



## 第 9 章 整式乘法与因式分解章末拔尖卷

【苏科版】

考试时间：60 分钟；满分：100 分

姓名：\_\_\_\_\_ 班级：\_\_\_\_\_ 考号：\_\_\_\_\_

考卷信息：

本卷试题共 23 题，单选 10 题，填空 6 题，解答 7 题，满分 100 分，限时 60 分钟，本卷题型针对性较高，覆盖面广，选题有深度，可衡量学生掌握本章内容的具体情况！

### 一. 选择题（共 10 小题，满分 30 分，每小题 3 分）

1. （3 分）（2023 上·黑龙江哈尔滨·七年级校考期中）下列各题中，计算正确的个数是（ ）

①  $(a-3b)(-6a) = -6a^2 + 18ab$ ； ②  $(-\frac{1}{3}x^2y)(-9xy+2) = 3x^3y^2 + 2$ ；

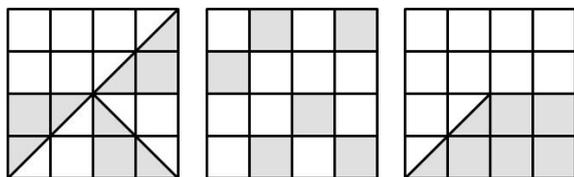
③  $(-4ab)(\frac{1}{2}a^2b) = 2a^3b^2$ ； ④  $(\frac{1}{2}ab)(-\frac{2}{3}ab^2 - 2ab) = \frac{1}{3}ab^2 - 2ab$ .

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

2. （3 分）（2023 上·北京海淀·七年级北京市师达中学校考期中）已知  $a^2 - 5 = 2a$ ，则代数式  $(a-2)(a+3) - 3(a-1)$  的值是（ ）

- A. 2                      B. -2                      C. 8                      D. -8

3. （3 分）（2023 上·北京朝阳·七年级校考期中）下列各图均由若干个大小相同的小正方形组成，且最大的正方形边长都为  $a$ ，下面三幅图中阴影部分的面积均相同，请你写出这个面积（用含有  $a$  的式子表示）（ ）



- A.  $\frac{3}{4}a^2$                       B.  $\frac{3}{8}a^2$                       C.  $\frac{1}{16}a^2$                       D.  $\frac{13}{16}a^2$

4. （3 分）（2023 上·湖北十堰·七年级统考期中）已知，实数  $s, t, k$  满足  $s + t = k - 2$ ， $st = \frac{5}{4}k^2 + k + 2$ ，则  $s - t - k$  的值为（ ）

- A. 1                      B. 0                      C. -1                      D. 2

5. （3 分）（2023·安徽亳州·校联考二模）若  $(b-c)^2 = 4(1-b)(c-1)$ ，则  $b+c$  的值是（ ）



- A. -1                      B. 0                      C. 1                      D. 2

6. (3分) (2023上·江苏镇江·七年级校联考阶段练习) 若  $x^2 + x - 2 = 0$ , 则  $x^3 + 2x^2 - x + 2016$  等于 ( )

- A. 2020                      B. 2019                      C. 2018                      D. -2020

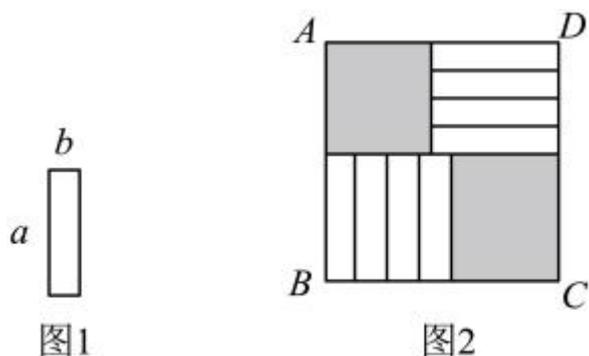
7. (3分) (2023上·四川内江·七年级四川省内江市第一中学校考期中) 已知  $a = \frac{1}{2021} + 2020$ ,  $b = \frac{1}{2021} + 2021$ ,  $c = \frac{1}{2021} + 2022$ , 则代数式  $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac$  的值是 ( )

- A. 0                      B.  $\frac{1}{2}$                       C. 2                      D. 3

