专题 9.7 整式乘法与因式分解章末八大题型总结（培优篇）

【苏科版】

题型梳理

【题型 1 整式的乘除中的错解问题】......1
【题型 2 整式乘除的计算与化简】......3
【题型 3 整式混合运算的应用】......6
【题型 4 因式分解（提公因式与公式法综合）】......10
【题型 5 因式分解（十字相乘法）】......12
【题型 6 因式分解（分组分解法）】......15
【题型 7 利用因式分解求值】......17
【题型 8 整式的乘除中的阅读理解类问题】......21

举一反三

【题型 1 整式的乘除中的错解问题】

【例 1】（2023 春·山东菏泽·七年级统考期末）某同学计算一个多项式乘$-3x^2$时，因抄错符号，算成了加上$-3x^2$，得到的答案是$x^2-\frac{1}{2}x+1$，那么正确的计算结果是____.

【答案】$-12x^4+\frac{3}{2}x^3-3x^2$

【分析】先用错误的结果减去已知多项式求得原式，再乘以$-3x^2$即可解答.

【详解】解：这个多项式是（x^2-0.5x+1）-（-3x^2）=4x^2-0.5x+1，

正确的计算结果是：（4x^2-0.5x+1）（-3x^2）=$-12x^4+\frac{3}{2}x^3-3x^2$.

故答案为$-12x^4+\frac{3}{2}x^3-3x^2$.

【点睛】本题考查了单项式与多项式相乘，熟练掌握单项式与多项式相乘运算法则是解答本题的关键.

【变式 1-1】（2023 秋·湖北孝感·七年级统考期末）小林同学把 $9(M-5)$错抄为 $9M-5$，抄错后算得的答案为a，则正确答案为________.

【答案】$a-40$

【分析】将错就错根据 $9M-5$=a 求出 M，代入正确式子计算.

【详解】解：由题意可得：

$9M-5=a$，

$\therefore 9M=a+5$，

$\therefore 9(M-5)$=$9M-45$=$a+5-45$=$a-40$，

故答案为：$a-40$．

【点睛】此题考查了整式的混合运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

【变式 1-2】（2023 秋·重庆渝中·七年级重庆巴蜀中学校考开学考试）在计算$(x+a)(x+b)$时，甲把 b 错看成了 6，得到结果是：$x^2+8x+12$；乙把 a 错看成$-a$，得到结果是：x^2+x-6．

(1)求出 a，b 的值；

(2)在（1）的条件下，计算$(x+a)(x-b)$的结果．

【答案】(1)$a=2$，$b=3$

(2)x^2-x-6

【分析】（1）根据题意得出$(x+a)(x+6)=x^2+(6+a)x+6a=x^2+8x+12$，$(x-a)(x+b)=x^2+(-a+b)x-ab=x^2+x-6$，得出 $6+a=8$，$-a+b=1$，求出 a、b 即可；

（2）把 a、b 的值代入，再根据多项式乘以多项式法则求出即可．

【详解】（1）根据题意得：$(x+a)(x+6)=x^2+(6+a)x+6a=x^2+8x+12$，

$(x-a)(x+b)=x^2+(-a+b)x-ab=x^2+x-6$，

所以 $6+a=8$，$-a+b=1$，

解得：$a=2$，$b=3$；

（2）当$a=2$，$b=3$ 时，$(x+a)(x-b)=(x+2)(x-3)=x^2-x-6$．

【点睛】本题考查了多项式乘以多项式，能正确运用多项式乘以多项式法则进行计算是解此题的关键．

【变式 1-3】（2023 春·湖南永州·七年级统考期末）甲、乙两人共同计算一道整式：$(x+a)(2x+b)$，由于甲抄错了 a 的符号，得到的结果是 $2x^2-7x+3$，乙漏抄了第二个多项式中 x 的系数，得到的结果是x^2+2x-3．

