2024年高考数学押题密卷01(九省联考模式)

【本试卷共19小题，满分150分。考试用时120分钟】

注意事项:

1. 答卷前，考生务必将自己的考生号、姓名、考点学校、考场号及座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需要改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.（2024•呼和浩特模拟）已知集合 $A=\{3^a，2+a\}$，集合 $B=\{a，1\}$，且 $A\cap B=\{1\}$，则 $a=$（　　）

A．0或1　　B．﹣1　　C．0或﹣1　　D．0

2.（2024•莲湖区校级模拟）设 z 在复平面内对应的点为（1，﹣2），则$\frac{\overline{z}}{z+i}$在复平面内对应的点为（　　）

A．$(-\frac{1}{4}，\frac{3}{4})$　　B．$(\frac{1}{4}，-\frac{3}{4})$　　C．$(-\frac{1}{2}，\frac{3}{2})$　　D．$(-\frac{1}{2}，-\frac{3}{2})$

3.（2024•海口模拟）已知 $b>0$，设甲：$a-b>1$，乙：$\sqrt{a}-\sqrt{b}>1$，则（　　）

A．甲是乙的充分不必要条件

B．甲是乙的必要不充分条件

C．甲是乙的充要条件

D．甲是乙的既不充分也不必要条件

4.（2024•安庆模拟）已知线段 AB 是圆 O 的一条长为4的弦，则$\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}=$（　　）

A．4　　B．6　　C．8　　D．16

5.（2024•江苏模拟）已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $a_5=5$，$a_1+S_{11}=46$，则 $a_3•a_{10}$ 是$\{a_n\}$中的（　　）

A．第28项　　B．第29项　　C．第30项　　D．第32项

6.（2024•厦门模拟）已知$sin(\alpha-\frac{\pi}{6})=\frac{3}{5}$，则$sin(2\alpha+\frac{\pi}{6})=$（　　）

A．$\frac{18}{25}$　　B．$-\frac{18}{25}$　　C．$\frac{7}{25}$　　D．$-\frac{7}{25}$

7.（2024•鄠邑区三模）已知定义在 **R** 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(x)+f(2-x)=2$，则 $f(1)+f(2)+\cdots+f(20)=$（　　）

A．0　　B．105　　C．210　　D．225

8.（2024•双鸭山三模）已知双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的左、右焦点分别为 F_1、F_2，过 F_1 作直线与双曲线 C 的左、右两支分别交于 A，B 两点．若$|AB|=\frac{8}{3}|AF_1|$，且 $\cos\angle F_1BF_2=\frac{1}{4}$，则双曲线 C 的离心率为（　　）

A．$\frac{5}{3}$　　B．2　　C．$\frac{4}{3}$　　D．3

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9.（2024•云南模拟）$(x+\frac{2}{x})^7$的展开式中，下列结论正确的是（　　）

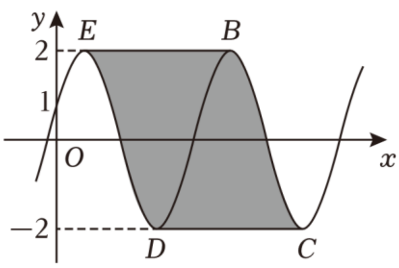
A．展开式共 7 项

B．x 项系数为 280

C．所有项的系数之和为 2187

D．所有项的二项式系数之和为 128

10.（2024•蚌埠模拟）已知函数$f(x)=Asin(\omega x+\varphi)(A>0，\omega>0，|\varphi|<\frac{\pi}{2})$的部分图象如图所示，且阴影部分的面积为 4π，则（　　）



A．函数 $f(x)$ 的最小正周期为 π

B．点$(\frac{3\pi}{8}，0)$为曲线 $y=f(x)$ 的一个对称中心

C．直线$x=\frac{2\pi}{3}$为曲线 $y=f(x)$ 的一条对称轴

D．函数 f（x）在区间$[\frac{3\pi}{4}，\pi]$上单调递增

11．（2024•大庆模拟）设正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，P 为线段 A_1D 上的一个动点，则下列说法正确的是（　　）

A．$BP\perp AD$

B．BP∥平面 CB_1D_1

C．设 BP 与 CD 所成的角为 α，则 α 的最大值为$\frac{\pi}{4}$

D．当棱锥 A_1-PAB_1 体积最大时，该三棱锥外接球的表面积为 12π

三、填空题：本题共 3 个小题，每小题 5 分，共 15 分。

12．（2024•赤峰模拟）若连续抛两次骰子得到的点数分别为 a，b，则点 P（a，b）在直线 $a+b=7$ 上的概率为_______.

