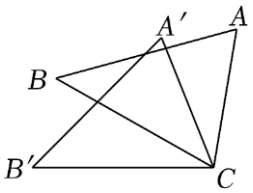
# 2023-2024 学年江苏省南京市鼓楼实验中学八年级（上）期初数学试卷

## 一、选择题（共 6 小题，每题 2 分，共 12 分）

1.（2 分）如图，$\triangle ACB\cong\triangle A'CB'$，$\angle BCB'=30°$，则$\angle ACA'$的度数为（　　）




A．25°　　B．30°　　C．35°　　D．40°

2.（2 分）下列命题中正确的是（　　）

A．全等三角形的高相等

B．全等三角形的中线相等

C．全等三角形的角平分线相等

D．全等三角形的对应角平分线相等

3.（2 分）下列各条件中，不能作出唯一三角形的是（　　）

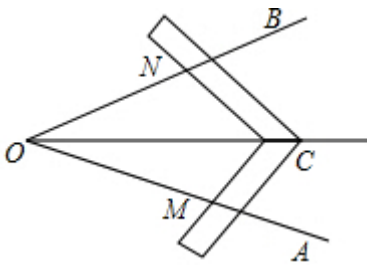
A．已知两边和夹角

B．已知两角和夹边

C．已知两边和其中一边的对角

D．已知三边

4.（2 分）工人师傅常用角尺平分一个任意角．做法如下：如图，$\angle AOB$ 是一个任意角，在边 $OA$，$OB$ 上分别取 $OM=ON$，移动角尺，使角尺两边相同的刻度分别与点 $M$，$N$ 重合，过角尺顶点 $C$ 作射线 $OC$．由此作法便可得$\triangle MOC\cong\triangle NOC$，其依据是（　　）

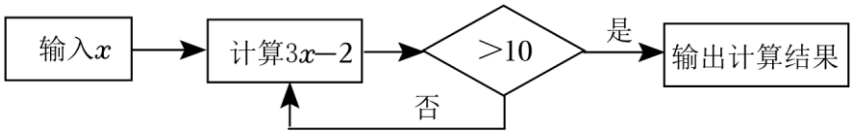



A．*SSS*　　B．*SAS*　　C．*ASA*　　D．*AAS*

5.（2 分）由方程组$\begin{cases}x-y=m+3\\x+2y=3m+4\end{cases}$消去 $m$，可得 $x$ 与 $y$ 的关系式是（　　）

A．$2x-5y=5$　　B．$2x+5y=-1$　　C．$-2x+5y=5$　　D．$4x-y=13$

6.（2 分）根据如图的程序计算，如果输入的 $x$ 值是 $x\geqslant 2$ 的整数，最后输出的结果不大于 30，那么输出结果最多有（　　）



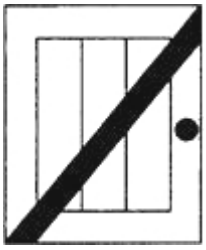

A．6 种　　B．7 种　　C．8 种　　D．9 种

**二、填空题（共 10 小题，每题 2 分，共 20 分）**

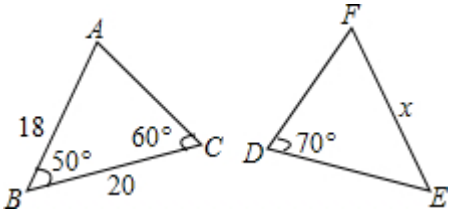
7.（2 分）某种病毒的直径约为 0.000000907$m$，0.000000907 用科学记数法表示为 _____.

8.（2 分）已知 $m+n=6$，$mn=2$，则 $(m-n)^2=$_____.

9.（2 分）如图，为了使一扇旧木门不变形，木工师傅在木门的背后加钉了一根木条，这样做的道理是 _____.



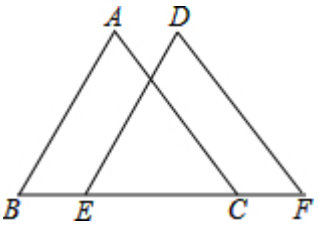
10.（2 分）如图，$\triangle ABC\cong\triangle DEF$，请根据图中提供的信息，写出 $x=$_____.




11.（2 分）如图，已知 $\angle B=\angle DEF$，$AB=DE$，要证明 $\triangle ABC\cong\triangle DEF$.

（1）若以“$ASA$”为依据，还需要添加一个条件为 _____；

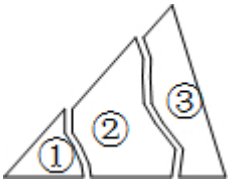
（2）若以“$AAS$”为依据，还需要添加一个条件为 _____.



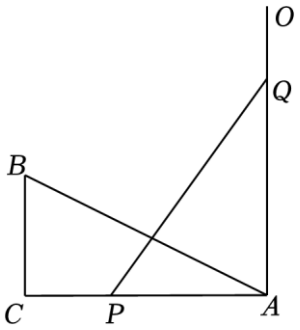

12.（2 分）若 $x+3y-5=0$，求 $2^x\cdot 8^y=$_____.

13.（2 分）若 $x+y=2$，则代数式 $x^2-y^2+4y$ 的值等于_____.