8. (3分) (2023上·广东惠州·七年级广东惠阳高级中学初中部校考期中) 小强是一位密码编译爱好者, 在他的密码手册中, 有这样一条信息:  $x - y$ ,  $a - b$ ,  $2$ ,  $x^2 - y^2$ ,  $a$ ,  $x + y$ , 分别对应下列六个字: 高、我、爱、美、游、惠, 现将  $2a(x^2 - y^2) - 2b(x^2 - y^2)$  因式分解, 结果呈现的密码信息可能是 ( )

- A. 我爱惠高                      B. 我游惠高                      C. 惠高美                      D. 我爱游

9. (3分) (2023上·浙江宁波·七年级校考期中) 8张如图1的长为  $a$ , 宽为  $b$  ( $a > b$ ) 的小长方形纸片, 按图2的方式不重叠地放在矩形  $ABCD$  内, 未被覆盖的部分 (两个矩形) 用阴影表示, 如果左上角与右下角的阴影部分的面积始终保持相等, 则  $a, b$  满足 ( )



- A.  $a = 2b$                       B.  $a = 3b$                       C.  $a = 4b$                       D.  $a = 5b$

10. (3分) (2023·山东聊城·统考一模) 我国南宋数学家杨辉用“三角形”解释二项和的乘方规律, 称之为“杨辉三角”, 这个“三角形”给出了  $(a + b)^n$  ( $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ ) 的展开式的系数规律 (按  $n$  的次数由大到小的顺序)

1 1                       $(a + b)^1 = a + b$   
 1 2 1                       $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$   
 1 3 3 1                       $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$   
 1 4 6 4 1                       $(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$   
 ...                      ...



请依据上述规律，写出 $(x - \frac{2}{x})^{2021}$ 展开式中含 $x^{2019}$ 项的系数是（ ）

- A. -2021      B. 2021      C. 4042      D. -4042

二. 填空题（共 6 小题，满分 18 分，每小题 3 分）

11. （3 分）（2023 上·重庆铜梁·七年级重庆市巴川中学校校考期中）在 $(x - 2)(x^2 - ax + 1)$ 计算结果中，不含 $x^2$ 项，则  $a$  值为\_\_\_\_\_.

12. （3 分）（2023 上·四川乐山·七年级乐山市实验中学校考期中）若  $3x^2 - 2xy - 8y^2 = 0 (y \neq 0)$ ，则  $\frac{x}{y} =$ \_\_\_\_\_.

13. （3 分）（2023 上·重庆江津·七年级校联考期中）已知实数  $a$ 、 $b$  满足， $|a + b - 3| + (ab - 2)^2 = 0$ ，则  $a^2 + b^2$  值为\_\_\_\_\_.

14. （3 分）（2023 上·福建泉州·七年级统考期中）已知 $(x - 2023)^2 + (x - 2025)^2 = 10$ ，则代数式 $(x - 2024)^2 =$ \_\_\_\_\_.

15. （3 分）（2023·江苏南京·七年级统考自主招生）实数  $x$ ， $y$  满足方程 $(x^2 + 2x + 3)(3y^2 + 2y + 1) = \frac{4}{3}$ ，则 $xy =$ \_\_\_\_\_.

16. （3 分）（2023 下·浙江杭州·七年级校考期中）已知 $m^2 = 2n + 1$ ， $4n^2 = m + 1 (m \neq 2n)$ ，那么  $m + 2n =$ \_\_\_\_\_， $4n^3 - mn + 2n^2 =$ \_\_\_\_\_.

三. 解答题（共 7 小题，满分 52 分）

17. （6 分）（2023 上·甘肃武威·七年级校考期中）分解因式

(1)  $m^3n - 9mn$ ;

(2)  $4x^3y + 4x^2y^2 + xy^3$ ;

(3)  $(x^2 + 4)^2 - 16x^2$ .

18. （6 分）（2023 上·甘肃武威·七年级校考期中）计算

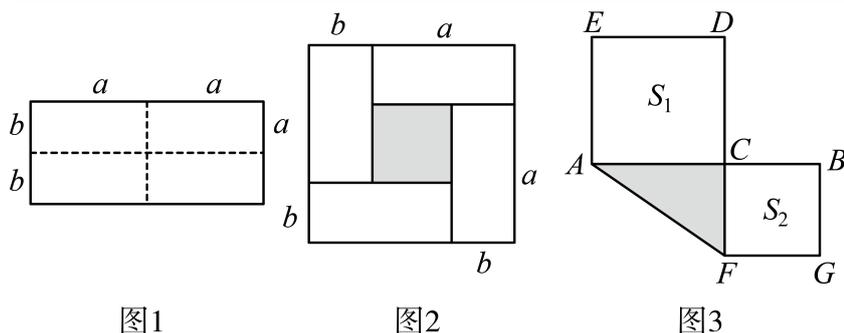
(1)  $(-\frac{1}{3}xy + \frac{3}{2}y^2 - x^2)(-6xy^2)$ ;