13．（2024•哈师大附中、东北师大附中、辽宁省实验中学一模）在△ABC 中，$BC=2\sqrt{6}$，$S_{\triangle ABC}=\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{AB}\cdot\vec{AC}$，则△$ABC$ 外接圆半径为_______.

14．（2024•吕梁一模）A，B 分别是函数 f（x）$=2x+e^{mx}-ln$（$e^{mx}+x-1$）和 g（x）$=x$ 图象上的动点，若对任意的 $m>0$，都有$|AB|\geqslant a$ 恒成立，则实数 a 的最大值为_______.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤。

15．（13 分）（2024•三台县校级模拟）乒乓球，被称为中国的“国球”．某中学对学生参加乒乓球运动的情况进行调查，将每周参加乒乓球运动超过 2 小时的学生称为“乒乓球爱好者”，否则称为“非乒乓球爱好者”，从调查结果中随机抽取 100 份进行分析，得到数据如表所示：

	乒乓球爱好者	非乒乓球爱好者	总计
男	40		56
女		24	
总计			100

（1）补全 2×2 列联表，并判断我们能否有 99%的把握认为是否为“乒乓球爱好者”与性别有关？

（2）为了解学生的乒乓球运动水平，现从抽取的“乒乓球爱好者”学生中按性别采用分层抽样的方法抽取 3 人，与体育老师进行乒乓球比赛，其中男乒乓球爱好者获胜

的概率为$\frac{1}{3}$，女乒乓球爱好者获胜的概率为$\frac{1}{4}$，每次比赛结果相互独立，记这 3 人获胜的人数为 X，求 X 的分布列和数学期望．

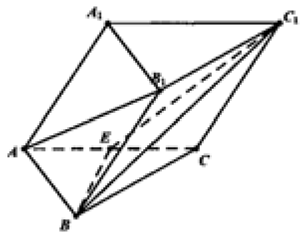
P（$\chi^2 \geqslant k$）	0.05	0.010	0.005	0.001
k	3.841	6.635	7.879	10.828

参考公式：$\chi^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$．

16．（15 分）（2024•辽宁模拟）如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧面 $ACC_1A_1\perp$底面 ABC，$AC=AA_1=2$，$AB=1$，$BC=\sqrt{3}$，点 E 为线段 AC 的中点．

（1）求证：AB_1∥平面 BEC_1；

（2）若$\angle A_1AC=\frac{\pi}{3}$，求二面角 $A-BE-C_1$ 的余弦值．



17．（15 分）（2024•双鸭山三模）已知函数 $f(x)=(x-2)e^x-2ax^2+4ax$（$a>0$）．

（1）若 $a=1$，求曲线 $y=f(x)$ 在点（0，$f(0)$）处的切线方程；

（2）若 $f(x)$ 恰有三个零点，求 a 的取值范围．

18．（17 分）（2024•西宁二模）在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 P（2，1）是抛物线 C：$x^2=2py$（$p>0$）上的一点，直线 l 交 C 于 A，B 两点．

（1）若直线 l 过 C 的焦点，求$\vec{OA}\cdot\vec{OB}$的值；

（2）若直线 PA，PB 分别与 y 轴相交于 M，N 两点，且$\vec{OM}\cdot\vec{ON}=1$，试判断直线 l 是否过定点？若是，求出该定点的坐标；若不是，请说明理由．

19．（17 分）（2024•新县校级模拟）对于数列 A：a_1，a_2，…，a_n（$n\geqslant3$），定义变换 T，T 将数列 A 变换成数列 $T(A)$：a_2，a_3，…，a_n，a_1，记 $T^1(A)=T(A)$，$T^m(A)=T(T^{m-1}(A))$，$m\geqslant2$．