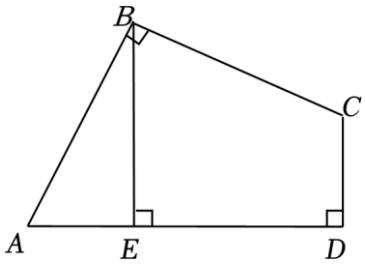
14.（2 分）如图，黄芳不小心把一块三角形的玻璃打成三块碎片，现要带其中一块去配出与原来完全一样的玻璃，正确的办法是带来第_____块去配，其依据是根据定理_____（可以用字母简写）




15．（2 分）如图，在 Rt△*ABC* 中，∠*C*＝90°，*AC*＝16*cm*，*BC*＝8*cm*，线段 *PQ*＝*AB*，*P*，*Q* 两点分别在 *AC* 和过点 *A* 且垂直于 *AC* 的射线 *AO* 上运动，点 *P* 从点 *C* 运动到点 *A*，点 *P* 的运动速度为每秒钟 2*cm*，当运动时间为 _____时，△*ABC* 和△*PQA* 全等．




16．（2 分）如图，在四边形 *ABCD* 中，*AB*＝*BC*，∠*ABC*＝∠*CDA*＝90°，*BE*⊥*AD*，垂足为点 *E*．若四边形 *ABCD* 的面积为 13，则 *BE*＝_____．




**三、解答题（共 11 题，满分 68 分）**

17．（6 分）计算：

（1）$(m^4)^2 \div m^3$；

（2）$2^{-1}+2^0-(-\frac{1}{3})^{-2}$；

（3）$(-x)^3+(-4x)^2x$．

18．（4 分）先化简，再求值：$(2x-1)^2-(x+2)(x-2)-2x(x-2)$，其中 $x=-1$．

19．（6 分）因式分解

（1）$x^3-4x^2+4x$

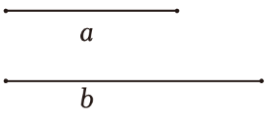
（2）$a^2(x-y)-4(x-y)$

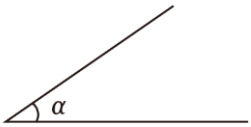
20．（6 分）解不等式组$\begin{cases}3(x-1)<x+1① \\ \frac{5x+1}{2}+1\geqslant\frac{2x-1}{3}②\end{cases}$，并写出该不等式组的整数解．

21．（4 分）尺规作图（不写作法，保留痕迹）：

已知：线段 $a$、$b$，$\angle\alpha$．

求作：$\triangle ABC$，使得$\angle A=\angle\alpha$，$AB=a$，$AC=b$．



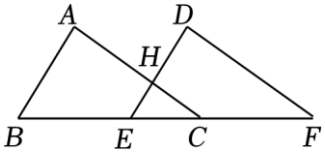




22．（6 分）方程组$\begin{cases}3x+2y=5 \\ ax+by=7\end{cases}$与方程组$\begin{cases}y=2x-1 \\ bx-ay=1\end{cases}$的解相同，求 $a$，$b$ 的值．

23．（6 分）如图，$\triangle ABC\cong\triangle DEF$，点 $B$，$E$，$C$，$F$ 在同一直线上，$\angle A=88°$，$\angle B=60°$，$AB=6$，$EH=2$．

（1）求证：$AC/\!/DF$；

（2）$\angle F$ 的度数是 _____，$DH$ 的长是 _____．

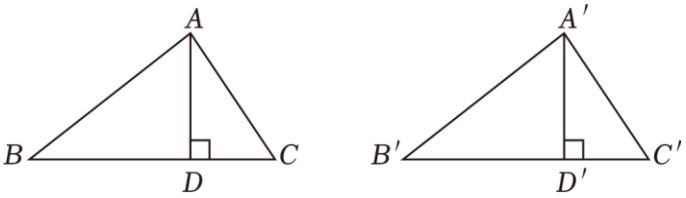



24．（7 分）某小区为了更好地提高业主垃圾分类的意识，管理处决定在小区内安装垃圾分类提示牌和垃圾箱．已知购买 3 个提示牌和 4 个垃圾箱共需 580 元，且提示牌的单价比垃圾箱便宜 40 元．

（1）求提示牌、垃圾箱的单价分别是多少元？（用二元一次方程组解决）

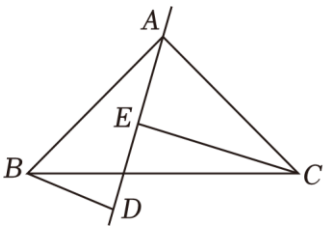
（2）若该小区需要购买提示牌和垃圾箱共 100 个，且购买提示牌和垃圾箱的总费用不超过 8000 元，那么最多购买多少个垃圾箱？

25．（6 分）已知：$\triangle ABC\cong\triangle A'B'C$，$AD$、$A'D$ 分别是$\triangle ABC$ 和$\triangle A'B'C'$ 的高，求证：$AD=A'D'$．

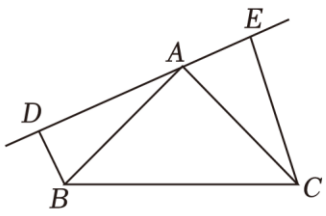


26.（7 分）若 $a$、$b$、$c$ 分别是△$ABC$ 的三边，且 $a^2+4b^2+c^2-2ab-6b-2c+4=0$ 试判断△$ABC$ 的形状，并说明理由.