(1)求$(-2a+b)(a+b)$的值；

(2)若整式中的 a 的符号不抄错，且$a=3$，请计算这道题的正确结果．

【答案】(1)-14．

(2)x^2+5x-3

【分析】（1）根据题意，列出关于 a 和 b 的代数式的值，直接代入计算即可；

（2）先求出 b 的值，再代入计算．

【详解】(1)解：甲抄错了 a 的符号的计算结果为：$(x-a)(2x+b)=2x^2+(-2a+b)x-ab=2x^2-7x+3$，

因为对应的系数相等，故$-2a+b=-7$，$ab=-3$

乙漏抄了第二个多项式中 x 的系数，计算结果为：$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab=x^2+2x-3$．

因为对应的系数相等，故$a+b=2$，$ab=-3$，

∴$(-2a+b)(a+b)=-7\times2=-14$

（2）解：乙漏抄了第二个多项式中 x 的系数，得到的结果得出：

$a+b=2$，

故 $3+b=2$，

∴b=-1，

把 a=3，b=-1 代入$(x+a)(2x+b)$，

得$(x+3)(2x-1)=2x^2+5x-3$，

故答案为：$2x^2+5x-3$．

【点睛】此题考查了多项式乘多项式；解题的关键是根据多项式乘多项式的运算法则分别进行计算，是常考题型，解题时要细心．

【题型 2　整式乘除的计算与化简】

【例 2】(2023 秋·上海金山·八年级校联考期末）已知：$a+b=\frac{3}{2}, ab=1$，化简$(a-2)(b-2)$的结果是______．

【答案】2

【分析】先把所求式子化简为$ab-2(a+b)+4$，然后把已知条件式整体代入求解即可．

【详解】解：$(a-2)(b-2)$

$=ab-2a-2b+4$

$=ab-2(a+b)+4$，

∵$a+b=\frac{3}{2}$，$ab=1$，

∴原式$=1-2\times\frac{3}{2}+4=1-3+4=2$，

故答案为：2．

【点睛】本题主要考查了多项式乘以多项式——化简求值，正确计算是解题的关键.

【变式 2-1】（2023 春·陕西西安·八年级校考期中）已知 m 满足$(3m-2015)^2+(2014-3m)^2=5$.

(1)求$(2015-3m)(2014-3m)$的值.

(2)求 $6m-4029$ 的值.

【答案】(1)-2

(2)± 3

【分析】（1）原式利用完全平方公式化简，计算即可确定出原式的值；

（2）原式利用完全平方公式变形，计算即可得到结果.

【详解】（1）解：设$a=3m-2015$，$b=2014-3m$，

可得$a+b=-1$，$a^2+b^2=5$，

$\because (a+b)^2=a^2+b^2+2ab$，

$\therefore 1=5+2ab$，即$ab=-2$，

则$(2015-3m)(2014-3m)=(3m-2015)(2014-3m)=-ab=2$；

（2）解：设$a=3m-2015$，$b=2014-3m$，可得 $6m-4029=(3m-2015)-(2014-3m)=a-b$，

$\because (a-b)^2=a^2+b^2-2ab$，

$\therefore (6m-4029)^2=(a-b)^2=a^2+b^2-2ab=5+4=9$，

则 $6m-4029=\pm 3$.

【点睛】此题考查了完全平方公式，熟练掌握公式及运算法则是解本题的关键.

【变式 2-2】（2023 春·辽宁沈阳·八年级校考期中）（1）运用乘法公式计算：$999^2-1002\times 998+1$

（2）先化简，再求值：$[(2x+y)(2x-y)-(3x+y)(x-2y)-x^2]\div\left(-\frac{1}{2}y\right)$，其中$x=-1$，$y=2$.

【答案】（1）-1994；（2）$-2y-10x$，6

【分析】（1）把原式化为$(1000-1)^2-(1000+2)(1000-2)+1$，再利用乘法公式进行简便运算即可；

（2）先计算括号内的整式的乘法运算，再合并同类项，最后计算多项式除以单项式，再把$x=-1$，$y=2$ 代入化简后的代数式进行计算即可.