对于数列 A：a_1，a_2，…，a_n 与 B：b_1，b_2，…，b_n，定义 $A\bullet B=a_1b_1+a_2b_2+\cdots+a_nb_n$．若数列 A：a_1，a_2，…，a_n（$n\geqslant3$）满足 $a_i\in\{-1,1\}$（$i=1$，2，…，n），则称数列 A 为$\Re_n$数列．

（1）若 A：-1，-1，1，-1，1，1，写出 $T(A)$，并求 $A\bullet T^2(A)$；

（2）对于任意给定的正整数 n（$n\geqslant 3$），是否存在$\Re_n$数列 A，使得 $A\cdot T(A)=n-3$？若存在，写出一个数列 A，若不存在，说明理由；

（3）若$\Re_n$数列 A 满足 $T^k(A)\cdot T^{k+1}(A)=n-4$（$k=1$，2，…，$n-2$），求数列 A 的个数．

参考答案

一．选择题（共 8 小题）

1．【答案】C

【解答】解：由题意，$3^a=1$ 或 $2+a=1$，解得 $a=0$ 或 -1，经检验，均符合题意．

故选：C．

2．【答案】C

【解答】解：依题意得 $z=1-2i$，

所以$\frac{\overline{z}}{z+i}=\frac{1+2i}{1-i}=\frac{(1+2i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\frac{-1+3i}{2}=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$，

则$\frac{\overline{z}}{z+i}$在复平面内对应的点为$(-\frac{1}{2}，\frac{3}{2})$．

故选：C．

3．【答案】B

【解答】解：根据题意，当甲：$a-b>1$ 成立时，可能 $a=3$，$b=1$，此时$\sqrt{a}-\sqrt{b}<1$，不能推出乙成立；

反之，当乙：$\sqrt{a}-\sqrt{b}>1$成立时，可得$\sqrt{a}>1+\sqrt{b}$，两边平方得 $a>1+2\sqrt{b}+b$，移项得 $a-b>1+2\sqrt{b}>1$，可以推出甲成立．

综上所述，甲是乙的必要不充分条件．

故选：B．

4．【答案】C

【解答】解：已知线段 AB 是圆 O 的一条长为 4 的弦，

所以$\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}=|\overrightarrow{AO}||\overrightarrow{AB}|\cdot cos<\overrightarrow{AO}，\overrightarrow{AB}>=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AB}|=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|^2=2\times4=8$．

故选：C．

5．【答案】C

【解答】解：等差数列$\{a_n\}$中，$a_5=a_1+4d=5$，$a_1+S_{11}=12a_1+55d=46$，

解得 $d=-2$，$a_1=13$，所以 $a_n=13-2(n-1)=15-2n$，

则 $a_3 \cdot a_{10}=9\times(-5)=-45$，

令 $15-2n=-45$，则 $n=30$，

故是数列$\{a_n\}$的第 30 项．

故选：C．

6.【答案】C

【解答】解：$sin(2\alpha+\frac{\pi}{6})=sin[\frac{\pi}{2}+2(\alpha-\frac{\pi}{6})]=cos[2(\alpha-\frac{\pi}{6})]=1-2sin^2(\alpha-\frac{\pi}{6})=\frac{7}{25}$.

故选：C．

7.【答案】C

【解答】解：根据题意，因为$f(x)$是奇函数，所以$f(x)+f(-x)=0$，

由$f(x)+f(2-x)=2$，可得$f(x+2)+f(-x)=2$，变形可得$f(x+2)-f(x)=2$，

$f(x)$是定义在 **R** 上的奇函数，则$f(0)=0$，则有$f(2)=2$，$f(4)=4$，…，$f(20)=20$，

又由$f(x)+f(2-x)=2$，令$x=1$可得，$f(1)+f(1)=2$，则$f(1)=1$，

则$f(3)=3$，$f(5)=5$，…，$f(19)=19$，

则$f(1)+f(2)+\cdots+f(20)=1+2+\cdots+20=210$．

故选：C．

8.【答案】B

【解答】解：已知双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的左、右焦点分别为$F_1$、$F_2$，过$F_1$作直线与双曲线$C$的左、右两支分别交于$A$，$B$两点．