27.（10 分）如图，在△$ABC$ 中，$AB=AC$，$DE$ 是过点 $A$ 的直线，$BD\perp DE$ 于 $D$，$CE\perp DE$ 于点 $E$；




(图1)




(图2)

（1）如图 1，若 $B$、$C$ 在 $DE$ 的两侧，且 $AD=CE$，其他条件不变，求证：$AB\perp AC$；

（2）如图 2，若 $B$、$C$ 在 $DE$ 的同侧，且 $AD=CE$，其他条件不变.

①$AB$ 与 $AC$ 仍然垂直吗？若是，请给出证明；若不是，请说明理由；

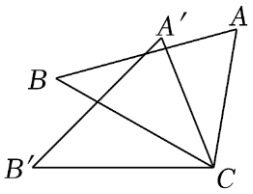
②请直接写出 $BD^2$，$CE^2$ 与 $BC^2$ 之间的数量关系.

# 2023-2024 学年江苏省南京市鼓楼实验中学八年级（上）期初数学试卷

**参考答案与试题解析**

## 一、选择题（共 6 小题，每题 2 分，共 12 分）

1.（2 分）如图，$\triangle ACB\cong\triangle A'CB'$，$\angle BCB'=30°$，则$\angle ACA'$的度数为（　　）




A．25°　　B．30°　　C．35°　　D．40°

【答案】*B*

【分析】根据全等三角形的性质得到$\angle ACB=\angle A'CB'$，结合图形计算，得到答案．

【解答】解：∵$\triangle ACB\cong\triangle A'CB'$，

∴$\angle ACB=\angle A'CB'$，

∴$\angle ACB-\angle A'CB=\angle A'CB'-\angle A'CB$，

∴$\angle ACA'=\angle BCB'=30°$，

故选：*B*．

2.（2 分）下列命题中正确的是（　　）

A．全等三角形的高相等

B．全等三角形的中线相等

C．全等三角形的角平分线相等

D．全等三角形的对应角平分线相等

【答案】*D*

【分析】认真读题，只要甄别，其中 *A*、*B*、*C* 选项中都没有“对应”二字，都是错误的，只有 *D* 是正确的．

【解答】解：∵*A*、*B*、*C* 项没有“对应”

∴错误，而 *D* 有“对应”，*D* 是正确的．

故选：*D*．

3.（2 分）下列各条件中，不能作出唯一三角形的是（　　）

A．已知两边和夹角

B．已知两角和夹边

C．已知两边和其中一边的对角

D．已知三边

【答案】*C*

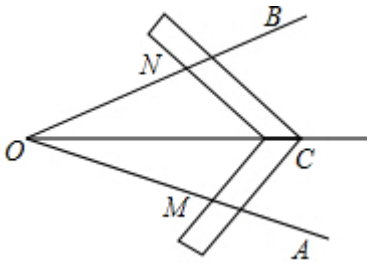
【分析】考虑是否符合三角形全等的判定即可．

【解答】解：*A*、*B*、*D* 三个选项分别符合全等三角形的判定方法 *SAS*，*ASA*，*SSS*，故能作出唯一三角形；

*C*、只有涉及的两个三角形同为锐角三角形或者钝角三角形或者直角三角形时，才成立．

故选：*C*．

4．（2 分）工人师傅常用角尺平分一个任意角．做法如下：如图，∠*AOB* 是一个任意角，在边 *OA*，*OB* 上分别取 *OM*＝*ON*，移动角尺，使角尺两边相同的刻度分别与点 *M*，*N* 重合，过角尺顶点 *C* 作射线 *OC*．由此作法便可得△*MOC*≌△*NOC*，其依据是（　　）




A．*SSS*　　B．*SAS*　　C．*ASA*　　D．*AAS*

【答案】*A*

【分析】由作图过程可得 *MO*＝*NO*，*NC*＝*MC*，再加上公共边 *CO*＝*CO* 可利用 *SSS* 定理判定△*MOC*≌△*NOC*．

【解答】解：∵在△*ONC* 和△*OMC* 中$\begin{cases}ON=OM\\CO=CO\\NC=MC\end{cases}$，

∴△*MOC*≌△*NOC*（*SSS*），

∴∠*BOC*＝∠*AOC*，

故选：*A*．

5．（2 分）由方程组$\begin{cases}x-y=m+3\\x+2y=3m+4\end{cases}$消去 *m*，可得 *x* 与 *y* 的关系式是（　　）

A．2*x*﹣5*y*＝5　　B．2*x*+5*y*＝﹣1　　C．﹣2*x*+5*y*＝5　　D．4*x*﹣*y*＝13

【答案】*A*

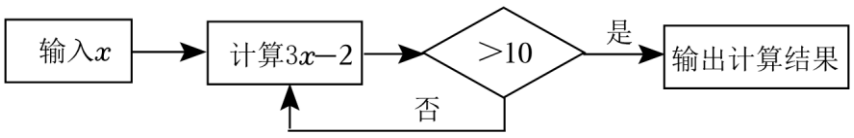
【分析】方程组消去 $m$ 即可得到 $x$ 与 $y$ 的关系式.

【解答】解：$\begin{cases} x-y=m+3① \\ x+2y=3m+4② \end{cases}$，

①×3 - ②，得 $2x - 5y=5$，

故选：$A$.

6.（2 分）根据如图的程序计算，如果输入的 $x$ 值是 $x\geqslant 2$ 的整数，最后输出的结果不大于 30，那么输出结果最多有（　　）




A．6 种　　B．7 种　　C．8 种　　D．9 种

【答案】$D$

【分析】输入≥2 的整数，逐个计算得结论.

