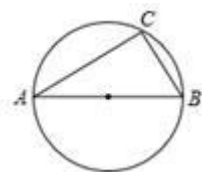
11. 分解因式： $ab+ac-ad=$ _____.

12. 福建舰（舷号：18）是我国完全自主设计建造的首艘弹射型航空母舰，满载排水量约为 87000 吨. 数据 87000 用科学记数法表示是_____.

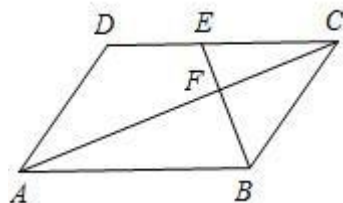
13. 把一次函数 $y=-2x+3$ 的图象沿 y 轴向下平移 2 个单位长度后，得到的新图像对应的函数表达式是_____.

14. 有些真命题的逆命题也是真命题，在你学过的命题中，请写出一个这样的命题：_____.

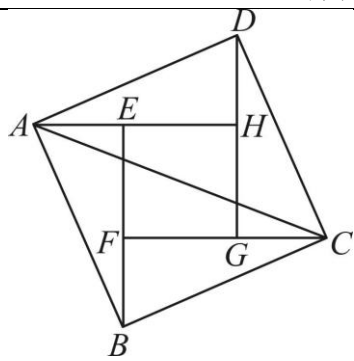
15. 如图，已知 AB 是 $\triangle ABC$ 外接圆的直径， $\angle A=35^\circ$ ，则 $\angle B$ 的度数是_____.



16. 如图，在平行四边形 ABCD 中， $CE=ED$ ，BE 交 AC 于点 F，则 $EF:FB$ 的比值是_____.



17. 如图，这是著名的“赵爽弦图”，我国古代数学家赵爽利用它证明了勾股定理. 它是由四个全等的直角三角形拼成得到正方形 ABCD 与正方形 EFGH. 连接 AC，若 $\angle DAC$ 恰好被 AH 平分，已知 $EF=3$ ，则正方形 EFGH 的面积是_____，正方形 ABCD 的面积是_____.



18. 已知点 $(-3, p)$ ， $(1, q)$ 都在二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a < 0$) 的图象上. 设函数图象的顶点横坐标为 m ，当 $p = q$ 时， m 的值是_____；当 $p < q < c$ 时， m 的取值范围是_____.

三、解答题（本大题共 10 小题，共 96 分. 请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤等.）

19. 计算：

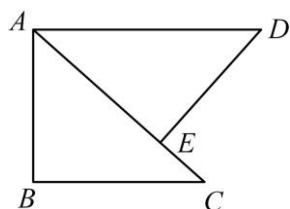
(1) $(\sqrt{3})^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \tan 60^\circ$;

(2) $(2x - y)^2 - x(x + y)$.

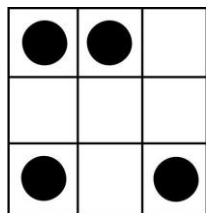
20. (1) 解方程： $x^2 - 5x + 3 = 0$;

(2) 解不等式组：
$$\begin{cases} 2x + 5 \geq 3 \\ \frac{x}{2} < \frac{x+1}{3} \end{cases}$$

21. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $AD \parallel BC$ ， $DE \perp AC$ ，垂足为 E .



- (1) 若 $\angle C = 40^\circ$ ，求 $\angle D$ 的度数；
- (2) 若 $AD = AC$ ，求证： $\triangle DEA \cong \triangle ABC$.
22. 如图，在一个 3×3 的棋盘内已有四枚棋子，在剩余的方格内继续随机放入棋子（每一方格内最多放入一枚棋子），如果有三枚棋子在同一条直线上，我们称之为“三连珠”

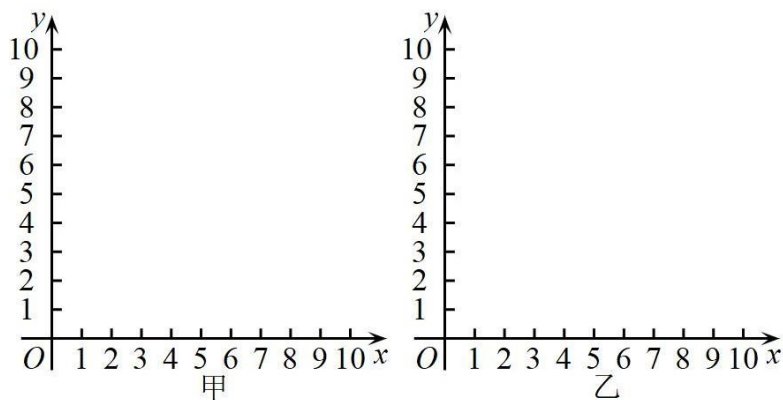


- (1) 如果随机放入1枚棋子，出现“三连珠”的概率是_____.
- (2) 如果随机放入2枚棋子，求棋盘内同时出现三个“三连珠”的概率.（请用“画树状图”或“列表”等方法写出分析过程）