连接AF_2，BF_2，

由双曲线的定义可得：$|AF_2|-|AF_1|=2a$，$|BF_1|-|BF_2|=2a$，

又$|AB|=\frac{8}{3}|AF_1|$，不妨设$|AF_1|=3t$，则$|AB|=8t$，

则$|BF_1|=11t$，$|BF_2|=11t-2a$，$|AF_2|=2a+3t$，

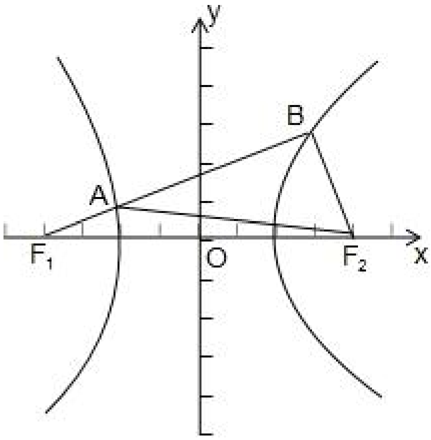
又$\cos\angle F_1BF_2=\frac{1}{4}$，则$(2a+3t)^2=(8t)^2+(11-2a)^2-2\times(8t)\times(11t-2a)\times\frac{1}{4}$，

解得：$t=\frac{4a}{11}$，即$|BF_1|=4a$，$|BF_2|=2a$，

又$\cos\angle F_1BF_2=\frac{1}{4}$，则$(2c)^2=(4a)^2+(2a)^2-2\times(4a)\times(2a)\times\frac{1}{4}$，

即$c^2=4a^2$，即$\frac{c}{a}=2$．

故选：B．



二．多选题（共 3 小题）

9.【答案】BCD

【解答】解：选项 A：因为 $n=7$，所以展开式共有 8 项，故 A 错误，

选项 B：展开式的一次项为$C_7^3x^4(\frac{2}{x})^3=35\times 8x=280x$，故 B 正确，

选项 C：令 $x=1$，则所有项的系数和为（1+2）^{7}＝2187，故 C 正确，

选项 D：所有项的二项式系数和为 2^7＝128，故 D 正确．

故选：BCD．

10.【答案】ACD

【解答】解：由图可知 $A=2$，连接 ED，BC，

则根据三角函数图象的对称性，

可知阴影部分的面积等于平行四边形 $EBCD$ 的面积，

易知 $EB=T$，所以 $4\times T=4\pi$，$T=\pi$，故 A 正确；

可得 $\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{\pi}=2$，所以 $f(x)=2\sin(2x+\varphi)$，

因为函数 $f(x)$ 的图象过点（0，1），可得 $1=2\sin\varphi$，即 $\sin\varphi=\frac{1}{2}$，

又点（0，1）位于 $f(x)$ 的递增区间，所以 $\varphi=2k\pi+\frac{\pi}{6}$，$k\in\mathbf{Z}$，

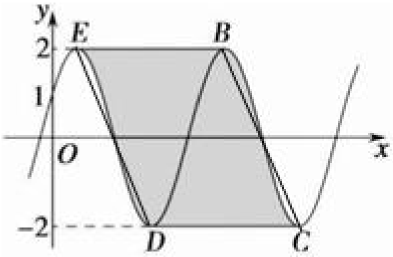
因为$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，所以当 $k=0$ 时，$\varphi=\frac{\pi}{6}$，则 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$，

可得 $f(\frac{3\pi}{8})=2\sin(2\times\frac{3\pi}{8}+\frac{\pi}{6})=2\sin\frac{11\pi}{12}\neq 0$，故 B 错误；

可得 $f(\frac{2\pi}{3})=2\sin(2\times\frac{2\pi}{3}+\frac{\pi}{6})=2\sin\frac{3\pi}{2}=-2$，为最小值，故直线$x=\frac{2\pi}{3}$为曲线 $y=f(x)$ 的一条对称轴，C 正确；

若 $x\in[\frac{3\pi}{4}, \pi]$，可得 $2x+\frac{\pi}{6}\in[\frac{5\pi}{3}, \frac{13\pi}{6}]\subset[\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}]$，可得函数 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$ 在区间$[\frac{3\pi}{4}, \pi]$上单调递增，D 正确.