【解答】解：①输入 2→$3x - 2=4$→返回 4 继续输入→$3x - 2=10$→返回 10 继续输入→$3x - 2=28$→输出 28；

②输入 3→$3x - 2=7$→返回 7 继续输入→$3x - 2=19$→输出 19；

③输入 4→$3x - 2=10$→返回 10 继续输入→$3x - 2=28$→输出 28；

④输入 5→$3x - 2=13$→输出 13；

⑤输入 6→$3x - 2=16$→输出 16；

⑥输入 7→$3x - 2=19$→输出 19；

⑦输入 8→$3x - 2=22$→输出 22；

⑧输入 9→$3x - 2=25$→输出 25；

⑨输入 10→$3x - 2$→输出 28；

输入 11→$3x - 2=31$→输出 31＞30 不合题意.

当输入的 $x$ 值是 $x\geqslant 2$ 的整数时，最后输出的结果不大于 30 有 9 种情况.

故选：$D$.

**二、填空题（共 10 小题，每题 2 分，共 20 分）**

7.（2 分）某种病毒的直径约为 0.000000907$m$，0.000000907 用科学记数法表示为 $9.07\times10^{-7}$.

【答案】$9.07\times10^{-7}$.

【分析】将一个数表示成 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，$n$ 为整数，这种记数方法叫做科学记数法，据此即可得出答案.

【解答】解：$0.000000907=9.07\times10^{-7}$，

故答案为：$9.07\times10^{-7}$.

8.（2 分）已知 $m+n=6$，$mn=2$，则 $(m-n)^2=$ 28 .

【答案】28.

【分析】根据完全平方公式先求出 $m^2+n^2$ 的值，然后利用完全平方公式进一步计算即可.

【解答】解：∵$(m+n)^2=m^2+n^2+2mn$，

$m+n=6$，$mn=2$

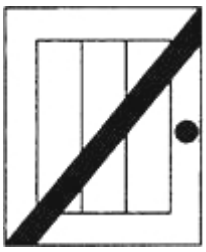
∴$36=m^2+n^2+4$，

∴$m^2+n^2=32$，

∴$(m-n)^2=m^2+n^2-2mn=32-4=28$.

故答案为：28.

9.（2 分）如图，为了使一扇旧木门不变形，木工师傅在木门的背后加钉了一根木条，这样做的道理是 利用三角形的稳定性 .

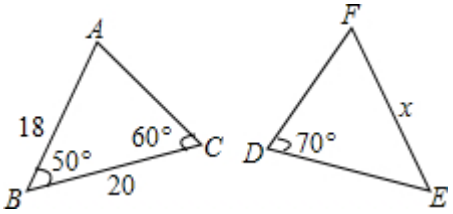


【答案】见试题解答内容

【分析】三角形具有稳定性，其它多边形不具有稳定性，把多边形分割成三角形则多边形的形状就不会改变.

【解答】解：这样做的道理是利用三角形的稳定性.

10.（2 分）如图，$\triangle ABC\cong\triangle DEF$，请根据图中提供的信息，写出 $x=$ 20 .




【答案】见试题解答内容

【分析】先利用三角形的内角和定理求出$\angle A=70°$，然后根据全等三角形对应边相等解答.

【解答】解：如图，$\angle A=180°-50°-60°=70°$，

∵$\triangle ABC\cong\triangle DEF$，

∴$EF=BC=20$，

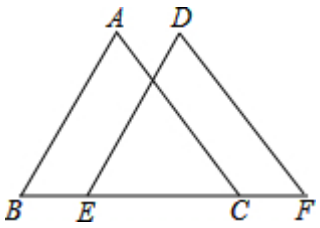
即 $x=20$．

故答案为：20．

11．（2 分）如图，已知$\angle B=\angle DEF$，$AB=DE$，要证明$\triangle ABC\cong\triangle DEF$．

（1）若以“$ASA$”为依据，还需要添加一个条件为 ＿$\angle A=\angle D$＿；

（2）若以“$AAS$”为依据，还需要添加一个条件为 ＿$\angle ACB=\angle DFE$＿．




【答案】（1）$\angle A=\angle D$；（2）$\angle ACB=\angle DFE$．

【分析】根据三角形全等的判定方法，和题目中所给的条件，依次去判断添加哪一个条件；现有的条件是，$\angle ABC=\angle DEF$，$AB=DE$，若以“$ASA$”为依据，还缺角相等，找角即可；以“$AAS$”为依据，也是缺角相等，找角即可．