【详解】解：（1）$999^2-1002\times 998+1$

$=(1000-1)^2-(1000+2)(1000-2)+1$

$=1000^2-2000+1-1000^2+4+1$

$=-1994$；

（2）$[(2x+y)(2x-y)-(3x+y)(x-2y)-x^2]\div\left(-\frac{1}{2}y\right)$

$=(4x^2-y^2-3x^2+6xy-xy+2y^2-x^2)\div\left(-\frac{1}{2}y\right)$

$=(y^2+5xy)\div\left(-\frac{1}{2}y\right)$

$=-2y-10x$；

当$x=-1$，$y=2$时，

原式$=-2\times2-10\times(-1)=-4+10=6$．

【点睛】本题考查的是整式的化简求值，整式的混合运算，完全平方公式与平方差公式的灵活运用，熟记运算公式与运算法则是解本题的关键．

【变式 2-3】（2023 春·福建三明·八年级统考期中）为了比较两个数的大小，我们可以求这两个数的差，若差为 0，则两数相等；若差为正数，则被减数大于减数．若$M=(a+3)(a-4)$，$N=(a+2)(2a-5)$，其中a为有理数，

(1)求$M-N$，要求化简为关于a的多项式；

(2)比较M，N的大小．

【答案】(1)$-a^2-2$

(2)$M<N$

【分析】（1）先计算多项式乘多项式，再合并同类项即可；

（2）根据（1）中的结果进行判断即可．

【详解】（1）解：$M-N=(a+3)(a-4)-(a+2)(2a-5)$

$=a^2-a-12-2a^2+a+10$

$=-a^2-2$；

（2）∵a为有理数，

∴$a^2\geq0$，

∴$-a^2-2<0$，

∴$M<N$．

【点睛】本题考查整式的混合运算．熟练掌握相关运算法则，是解题的关键．

【题型 3　整式混合运算的应用】

【例 3】（2023 秋·重庆大渡口·八年级重庆市第三十七中学校校联考开学考试）阅读材料：

材料 1：将一个三位数或三位以上的整数分成左中右三个数，如果满足：中间数=左边数的平方+右边数的平方，那么我们称该整数是平方和数，比如，对于整数 251，它的中间数是 5，左边数是 2，右边数是 1，因为$2^2+1^2=5$，所以 251 是平方和数；再比如，对于整数 3254，因为$3^2+4^2=25$，所以 3254 是一个平方和数．显然，152，4253 这两个数也肯定是平方和数．

材料 2：将一个三位数或者三位以上的整数分成左中右三个数，如果满足：中间数=2×左边数×右边数，那么我们称该整数是双倍积数；比如：对于整数 163，它的中间数是 6，左边数是 1，右边数是 3，因为 $2\times1\times3=6$，所以 163 是双倍积数；再比如，对于整数 3305，因为 $2\times3\times5=30$，所以 3305 是一个双倍积数，显然，361，5303 这两个数也肯定是双倍积数．

请根据上述定义完成下面问题：

(1)如果一个三位整数既是平方和数，又是双倍积数，则该三位整数是_____．（直接写出结果）

(2)如果我们用字母 a 表示一个整数分出来的左边数，用字母 b 表示一个整数分出来的右边数，则$\overline{a585b}$为一个平方和数，$\overline{a504b}$为一个双倍积数，求a^2-b^2的值．

【答案】(1)121，282

(2)287

【分析】（1）根据平方和数的定义、双倍积数的定义即可求解；

（2）根据平方和数的定义可得$a^2+b^2=585$，根据双倍积数的定义 $2ab=504$，再利用完全平方公式与平方差公式即可求解．

【详解】（1）解：设该三位整数是$\overline{mcn}$，

由题意得：$m^2+n^2=c$，$2mn=c$，

$\therefore m^2+n^2=2mn$，

$\therefore m^2+n^2-2mn=0$，即$(m-n)^2=0$，解得：$m=n$，

$\therefore c=2m^2$

$\therefore m=1$ 或 2，

∴该三位整数是 121，282；

（2）解：∵$\overline{a585b}$为一个平方和数，

∴$a^2+b^2=585$，

∵$\overline{a504b}$为一个双倍积数，

∴$2ab=504$，

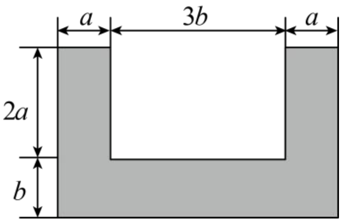
∴$a^2+b^2+2ab=585+504=1089$，$a^2+b^2-2ab=585-504=81$，