故选：ACD.



11.【答案】BCD

【解答】解：如图（1），当点 P 与 D 重合时，

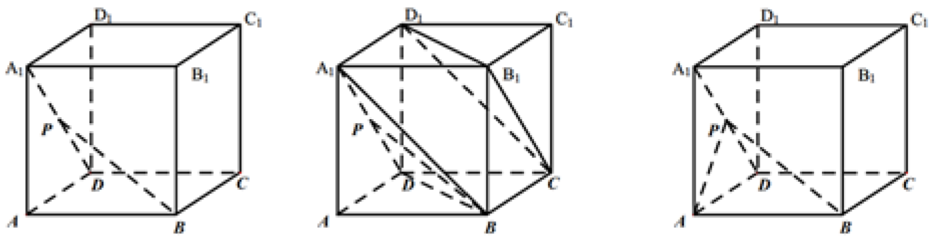
在正方形 $ABCD$ 中，BP 与 AD 所成的角是 45°，故 A 错误；

如图（2），在正方体中，因为 $BD\parallel B_1D_1$，$BD\subset$平面 A_1BD，$B_1D_1\not\subset$平面 A_1BD，

所以 $B_1D_1\parallel$平面 A_1BD，同理可得：$B_1C\parallel$平面 A_1BD，

因为 $B_1D_1\cap B_1C=B_1$，所以平面 $D_1B_1C\parallel$平面 A_1DB，

因为 $BP\subset$平面 A_1DB，所以 $BP\parallel$平面 CB_1D_1，故 B 正确；



（图 1）（图 2）（图 3）

如图（3），因为 $AB\parallel CD$，所以 BP 与 CD 所成的角为$\angle PBA$，

因为 $AB\perp$平面 A_1ADD_1，所以 $AB\perp AP$，所以$\tan\angle PBA=\frac{PA}{AB}$，

当点 P 与 A_1（或 D）重合时 $\tan\angle PBA$ 最大，此时$\angle PBA$ 最大，易得$\angle PBA=\frac{\pi}{4}$，故 C 正确；

如图（3），因为$V_{A_1-PAB_1}=V_{P-AA_1B_1}$，所以当点 P 与 D 重合时三棱锥 A_1-PAB_1 体积最大，此时三棱锥的外接球即为正方体的外接球，设外接球半径为 R，

则$(2R)^2=2^2+2^2+2^2$，所以 $R^2=3$，所以该三棱锥外接球的表面积为 12π，故 D 正确.

故选：BCD.

三．填空题（共 3 小题）

12．【答案】$\frac{1}{6}$.

【解答】解：连续抛两次骰子得到的点数分别为 a，b，则点 P（a，b）有 $6\times6=36$ 种情况，

而点 P（a，b）在直线 $a+b=7$ 上有（1，6），（6，1），（2，5），（5，2），（3，4），（4，3），共 6 种情况，

则点 P（a，b）在直线 $a+b=7$ 上的概率为 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$.

故答案为：$\frac{1}{6}$.

13．【答案】3．

【解答】解：因为 $S_{\triangle ABC}=\frac{\sqrt{2}}{2}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\frac{\sqrt{2}}{2}AB\bullet AC\cos A=\frac{1}{2}AB\cdot AC\sin A$，所以 $\sin A=\sqrt{2}\cos A$，

则 A 为锐角，又 $1=\sin^2A+\cos^2A=3\cos^2A$，所以 $\cos A=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\sin A=\frac{\sqrt{6}}{3}$，

由正弦定理得，$2R=\frac{2\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{6}}{3}}=6$，故 $R=3$．

故答案为：3．

14．【答案】$\sqrt{2}$

【解答】解：点 $A(x,f(x))$到直线 $x-y=0$ 的距离$d=\frac{|x-f(x)|}{\sqrt{2}}$，则$|AB|\geq d=\frac{\sqrt{2}}{2}|f(x)-x|$，

又 $f(x)-x=x+e^{mx}-ln(e^{mx}+x-1)=(e^{mx}+x-1)-ln(e^{mx}+x-1)+1$，

由 $m>0$ 知，$y=e^{mx}$ 和 $y=x$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，