【解答】解：∵$\angle B=\angle DEF$，$AB=DE$，

（1）添加$\angle A=\angle D$，利用 $ASA$ 判定$\triangle ABC\cong\triangle DEF$；

（2）添加$\angle ACB=\angle DFE$，利用 $AAS$ 判定$\triangle ABC\cong\triangle DEF$；

故答案为：（1）$\angle A=\angle D$；（2）$\angle ACB=\angle DFE$．

12．（2 分）若 $x+3y-5=0$，求 $2^x\cdot 8^y=$＿32＿．

【答案】32．

【分析】根据同底数幂的乘法法则、幂的乘方解决此题．

【解答】解：∵$x+3y-5=0$，

∴$x+3y=5$．

∴$2^x\cdot(2^3)^y=2^x\cdot 2^{3y}=2^{x+3y}=2^5=32$．

故答案为：32．

13．（2 分）若 $x+y=2$，则代数式 $x^2-y^2+4y$ 的值等于＿4＿．

【答案】见试题解答内容

【分析】先根据公式法因式分解进行计算，再代入求出即可．

【解答】解：∵$x+y=2$，

∴$x^2-y^2+4y=(x+y)(x-y)+4y$

$=2(x-y)+4y$

$=2x-2y+4y$

$=2x+2y$

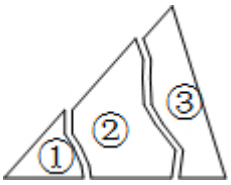
$=2(x+y)$

$=2\times2$

$=4$，

故答案为：4．

14．（2 分）如图，黄芳不小心把一块三角形的玻璃打成三块碎片，现要带其中一块去配出与原来完全一样的玻璃，正确的办法是带来第 ③ 块去配，其依据是根据定理 *ASA* （可以用字母简写）



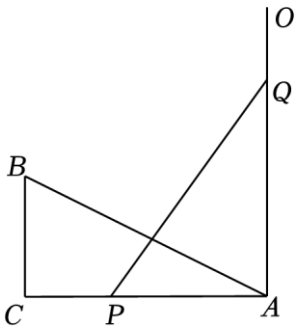

【答案】见试题解答内容

【分析】显然第③中有完整的三个条件，用 *ASA* 易证现要的三角形与原三角形全等．

【解答】解：因为第③块中有完整的两个角以及他们的夹边，利用 *ASA* 易证三角形全等，故应带第③块．

故答案为：③； *ASA*．

15．（2 分）如图，在 Rt△*ABC* 中，∠*C*＝90°，*AC*＝16*cm*，*BC*＝8*cm*，线段 *PQ*＝*AB*，*P*，*Q* 两点分别在 *AC* 和过点 *A* 且垂直于 *AC* 的射线 *AO* 上运动，点 *P* 从点 *C* 运动到点 *A*，点 *P* 的运动速度为每秒钟 2*cm*，当运动时间为 4 秒或 0 秒 时，△*ABC* 和△*PQA* 全等．




【答案】4 秒或 0 秒．

【分析】当 4 秒或 0 秒时，△*ABC* 和△*PQA* 全等，根据 *HL* 定理推出即可．

【解答】解：当 4 秒或 0 秒时，△*ABC* 和△*PQA* 全等，

理由是：∵∠*C*＝90°，*AO*⊥*AC*，

∴∠$C$＝∠$QAP$＝90°，

①当 $AP$＝8$cm$＝$BC$ 时，

在 Rt△$ACB$ 和 Rt△$QAP$ 中，

$\begin{cases}AB=PQ\\BC=AP\end{cases}$，

∴Rt△$ACB$≌Rt△$QAP$（$HL$），

②当 $AP$＝16$cm$＝$AC$ 时，

在 Rt△$ACB$ 和 Rt△$PAQ$ 中，

$\begin{cases}AB=PQ\\AC=AP\end{cases}$，

∴Rt△$ACB$≌Rt△$PAQ$（$HL$），

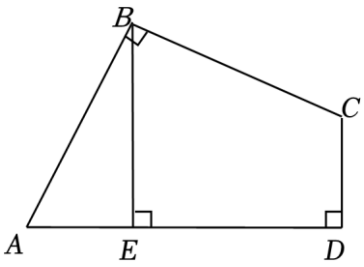
∵点 $P$ 的运动速度为每秒钟 2$cm$，

∴8÷2＝4，

∴当运动时间为 4 秒或 0 秒时，△$ABC$ 和△$PQA$ 全等．

故答案为：4 秒或 0 秒．

16．（2 分）如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AB$＝$BC$，∠$ABC$＝∠$CDA$＝90°，$BE$⊥$AD$，垂足为点 $E$．若四边形 $ABCD$ 的面积为 13，则 $BE$＝__$\sqrt{13}$__．




【答案】$\sqrt{13}$．

【分析】作 $BF$⊥$DC$ 于 $F$，如图，易得四边形 $BEDF$ 为矩形，再证明△$ABE$≌△$CBF$ 得到 $BE$＝$BF$，$S_{△ABE}$＝$S_{△CBF}$，则可判断四边形 $BEDF$ 为正方形，四边形 $BEDF$ 的面积＝四边形 $ABCD$ 的面积，然后根据正方形的面积公式计算 $BE$ 的长．

【解答】解：作 $BF$⊥$DC$ 于 $F$，如图，

∵∠$CDA$＝90°，$BE$⊥$AD$，$BF$⊥$DF$，

∴四边形 $BEDF$ 为矩形，

∴∠$EBF$＝90°，即∠$EBC$+∠$CBF$＝90°

∵∠*ABC*＝90°，即∠*EBC*+∠*ABE*＝90°，

∴∠*ABE*＝∠*CBE*，

在△*ABE* 和△*CBF* 中，

$$\begin{cases}\angle AEB=\angle CFB\\ \angle ABE=\angle CBF\\ AB=CB\end{cases}$$，

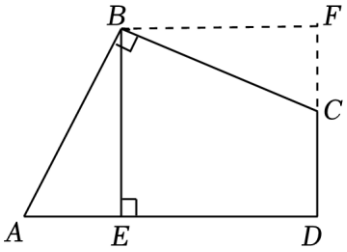
∴△*ABE*≌△*CBF*（*AAS*），

∴*BE*＝*BF*，$S_{\triangle ABE}=S_{\triangle CBF}$，

∴四边形 *BEDF* 为正方形，四边形 *BEDF* 的面积＝四边形 *ABCD* 的面积，

∴$BE=\sqrt{13}$.