23. 甲、乙两名射箭爱好者进行了一次射箭比赛，他们 10 次射箭的成绩如下（单位：环）：

	第 1 次	第 2 次	第 3 次	第 4 次	第 5 次	第 6 次	第 7 次	第 8 次	第 9 次	第 10 次
甲	8	7	7	6	9	8	7	7	8	7
乙	8	9	9	2	9	7	10	4	8	9

(1) 将上面的两组数据分别绘制成折线统计图：



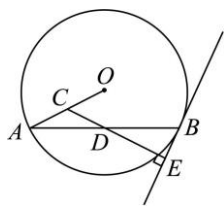
(2) 根据你所学的统计知识，请你利用数据对甲、乙的射箭成绩做出比较与评价。

24. 已知函数 $y = mx^2 + (m-1)x - 1$ (m 为常数)。

(1) 当 $m=1$ 时，设函数图像与 x 轴交于 A, B 两点 (A 在 B 左侧)，与 y 轴交于点 C 。请判断 ABC 的形状并说明理由；

(2) 证明：无论 m 取何值，函数图像与 x 轴一定有交点。

25. 如图，在 $\odot O$ 中， C, D 分别为半径 OA ，弦 AB 的中点，连接 CD 并延长，交过点 B 的切线于点 E 。



(1) 求证： $CE \perp BE$ ；

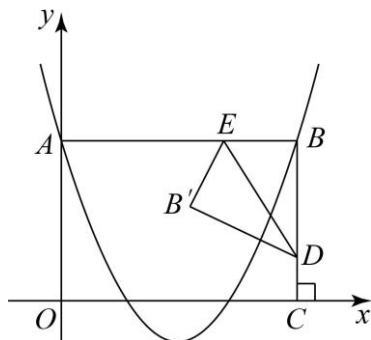
(2) 若 $\sin \angle A = \frac{1}{3}$ ， $BE = 2$ ，求 $\odot O$ 半径的长。

26. 春夏之交正是农业用水高峰期，某地水利站有 A, B 两台泵机实施调水作业。如果单开 A 泵机，可以正好在预定时间内完成，总费用为 1920 元；如果单开 B 泵机，则要比预定时间多 4 天，总费用为 2240 元。水利站经过测算，如果 A, B 两台泵机同时开启 3 天，然后由 B 泵机单独完成余下的调水作业，这样也能正好在预定时间内完成。

(1) A, B 两台泵机平均每天费用分别是多少元？

(2) 水利站接到上级部门要求提前 3 天完成调水作业，请问如何安排两台泵机作业才能完成任务？花费最少是多少元？（注：不足一天按照一天计算费用。）

27. 如图，已知二次函数 $y = x^2 + mx + 8$ 的图像交 y 轴于点 A ，作 AB 平行于 x 轴，交函数图像于另一点 B （点 B 在第一象限）。作 BC 垂直于 x 轴，垂足为 C ，点 D 在 BC 上，且 $CD = \frac{1}{3}BD$ 。点 E 是线段 AB 上的动点（ B 点除外），将 DBE 沿 DE 翻折得到 $DB'E$ 。



(1) 当 $\angle BED = 60^\circ$ 时，若点 B' 到 y 轴的距离为 $\sqrt{3}$ ，求此时二次函数的表达式；

(2) 若点 E 在 AB 上有且只有一个位置，使得点 B' 到 x 轴的距离为 3，求 m 的取值范围.

28. 数学实验室：有一个直角三角形纸板， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 40\text{cm}$ ， $BC = 30\text{cm}$. 小明计划以三角形的一条边为直径所在的边，先剪出一个最大的半圆，用这个半圆围成一个圆锥的侧面，然后在剩下的纸板上再剪出一个完整的圆，用这个圆作为圆锥的底面圆. 如图 1，小明首先以斜边为直径所在的边进行尝试，发现无法实现他的计划，他打算换成直角边来继续实验.

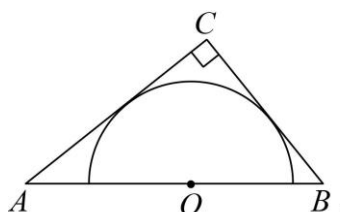


图1

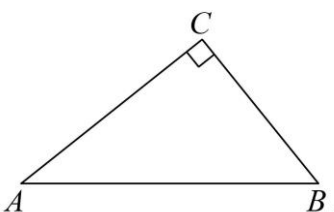


图2

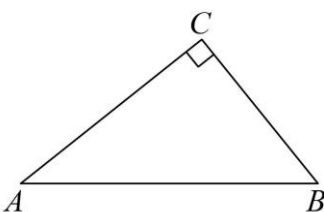


图3

(1) 请你在图 2 中，任选一条直角边为直径所在的边，帮小明画出一个最大的半圆（请使用无刻度的直尺和圆规完成作图）；

(2) 如果小明按照你选的直角边继续往下操作，他能否顺利得到这个圆锥的底面圆？如果能，请说明理由；如果不能，那么换另一条直角边能否实现？同样请说明理由.（友情提醒：请利用图 3 完成题（2）的解答）