所以 $y=x+e^{mx}-1$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，其值域为 $\mathbf{R}$，

又 $x+e^{mx}-1>0$，令 $t=e^{mx}+x-1$（$t>0$），

令$F(t)=t-lnt+1$，$F'(t)=1-\frac{1}{t}=\frac{t-1}{t}(t>0)$，

当 $0<t<1$ 时，$F'(t)<0$，当 $x>1$ 时，$F'(t)>0$，

所以函数 $F(t)$ 在（0，1）上单调递减，在（1，$+\infty$）上单调递增，

所以 $F(t)_{min}=F(1)=2$，所以$|AB|\geq d=\frac{\sqrt{2}}{2}|f(x)-x|\geq\sqrt{2}$，

因为对任意的 $m>0$，都有$|AB|\geq a$ 恒成立，所以$a\leq\sqrt{2}$，

所以实数 a 的最大值为$\sqrt{2}$.

故答案为：$\sqrt{2}$.

四．解答题（共 5 小题）

15.【答案】（1）2×2 列联表如下：

	乒乓球爱好者	非乒乓球爱好者	总计
男	40	16	56
女	20	24	44
总计	60	40	100

有 99%的把握认为是否为“乒乓球爱好者”与性别有关；

（2）X 的分布列为：

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{1}{36}$

E（X）$=\frac{11}{12}$.

【解答】解：（1）依题意可得 2×2 列联表如下：

	乒乓球爱好者	非乒乓球爱好者	总计
男	40	16	56
女	20	24	44
总计	60	40	100

$\chi^2=\frac{100(40\times24-16\times20)^2}{60\times40\times44\times56}=\frac{1600}{231}\approx 6.926>6.635$，

我们有 99%的把握认为是否为“乒乓球爱好者”与性别有关；

（2）由（1）得抽取的 3 人中$3\times\frac{40}{40+20}=2$人为男生，$3\times\frac{20}{40+20}=1$人为女生，

则 X 的可能取值为 0，1，2，3，

所以$P(X=0)=\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{3}$，$P(X=1)=C_2^1\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}+\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{4}{9}$，

$P(X=2)=(\frac{1}{3})^2\times\frac{3}{4}+C_2^1\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{7}{36}$，$P(X=3)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{36}$，

所以 X 的分布列为：

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{1}{36}$

所以$E(X)=0\times\frac{1}{3}+1\times\frac{4}{9}+2\times\frac{7}{36}+3\times\frac{1}{36}=\frac{11}{12}$.

16.【答案】（1）证明详见解析；

（2）$-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

【解答】解：（1）证明：连接B_1C交BC_1于N，

因为侧面BCC_1B_1为平行四边形，

所以点N为B_1C的中点，又因为点E为线段AC的中点，所以$NE//AB$；

∵AB_1C平面BEC_1，$NE\subset$平面BEC_1，

故$AB_1//$平面BEC_1；

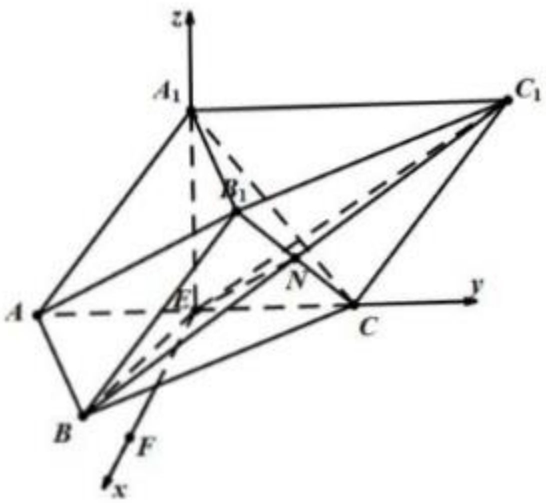
（2）连接A_1C，A_1E，因为$\angle A_1AC=\frac{\pi}{3}$，$AC=AA_1=2$，