∴$a+b=33, a-b=9$，

∴$a^2-b^2=(a+b)(a-b)=33\times 9=287$；

【点睛】本题考查了因式分解的应用，学生的阅读理解能力与知识的迁移能力，理解平方和数与双倍积数的定义是解题的关键．

【变式 3-1】（2023 秋·贵州遵义·八年级校考期中）如图，学校操场主席台前计划修建一块凹字形花坛．（单位：米）



(1)用含 a，b 的整式表示花坛的面积；

(2)若$a=2, b=1$，工程费为 500 元/平方米，求建花坛的总工程费为多少元?

【答案】(1)花坛的面积是$(4a^2+2ab+3b^2)$平方米．

(2)建花坛的总工程费为 11500 元．

【分析】（1）用大长方形的面积减去一个小长方形面积即可；

（2）将a和b的值代入（1）中的结果，求出面积即可．

【详解】（1）解：$(a+3b+a)(2a+b)-2a\cdot 3b$

$=4a^2+8ab+3b^2-6ab$

$=4a^2+2ab+3b^2$（平方米）．

答：花坛的面积是$(4a^2+2ab+3b^2)$平方米．

（2）当$a=2$，$b=1$ 时，

$4a^2+2ab+3b^2$

$=4\times2^2+2\times2\times1+3\times1^2$

$=16+4+3$

$=23$（平方米）

$23\times500=11500$（元）

答：建花坛的总工程费为11500元.

【点睛】本题主要考查了整式的混合运算，熟练掌握整式的混合运算法则是解题的关键.

【变式3-2】（2023春·贵州铜仁·八年级统考期中）在矩形$ABCD$内，将一张边长为a的正方形纸片和两张边长为b的正方形纸片（$a>b$），按图1，图2两种方式放置（两个图中均有重叠部分），矩形中未被这三张正方形纸片覆盖的部分用阴影表示，设图1中阴影部分的面积为S_1，图2中阴影部分的面积为S_2，当$AD-AB=2$时，S_1-S_2的值是（　　）

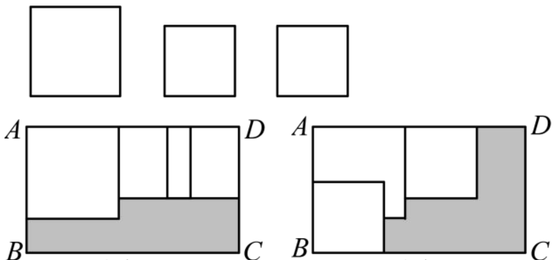


图1　　图2

A．$2a$　　B．$2b$　　C．$-2b+b^2$　　D．$2a-2b$

【答案】C

【分析】根据图形和题目中的数据，可以表示出S_1和S_2，然后作差化简即可.

【详解】解：由图可得，

$S_1=AD\cdot AB-a^2-b(AD-a)$，

$S_2=AD\cdot AB-a^2-b^2-b(AB-a)$,

S_1-S_2

$=[AD\cdot AB-a^2-b(AD-a)]-[AD\cdot AB-a^2-b^2-b(AB-a)]$

$=AD\cdot AB-a^2-b(AD-a)-AD\cdot AB+a^2+b^2+b(AB-a)$

$=-b\cdot AD+ab+b^2+b\cdot AB-ab$

$=-b(AD-AB)+b^2$

$\because AD-AB=2$，

$\therefore -b(AD-AB)=-2b$，

即$S_1-S_2=-2b+b^2$.