故答案为：$\sqrt{13}$.




**三、解答题（共 11 题，满分 68 分）**

17.（6 分）计算：

（1）$(m^4)^2\div m^3$；

（2）$2^{-1}+2^0-(-\frac{1}{3})^{-2}$；

（3）$(-x)^3+(-4x)^2x$.

【答案】（1）$m^5$；

（2）$-7\frac{1}{2}$；

（3）$15x^3$.

【分析】（1）先算幂的乘方，再算同底数幂的除法即可；

（2）先算负整数指数幂，零指数幂，再算加减即可；

（3）先算幂的乘方与积的乘方，再算单项式乘单项式，最后合并同类项即可.

【解答】解：（1）$(m^4)^2\div m^3$

$=m^8\div m^3$

$=m^5$；

（2）$2^{-1}+2^{0}-(-\frac{1}{3})^{-2}$

$=\frac{1}{2}+1-9$

$=-7\frac{1}{2}$；

（3）$(-x)^{3}+(-4x)^{2}x$

$=-x^{3}+16x^{2}\cdot x$

$=-x^{3}+16x^{3}$

$=15x^{3}$.

18.（4 分）先化简，再求值：$(2x-1)^{2}-(x+2)(x-2)-2x(x-2)$，其中 $x=-1$.

【答案】$x^{2}+2x+5$，6.

【分析】根据整式的加减运算法则进行化简，然后将 $x$ 的值代入原式即可求出答案.

【解答】解：原式$=4x^{2}-4x+1-(x^{2}-4)-2x^{2}+4x$

$=4x^{2}-4x+1-x^{2}+4-2x^{2}+4x$

$=x^{2}+5$，

当 $x=-1$ 时，

原式$=1+5$

$=6$.

19.（6 分）因式分解

（1）$x^{3}-4x^{2}+4x$

（2）$a^{2}(x-y)-4(x-y)$

【答案】（1）$x(x-2)^{2}$；

（2）$(x-y)(a+2)(a-2)$.

【分析】（1）直接提取公因式 $x$，再利用完全平方公式分解因式即可；

（2）直接提取公因式 $(x-y)$，再利用平方差公式分解因式即可.

【解答】解：（1）$x^{3}-4x^{2}+4x$

$=x(x^{2}-4x+4)$

$=x(x-2)^{2}$；

（2）$a^{2}(x-y)-4(x-y)$

$=(x-y)(a^{2}-4)$

＝（$x-y$）（$a+2$）（$a-2$）.

20.（6 分）解不等式组$\begin{cases}3(x-1)<x+1① \\ \frac{5x+1}{2}+1\geqslant\frac{2x-1}{3}②\end{cases}$，并写出该不等式组的整数解.

【答案】见试题解答内容

【分析】分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集，从而得出答案.

【解答】解：解不等式①，得：$x<2$，

解不等式②，得：$x\geqslant -1$，

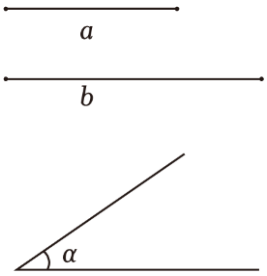
则不等式组的解集为 $-1\leqslant x<2$，

∴不等式组的整数解为 $-1$、0、1.

21.（4 分）尺规作图（不写作法，保留痕迹）：

已知：线段 $a$、$b$，$\angle\alpha$.

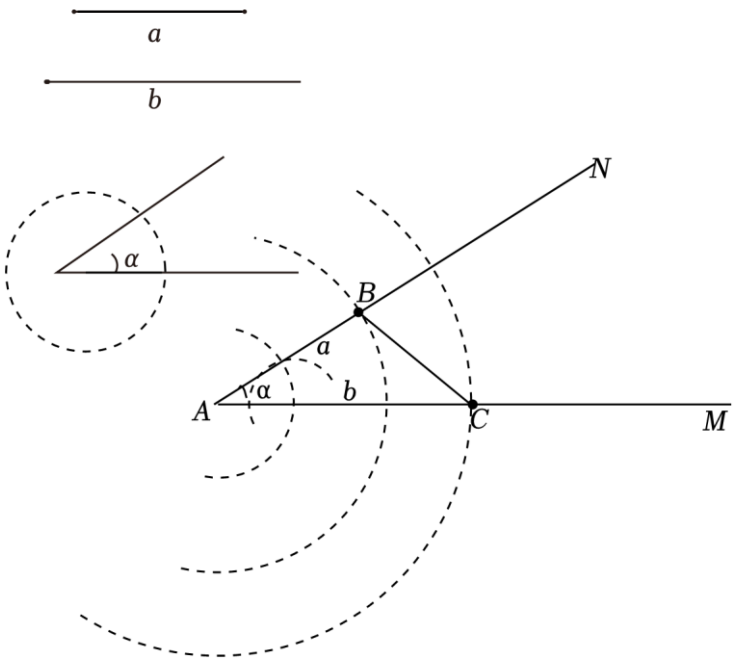
求作：$\triangle ABC$，使得$\angle A=\angle\alpha$，$AB=a$，$AC=b$.