所以$\triangle A_1AC$为等边三角形，所以$A_1C=2$，$A_1E\perp AC$，

因为侧面$ACC_1A_1\perp$底面ABC，平面$ACC_1A_1\cap$平面$ABC=AC$，$A_1E\subset$平面ACC_1A_1，

所以$A_1E\perp$平面ABC，

过点E在底面ABC内作$EF\perp AC$，如图以E以为坐标原点，分别以$\overrightarrow{EF}$，$\overrightarrow{EC}$，$\overrightarrow{EA_1}$的方向为x轴，y轴，z轴正方向建立空间直角坐标系，



则E（0，0，0），$B(\frac{\sqrt{3}}{2}，-\frac{1}{2}，0)$，$C_1(0，2，\sqrt{3})$，平面$BEC_1$中，

$\overrightarrow{EB}=(\frac{\sqrt{3}}{2}，-\frac{1}{2}，0)$，$\overrightarrow{EC_1}=(0，2，\sqrt{3})$，

设平面ABC法向量$\vec{n}=(x，y，z)$，

则$\begin{cases}\vec{n}\cdot\vec{EB}=0\\ \vec{n}\cdot\vec{EC_1}=0\end{cases}$，即$\begin{cases}\frac{\sqrt{3}}{2}x-\frac{1}{2}y=0\\ 2y+\sqrt{3}z=0\end{cases}$，令 $x=1$，即$\vec{n}=(1，\sqrt{3}，-2)$，

又因为平面 ABE 一个法向量$\vec{m}=(0，0，1)$，

$cos<\vec{m}，\vec{n}>=\frac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}||\vec{n}|}=\frac{-2}{1\times\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2+(-2)^2}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$，

经观察二面角 $A-BE-C_1$ 的平面角为钝角，

所以二面角 $A-BE-C_1$ 的余弦值为$-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

17.【答案】（1）$3x-y-2=0$；

（2）$(\frac{e}{2}，\frac{e^2}{4})\cup(\frac{e^2}{4}，+\infty)$.

【解答】解：（1）$a=1$ 时，$f(x)=(x-2)e^x-2x^2+4x$，

所以 $f'(x)=(x-1)e^x-4x+4$，

所以 $f(0)=-2$，$f'(0)=3$，

所以曲线 $y=f(x)$ 在点（0，$f(0)$）处的切线方程为 $y+2=3x$，即 $3x-y-2=0$.

（2）因为 $f(x)=(x-2)e^x-2ax^2+4ax=(x-2)(e^x-2ax)$，

所以 $x=2$ 是 $f(x)$ 的一个零点，

因为 $f(x)$ 恰有三个零点，所以方程 $e^x-2ax=0$ 有两个不为 2 实数根，即方程$\frac{1}{2a}=\frac{x}{e^x}$有两个不为 2 实数根.

令$h(x)=\frac{x}{e^x}$，所以$h'(x)=\frac{1-x}{e^x}$，

令 $h'(x)<0$，得 $x>1$，令 $h'(x)>0$，得 $x<1$，

所以 $h(x)$ 在区间（$-\infty$，1）上单调递增，在区间（1，$+\infty$）上单调递减，

当 $x\in(-\infty，1]$时，$h(x)$ 的值域为$(-\infty，\frac{1}{e}]$，

当 $x\in(1，+\infty)$ 时，$h(x)$ 的值域为$(0，\frac{1}{e})$，

所以$0<\frac{1}{2a}<e$且$\frac{1}{2a}\neq\frac{2}{e^2}$，所以$a>\frac{e}{2}$且$a\neq\frac{e^2}{4}$，

所以 a 的取值范围是$(\frac{e}{2}，\frac{e^2}{4})\cup(\frac{e^2}{4}，+\infty)$.

18.【答案】（1）-3；（2）（0，-1）.

【解答】解：（1）∵点 P（2，1）是抛物线 C：$x^2=2py$（$p>0$）上的一点，

∴$2^2=2p$，∴$p=2$，∴C 的方程为 $x^2=4y$，

∴C 的焦点为（0，1）．显然直线 l 的斜率存在，

设直线 l 的方程为 $y=kx+1$，A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），

由$\begin{cases}y=kx+1,\\x^2=4y\end{cases}$得 $x^2-4kx-4=0$，∴$x_1+x_2=4k$，$x_1x_2=-4$，