故选：C．

【点睛】本题考查整式的混合运算，解答本题的关键是明确整式混合运算的计算方法．

【变式 3-3】（2023 秋·浙江·八年级期中）正方形$ABCD$中，点 G 是边CD上一点（不与点 C，D 重合），以CG为边在正方形$ABCD$外作正方形$CEFG$，且 B，C，E 三点在同一条直线上，设正方形$ABCD$和正方形$CEFG$的边长分别为 a 和 b（$a>b$）．

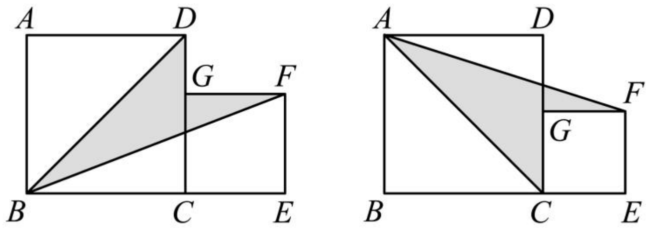


图1　　　　图2

(1)求图 1 中阴影部分的面积S_1（用含 a，b 的代数式表示）；

(2)当$a=5$，$b=3$ 时，求图 1 中阴影部分的面积S_1的值；

(3)当$a=5$，$b=3$ 时，请直接写出图 2 中阴影部分的面积S_2的值．

【答案】(1)$S_1=\frac{1}{2}a^2+\frac{1}{2}b^2-\frac{1}{2}ab$

(2)$\frac{19}{2}$

(3)$\frac{21}{2}$

【分析】（1）利用两个正方形的面积减去空白部分的面积列式即可；

（2）把$a=5$，$b=3$ 代入S_1的代数式，计算即可；

（3）延长AD和EF，交于点 H．即可由$S_2=S_{长方形ABEH}-S_{正方形CEFH}-S_{\triangle ABC}-S_{\triangle AFH}$求出图 2 中阴影部分的面积$S_2$，再将$a=5$，$b=3$ 代入S_2的代数式，求值即可．

【详解】（1）$S_1=S_{正方形ABCD}+S_{正方形CEFG}-S_{\triangle ABD}-S_{\triangle BEF}$

$=a^2+b^2-\frac{1}{2}a^2-\frac{1}{2}b(a+b)$

$=\frac{1}{2}a^2+\frac{1}{2}b^2-\frac{1}{2}ab$；

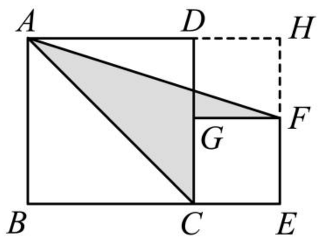
（2）$\because a=5$，$b=3$，

$\therefore S_1=\frac{1}{2}a^2+\frac{1}{2}b^2-\frac{1}{2}ab$

$=\frac{1}{2}\times 5^2+\frac{1}{2}\times 3^2-\frac{1}{2}\times 5\times 3$

$=\frac{19}{2}$;

（3）如图，延长AD和EF，交于点 H.



$\therefore S_2=S_{长方形ABEH}-S_{正方形CEFH}-S_{\triangle ABC}-S_{\triangle AFH}$

$=a(a+b)-b^2-\frac{1}{2}a^2-\frac{1}{2}(a-b)(a+b)$

$=ab-\frac{1}{2}b^2$.

$\because a=5$，$b=3$，

$\therefore S_2=ab-\frac{1}{2}b^2=5\times 3-\frac{1}{2}\times 3^2=\frac{21}{2}$.

【点睛】本题考查列代数式，代数式求值，整式的混合运算．求得两个阴影部分的面积是解决问题的关键．

【题型 4　因式分解（提公因式与公式法综合）】

【例 4】（2023 春·山东菏泽·八年级统考期末）分解因式

（1）$20a^3-30a^2$

（2）$25（x+y）^2-9（x-y）^2$

【答案】（1）$10a^2（2a－3）$（2）$4(4x+y)(x+4y)$

【详解】分析：（1）利用提公因式法，找到并提取公因式 $10a^2$ 即可；

（2）利用平方差公式进行因式分解，然后整理化简即可.