【答案】作图见解答过程.

【分析】作$\angle MAN=\alpha$，在 $AN$ 上截取 $AB=a$，$AM$ 上截取 $AC=b$，$\triangle ABC$ 即为所求.

【解答】解：作$\angle MAN=\alpha$，在 $AN$ 上截取 $AB=a$，$AM$ 上截取 $AC=b$，如图：




△*ABC* 即为所求．

22．（6 分）方程组$\begin{cases}3x+2y=5\\ax+by=7\end{cases}$与方程组$\begin{cases}y=2x-1\\bx-ay=1\end{cases}$的解相同，求 *a*，*b* 的值．

【答案】*a*＝3，*b*＝4．

【分析】根据方程组$\begin{cases}3x+2y=5\\ax+by=7\end{cases}$与方程组$\begin{cases}y=2x-1\\bx-ay=1\end{cases}$的解相同，先解$\begin{cases}3x+2y=5\\y=2x-1\end{cases}$，求出 *x* 和 *y* 的值代入$\begin{cases}ax+by=7\\bx-ay=1\end{cases}$，解关于 *a*，*b* 的二元一次方程组即可．

【解答】解：∵方程组$\begin{cases}3x+2y=5\\ax+by=7\end{cases}$与方程组$\begin{cases}y=2x-1\\bx-ay=1\end{cases}$的解相同，

∴$\begin{cases}3x+2y=5\\y=2x-1\end{cases}$，

解得$\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$，

将$\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$代入$\begin{cases}ax+by=7\\bx-ay=1\end{cases}$，

得$\begin{cases}a+b=7\\b-a=1\end{cases}$，

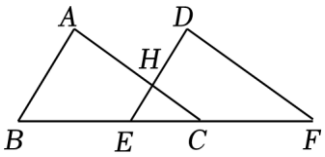
解得$\begin{cases}a=3\\b=4\end{cases}$，

∴*a*＝3，*b*＝4．

23．（6 分）如图，△*ABC*≌△*DEF*，点 *B*，*E*，*C*，*F* 在同一直线上，∠*A*＝88°，∠*B*＝60°，*AB*＝6，*EH*＝2．

（1）求证：*AC*∥*DF*；

（2）∠*F* 的度数是 32°，*DH* 的长是 4．




【答案】（1）证明见解析；

（2）32°，4．

【分析】（1）由全等三角形的性质推出∠*ACB*＝∠*F*，即可证明 *AC*∥*DF*；

（2）由三角形内角和定理得到∠*ACB*＝32°，由全等三角形的性质得到∠*F*＝∠*ACB*＝32°，*DE*＝*AB*＝6，即可求出 *DH*＝*DE*﹣*EH*＝6﹣2＝4．

【解答】（1）证明：∵△*ABC*≌△*DEF*，

∴∠*ACB*＝∠*F*，

∴*AC*∥*DF*；

（2）解：∵∠*A*＝88°，∠*B*＝60°，

∴∠*ACB*＝180°﹣∠*A*﹣∠*B*＝32°，

∵△*ABC*≌△*DEF*，

∴∠*F*＝∠*ACB*＝32°，*DE*＝*AB*＝6，

∵*EH*＝2，

∴*DH*＝*DE*﹣*EH*＝6﹣2＝4．

故答案为：32°，4．

24．（7 分）某小区为了更好地提高业主垃圾分类的意识，管理处决定在小区内安装垃圾分类提示牌和垃圾箱．已知购买 3 个提示牌和 4 个垃圾箱共需 580 元，且提示牌的单价比垃圾箱便宜 40 元．

（1）求提示牌、垃圾箱的单价分别是多少元？（用二元一次方程组解决）

（2）若该小区需要购买提示牌和垃圾箱共 100 个，且购买提示牌和垃圾箱的总费用不超过 8000 元，那么最多购买多少个垃圾箱？

【答案】（1）提示牌单价 60 元，垃圾箱单价 100 元．

（2）最多购买垃圾箱 50 个．

【分析】（1）设购买提示牌单价 *x* 元，垃圾箱单价 *y* 元．由题意：已知购买 3 个提示牌和 4 个垃圾箱共需 580 元，且提示牌的单价比垃圾箱便宜 40 元．列出方程组，解之即可；

（2）设购买垃圾箱 *m* 个，则购买提示牌（100﹣*m*）个．由题意：购买提示牌和垃圾箱的总费用不超过 8000 元，列出不等式，解不等式即可．

【解答】解：（1）设购买提示牌单价 $x$ 元，垃圾箱单价 $y$ 元．

由题意，得：$\begin{cases}3x+4y=580\\x=y-40\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}x=60\\y=100\end{cases}$，

答：提示牌单价 60 元，垃圾箱单价 100 元．

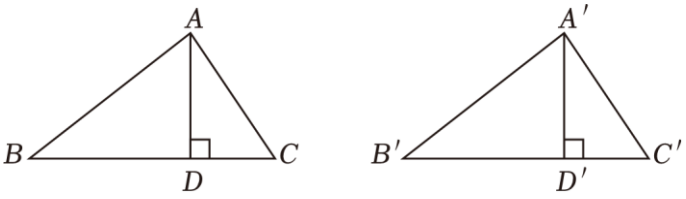
（2）设购买垃圾箱 $m$ 个，则购买提示牌（$100-m$）个．

根据题意，得：$60(100-m)+100m\leqslant 8000$，

解得：$m\leqslant 50$，

答：最多购买垃圾箱 50 个．

25．（6 分）已知：$\triangle ABC\cong\triangle A'B'C$，$AD$、$A'D$ 分别是 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 的高，求证：$AD=A'D'$．