∴$y_1y_2=\frac{x_1^2}{4}\cdot\frac{x_2^2}{4}=1$，

∴$\vec{OA}\cdot\vec{OB}=x_1x_2+y_1y_2=-4+1=-3$．

（2）显然直线 PA 的斜率存在，且斜率为$\frac{y_1-1}{x_1-2}=\frac{\frac{x_1^2}{4}-1}{x_1-2}=\frac{x_1+2}{4}$，

∴直线 PA 的方程为$y-1=\frac{x_1+2}{4}(x-2)$，

∴$y_M=1+\frac{x_1+2}{4}\cdot(-2)=1-\frac{1}{2}(x_1+2)=-\frac{1}{2}x_1$，即$\vec{OM}=(0,-\frac{1}{2}x_1)$，

同理可得，$\vec{ON}=(0,-\frac{1}{2}x_2)$，

∴$\vec{OM}\cdot\vec{ON}=(-\frac{1}{2}x_1)\cdot(-\frac{1}{2}x_2)=1$，∴$x_1x_2=4$，即$x_2=\frac{4}{x_1}$，①

显然直线 l 的斜率存在，且斜率为$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{\frac{x_2^2}{4}-\frac{x_1^2}{4}}{x_2-x_1}=\frac{x_1+x_2}{4}$，

∴直线 l 的方程为$y-\frac{x_1^2}{4}=\frac{x_1+x_2}{4}(x-x_1)$，

$4y-x_1^2=(x_1+x_2)(x-x_1)$②，将①式代入②式，

整理得$(x_1+\frac{4}{x_1})x-4y-4=0$，

∴直线 l 恒过定点（0，－1）．

19.【答案】（1）$A\bullet T^2$（A）＝－1+1+1－1－1－1＝－2；（2）不存在适合题意的数列 A；（3）数列 A 的个数为 n（n－1）个．

【解答】解：（1）由 A：－1，－1，1，－1，1，1，

可得 T（A）：－1，1，－1，1，1，－1；

T^2（A）：1，－1，1，1，－1，－1；

所以 $A\bullet T^2$（A）＝－1+1+1－1－1－1＝－2；

（2）因为 $A\bullet T$（A）＝$a_1a_2+a_2a_3+\cdots+a_na_1$，

由数列　A 为$\Re_n$数列，所以 $a_i\in\{-1,1\}$（$i=1,2,\cdots,n$），

对于数列A：a_1，a_2，…，a_n中相邻的两项a_i，a_{i+1}（i＝1，2，…，n），

令a_{n+1}＝a_1，若a_i＝a_{i+1}，则a_ia_{i+1}＝1，若$a_i \neq a_{i+1}$，则a_ia_{i+1}＝﹣1，

记a_ia_{i+1}（i＝1，2，…，n） 中有t个﹣1，有n﹣t个1，

则A•T（A）＝n﹣2t，

因为n﹣2t与n的奇偶性相同，而n﹣3与n的奇偶性不同，

故不存在适合题意的数列A；

（3）首先证明A•T（A）＝T^k（A）•T^{k+1}（A）（k＝1，2，…，n﹣2），

对于数列A：a_1，a_2，…，a_n，有T（A）：a_2，a_3，…，a_n，a_1，

T^k（A）：a_{k+1}，a_{k+2}，…，a_{n-1}，a_n，a_1，a_2，…，a_{k-1}，a_k，

T^{k+1}（A）：a_{k+2}，a_{k+3}，…，a_{n-1}，a_n，a_1，a_2，…，a_k，a_{k+1}，

所以T^k（A）•T^{k+1}（A）＝$a_{k+1}a_{k+2}+a_{k+2}a_{k+3}+\cdots+a_na_1+a_1a_2+a_2a_3+\cdots+a_ka_{k+1}$，

故A•T（A）＝T^k（A）•T^{k+1}（A）（k＝1，2，…，n﹣2），

故A•T（A）＝n﹣4．

其次，由数列A为$\Re_n$数数列可知，A•T（A）＝n﹣2t＝n﹣4，

解得t＝2，

这说明数列A中任意相邻两项不同的情况有2次，

若数列A中﹣1的个数为s（s＝1，2，3，…，n﹣1）个，此时数列A有n个，

所以数列A的个数为n（n﹣1）个。