(2)  $(\frac{2}{3}a^3b^2c - \frac{2}{5}a^2bc) \div (-\frac{2}{3}a^2c^2)$ ;

(3)  $(2x - 3)^2 - (2x + 3)(2x - 3)$ ;

(4)  $[(a - 2b)^2 + (a - 2b)(2b + a) - 2a(2a - b)] \div 2a$ .

19. （8 分）（2023 上·广西南宁·七年级校考期中）如图 1，在一个长为  $2a$ ，宽为  $2b$  的长方形图中，沿着虚线用剪刀均分成 4 块小长方形，然后按图 2 的形状拼成一个正方形， $a > b$ .



(1)图 2 中阴影部分的正方形边长为\_\_\_\_\_ (用含  $a, b$  的代数式表示)

(2)请你用两种不同的方法表示图 2 中阴影部分的面积.

方法 1:  $S_{\text{阴}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

方法 2:  $S_{\text{阴}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

根据以上信息, 可列出等量关系为: \_\_\_\_\_.

(3)根据 (2) 中的等量关系解决下面问题, 若已知  $a + b = 7, ab = 6$ , 求  $(a - b)^2$  的值.

(4)如图 3, 点  $C$  是线段  $AB$  上的一点, 以  $AC, BC$  为边向两边作正方形, 面积分别是  $S_1$  和  $S_2$ , 设  $AB = 8$  ( $AB = AC + BC$ ), 两正方形的面积和为:  $S_1 + S_2 = 34$ , 求出阴影部分的面积.

20. (8 分) (2023 上·福建厦门·七年级厦门市槟榔中学校考期中) 一个各位不为零的四位自然数  $n$ , 如果千位与十位上的数字之和等于百位与个位上的数字之和, 则称  $n$  为“隐等数”, 将这个“隐等数”反序排列 (即千位与个位对调, 百位与十位对调) 得到一个新数  $m$ , 记  $D(n) = \frac{n-m}{33^2}$ .

(1)请任意写出一个“隐等数” $n$ , 并计算  $D(n)$  的值.

(2)若某个“隐等数” $n$  的千位与十位上的数字之和为 6,  $D(n)$  为正数, 且  $D(n)$  能表示为两个连续偶数的平方差, 求满足条件的所有“隐等数” $n$ .

21. (8 分) (2023 下·江苏苏州·七年级苏州市立达中学校校考期中) 阅读以下材料, 回答下列问题:

小明遇到这样一个问题: 求计算  $(x + 2)(2x + 3)(3x + 4)$  所得多项式的一次项系数. 小明想通过计算  $(x + 2)(2x + 3)(3x + 4)$  所得的多项式解决上面的问题, 但感觉有些繁琐, 他想探寻一下, 是否有相对简洁的方法.

他决定从简单情况开始, 先找  $(x + 2)(2x + 3)$  所得多项式中的一次项系数. 通过观察发现:

$$(x+2)(2x+3) = 2x^2 + 3x + 4x + 6$$



也就是说，只需用 $x + 2$ 中的一次项系数 $1$ 乘以 $2x + 3$ 中的常数项 $3$ ，再用 $x + 2$ 中的常数项 $2$ 乘以 $2x + 3$ 中的一次项系数 $2$ ，两个积相加 $1 \times 3 + 2 \times 2 = 7$ ，即可得到一次项系数。

延续上面的方法，求计算 $(x + 2)(2x + 3)(3x + 4)$ 所得多项式的一次项系数。可以先用 $x + 2$ 的一次项系数 $1$ ， $2x + 3$ 的常数项 $3$ ， $3x + 4$ 的常数项 $4$ ，相乘得到 $12$ ；再用 $2x + 3$ 的一次项系数 $2$ ， $x + 2$ 的常数项 $2$ ， $3x + 4$ 的常数项 $4$ ，相乘得到 $16$ ；然后用 $3x + 4$ 的一次项系数 $3$ ， $x + 2$ 的常数项 $2$ ， $2x + 3$ 的常数项 $3$ ，相乘得到 $18$ ，最后将 $12$ ， $16$ ， $18$ 相加，得到的一次项系数为 $46$ 。