详解：（1）解：$20a^3－30a^2=10a^2（2a－3）$

（2）解：$25（x+y）^2－9（x－y）^2$

$=[5（x+y）+3（x－y）][5（x+y）－3（x－y）]$

$=（8x+2y）（2x+8y）$；

=4(4x+y)(x+4y) .

点睛：因式分解是把一个多项式化为几个因式积的形式.根据因式分解的一般步骤：一提（公因式）、二套（平方差公式$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$，完全平方公式$a^2\pm 2ab+b^2=(a\pm b)^2$）、三检查（彻底分解）.

【变式 4-1】（2023 秋·湖北孝感·八年级统考期末）分解因式：$3a^2(m-n)+12(n-m)=$________.

【答案】$3(m-n)(a+2)(a-2)$

【分析】分别运用提公因式，公式法进行因式分解即可.

【详解】解：$3a^2(m-n)+12(n-m)$

$=3a^2(m-n)-12(m-n)$

$=3(m-n)(a^2-4)$

$=3(m-n)(a+2)(a-2)$

故答案为：$3(\mathrm{m}-\mathrm{n})(\mathrm{a}+2)(\mathrm{a}-2)$.

【点睛】本题考查因式分解的相关知识．灵活运用提公因式和公式法进行因式分解是解题的关键．解题时注意，分解一定要彻底，这是易错点.

【变式 4-2】（2023 秋·重庆渝中·八年级重庆巴蜀中学校考开学考试）多项式$-2a^3-4a^2-2a$因式分解的结果是_______.

【答案】$-2a(a+1)^2$

【分析】先提取公因式$-2a$，然后利用完全平方公式分解因式即可得.

【详解】解：$-2a^3-4a^2-2a$

$=-2a(a^2+2a+1)$

$=-2a(a+1)^2$.

故答案为：$-2a(a+1)^2$.

【点睛】本题考查了因式分解，熟练掌握提取公因式法和公式法是解题关键.

【变式 4-3】（2023 春·湖南永州·八年级统考期末）请把下列各式分解因式

(1)$a^2(a-b)+(b-a)$

(2)$(a^2+b^2)^2-4a^2b^2$

【答案】(1)$(a-b)(a+1)(a-1)$

(2)$(a+b)^2(a-b)^2$

【分析】（1）把$b-a$变形为$a-b$后再提取公因式，最后运用平方差公式求解即可；

（2）原式先运用平方差公式分解后，再运用完全平方公式分解即可．

【详解】（1）$a^2(a-b)+(b-a)$

$=a^2(a-b)-(a-b)$

$=(a-b)(a^2-1)$

$=(a-b)(a+1)(a-1)$

（2）$(a^2+b^2)^2-4a^2b^2$

$=(a^2+b^2+2ab)(a^2+b^2-2ab)$

$=(a+b)^2(a-b)^2$

【点睛】本题主要考查了因式分解，正确选用因式分解的方法是解答本题的关键．

【题型 5　因式分解（十字相乘法）】

【例 5】（2023 春·湖南益阳·八年级校考期中）阅读下面的材料，解答提出的问题：

已知：二次三项式x^2-4x+m有一个因式是$(x+3)$，求另一个因式及m的值．

解：设另一个因式为$(x+n)$，由题意，得

$x^2-4x+m=(x+3)(x+n)$，

$x^2-4x+m=x^2+(n+3)x+3n$，

所以$\begin{cases} n+3=-4 \\ m=3n \end{cases}$，解得$\begin{cases} m=-21 \\ n=-7 \end{cases}$．

所以另一个因式为$(x-7)$，m的值为-21．

提出问题：

(1)已知二次三项式x^2-5x-p有一个因式是$(x-1)$，另一个因式是________；

(2)已知二次三项式 $3x^2+2x-k$有一个因式是$(x-5)$，求另一个因式及k的值．

【答案】(1)$(x-4)$

(2)另一个因式为$(3x+17)$，k的值为 85

【分析】（1）设另一个因式为$(x+n)$，由题意得$x^2-5x-p=(x-1)(x+n)=x^2+(n-1)x-n$，从而得到$\begin{cases} n-1=-5 \\ n=p \end{cases}$，进行计算即可得到答案；

（2）设另一个因式为$(3x+m)$，由题意得：$3x^2+2x-k=(x-5)(3x+m)=3x^2+(m-15)x-5m$，从

而得到$\begin{cases} m-15=2 \\ 5m=k \end{cases}$，进行计算即可得到答案.