【答案】见试题解答内容

【分析】由全等三角形的性质得到 $AB=A'B'$ $\angle B=\angle B'$，又 $\angle ADB=\angle A'D'B'=90°$，即可证明 $\triangle ABD\cong\triangle A'B'D'$（$AAS$），推出 $AD=A'D'$．

【解答】证明：$\because\triangle ABC\cong\triangle A'B'C$，

$\therefore AB=A'B'$ $\angle B=\angle B'$，

$\because AD$、$A'D$ 分别是 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 的高，

$\therefore\angle ADB=\angle A'D'B'=90°$，

$\therefore\triangle ABD\cong\triangle A'B'D'$（$AAS$），

$\therefore AD=A'D'$．

26．（7 分）若 $a$、$b$、$c$ 分别是 $\triangle ABC$ 的三边，且 $a^2+4b^2+c^2-2ab-6b-2c+4=0$ 试判断 $\triangle ABC$ 的形状，并说明理由．

【答案】$\triangle ABC$ 是等边三角形，理由见解答．

【分析】先把等式的左边进行配方，再根据非负数的性质求解．

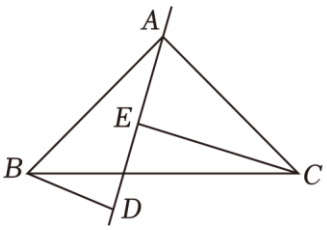
【解答】解：$\triangle ABC$ 是等边三角形；

$\because a^2+4b^2+c^2-2ab-6b-2c+4=(a-b)^2+3(b-1)^2+(c-1)^2=0$，

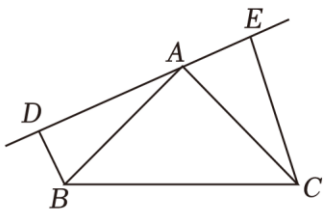
$\therefore a=b=c=1$，

∴△*ABC* 是等边三角形.

27.（10 分）如图，在△*ABC* 中，*AB*＝*AC*，*DE* 是过点 *A* 的直线，*BD*⊥*DE* 于 *D*，*CE*⊥*DE* 于点 *E*；




(图1)




(图2)

（1）如图 1，若 *B*、*C* 在 *DE* 的两侧，且 *AD*＝*CE*，其他条件不变，求证：*AB*⊥*AC*；

（2）如图 2，若 *B*、*C* 在 *DE* 的同侧，且 *AD*＝*CE*，其他条件不变.

①*AB* 与 *AC* 仍然垂直吗？若是，请给出证明；若不是，请说明理由；

②请直接写出 $BD^2$，$CE^2$ 与 $BC^2$ 之间的数量关系.

【答案】（1）证明见解答过程；

（2）①*AB* 与 *AC* 仍然垂直，证明见解答过程；

②$BC^2=2(CE^2+BD^2)$.

【分析】（1）由已知条件，证明 Rt△*ABD*≌Rt△*CAE*，再利用角与角之间的关系求证∠*BAD*+∠*CAE*＝90°，即可证明 *AB*⊥*AC*；

（2）①由已知条件，先证 Rt△*ABD*≌Rt△*CAE*，再利用角与角之间的关系求证∠*BAD*+∠*CAE*＝90°，即可证明 *AB*⊥*AC*.

②在 Rt△*ABC* 中，利用勾股定理直接写出关系式即可.

【解答】（1）证明：∵*BD*⊥*DE*，*CE*⊥*DE*，

∴∠*ADB*＝∠*AEC*＝90°，

在 Rt△*ABD* 和 Rt△*ACE* 中，

$$\begin{cases} AB=AC \\ AD=CE \end{cases},$$

∴Rt△*ABD*≌Rt△*CAE*（*HL*）.

∴∠*DAB*＝∠*ECA*，∠*DBA*＝∠*EAC*，

∵∠*CAE*+∠*ECA*＝90°，

∴∠*CAE*+∠*BAD*＝90°，即∠*BAC*＝90°，

∴*AB*⊥*AC*.

（2）解：①*AB* 与 *AC* 仍然垂直，证明如下：

∵*BD*⊥*DE*，*CE*⊥*DE*，

∴∠*ADB*＝∠*AEC*＝90°，

在 Rt△*ABD* 和 Rt△*ACE* 中，

$\begin{cases} AB=AC \\ AD=CE \end{cases}$，

∴Rt△*ABD*≌Rt△*CAE*（*HL*）.

∴∠*DAB*＝∠*ECA*，∠*DBA*＝∠*EAC*.

∵∠*DAB*+∠*DBA*＝90°，∠*EAC*+∠*ACE*＝90°，

∴∠*BAD*+∠*CAE*＝90°.

∠*BAC*＝180°－（∠*BAD*+∠*CAE*）＝90°.

∴*AB*⊥*AC*.

②∵Rt△*ABD*≌Rt△*CAE*，

∴*AB*＝*AC*，*AE*＝*BD*，

∴$AC^2=CE^2+AE^2=CE^2+BD^2$，

∵*AB*⊥*AC*，

在 Rt△*ABC* 中，$BC^2=AB^2+AC^2=2AC^2=2(CE^2+BD^2)$.