参考小明思考问题的方法，解决下列问题：

(1) 计算 $(2x + 1)(3x + 2)$ 所得多项式的一次项系数为\_\_\_\_\_。

(2) 计算 $(x + 1)(3x + 2)(4x - 3)$ 所得多项式的一次项系数为\_\_\_\_\_。

(3) 若计算 $(x^2 - x + 1)(x^2 - 3x + a)(2x - 1)$ 所得多项式的一次项系数为 $0$ ，则 $a =$ \_\_\_\_\_。

(4) 计算 $(x + 1)^5$ 所得多项式的一次项系数为\_\_\_\_\_，二次项系数为\_\_\_\_\_。

(5) 计算 $(2x - 1)^5$ 所得多项式的一次项系数为\_\_\_\_\_，二次项系数为\_\_\_\_\_。

22. (8分) (2023上·江苏常州·七年级校考期中) 我们知道：在实数体系中，一个实数的平方不可能为负数，即 $a^2 \geq 0$ ，但是，在复数体系中，我们规定： $i^2 = -1$ ，这个数 $i$ 叫做虚数单位，形如 $a + bi$  ( $a, b$ 为实数)的数就叫做复数， $a$ 叫这个复数的实部， $b$ 叫这个复数的虚部。请阅读以下材料，解决问题。

它有如下特点：

① 它的加，减，乘法运算与整式的加，减，乘法运算类似。

例如： $i^2 = i \times i = -1$ ， $i^3 = i \times i \times i = -1 \times i = -i$ ；又如： $(3 + i)i = 3i + i^2 = 3i - 1$ ；

再如： $(2 + i) + (3 - 4i) = (2 + 3) + (1 - 4)i = 5 - 3i$ 。

② 若它们的实部和虚部分别相等，则称这两个复数相等；若它们的实部相等，虚部且为相反数，则称这两个复数共轭，如 $1 + 2i$ 的共轭复数为 $1 - 2i$ 。

根据材料回答：

(1) 填空： $i^4 =$ \_\_\_\_\_， $i^2 + i^3 + i^4 + i^5 =$ \_\_\_\_\_， $3 - 2i$ 的共轭复数为\_\_\_\_\_。

(2)  $(a + bi)^2$ 的运算符合实数运算中的完全平方公式，求 $(2 + 3i)^2$ 的值：

(3) 已知 $(a + i)(b + i) = 2 - 5i$ ，求 $(a^2 + b^2)(i^2 + i^3 + i^4 + \dots + i^{2023})$ 的值。

23. (8分) (2023上·上海静安·七年级上海市静安区教育学院附属学校校考期中) 阅读并思考：

计算 $47^2$ 时，山桂娜同学发现了一个简单的口算方法，具体步骤如下：

第一步： $47$ 接近整十数 $50$ ， $50 - 47 = 3$ ；



## 润禾托管

---

第二步：取 50 的一半 25， $25 - 3 = 22$ ；

第三步： $3^2 = 9$

第四步：把第二、三步综合起来， $47^2 = (25 - 3) \times 100 + 3^2 = 2209$ 。

(1) 依此方法计算 49：

第一步：49 接近整十数 50， $50 - 49 = 1$ ；

第二步：取 50 的一半 25， $25 - 1 = 24$ ；

第三步： $1^2 = 1$

第四步：把第二、三步综合起来， $49^2 = (\underline{\quad} - \underline{\quad}) \times 100 + \underline{\quad}^2 = 2401$ 。

(2) 请你根据山桂娜同学的方法，填写出一个正确的计算公式。

$$(50 - n)^2 = (\underline{\quad} - \underline{\quad}) \times 100 + \underline{\quad}^2.$$

(3) 利用乘法运算说明第 (2) 小题中这个公式的正确性。

(4) 写出利用这个公式计算  $56^2 = 3136$  的过程。

(5) 计算  $63 \times 67$  也有一个简单的口算方法，具体步骤如下：

第一步： $6 \times (6 + 1) = 42$ ；

第二步： $3 \times 7 = 21$ ；

第三步：前面两步的结果综合起来， $63 \times 67$  的结果是 4221。

写出上述过程所依据的计算公式\_\_\_\_\_。

(6) 利用乘法运算说明第 (5) 小题中这个公式的正确性。