【详解】（1）解：设另一个因式为$(x+n)$，

由题意得：$x^2-5x-p=(x-1)(x+n)$，

则$x^2-5x-p=(x-1)(x+n)=x^2+nx-x-n=x^2+(n-1)x-n$，

$\therefore \begin{cases} n-1=-5 \\ n=p \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} n=-4 \\ p=-4 \end{cases}$，

∴另一个因式为$(x-4)$，

故答案为：$(x-4)$；

（2）解：设另一个因式为$(3x+m)$，

由题意得：$3x^2+2x-k=(x-5)(3x+m)$，

则 $3x^2+2x-k=(x-5)(3x+m)=3x^2+mx-15x-5m=3x^2+(m-15)x-5m$，

$\therefore \begin{cases} m-15=2 \\ 5m=k \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} m=17 \\ k=85 \end{cases}$，

∴另一个因式为$(3x+17)$，k的值为 85.

【点睛】本题主要考查了因式分解—十字相乘法，解二元一次方程组，正确设出另一个因式是解题的关键.

【变式 5-1】（2023 春·湖南邵阳·八年级统考期末）多项式x^2+x-6可因式分解成$(x+a)(x+b)$，其中a，b均为整数，则$(a+b)^{2023}$的值为（　）

A．-1　　B．1　　C．-2023　　D．2023

【答案】B

【分析】先分解因式，求出a、b的值，再结合有理数的乘方进行计算，即可得到答案.

【详解】解：$\because x^2+x-6=(x+3)(x-2)$，

又∵多项式x^2+x-6可因式分解成$(x+a)(x+b)$，

$\therefore a=3$，$b=-2$或$a=-2$，$b=3$，

$\therefore (a+b)^{2023}=(3-2)^{2023}=1^{2023}=1$，

故选：B.

【点睛】本题考查了因式分解、有理数的乘方，熟练掌握十字相乘法分解因式是解题关键.

【变式 5-2】(2023 秋·上海静安·八年级上海市风华初级中学校考期中)分解因式：$(2x^2+4x)^2-4(2x^2+4x)-12$．

【答案】$4(x+3)(x-1)(x+1)^2$

【分析】直接利用十字相乘法和完全平方公式进行因式分解即可得到答案．

【详解】解：$(2x^2+4x)^2-4(2x^2+4x)-12$

$=(2x^2+4x-6)(2x^2+4x+2)$

$=2(x^2+2x-3)\times 2(x^2+2x+1)$

$=4(x+3)(x-1)(x+1)^2$．

【点睛】本题主要考查了利用十字相乘法和完全平方公式分解因式，熟练掌握十字相乘法和完全平方公式是解题的关键．

【变式 5-3】(2023 春·湖南怀化·八年级统考期末)材料 1：由多项式乘法，$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$，将该式子从右到左地使用，即可对形如$x^2+(a+b)x+ab$的多项式进行因式分解：$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$．多项式$x^2+(a+b)x+ab$的特征是二次项系数为 1，常数项为两数之积，一次项系数为这两数之和．

材料 2：因式分解：$(x+y)^2+2(x+y)+1$，解：将“$x+y$”看成一个整体，令$x+y=A$，则原式$=A^2+2A+1=(A+1)^2$，再将“A”还原得：原式$=(x+y+1)^2$．

上述解题用到整体思想，整体思想是数学解题中常见的一种思想方法．请你解答下列问题：

(1)根据材料 1 将x^2+4x+3因式分解；

(2)根据材料 2 将$(x-y)^2-10(x-y)+25$因式分解；

(3)结合材料 1 和材料 2，将$(m^2-2m)(m^2-2m+4)+3$因式分解．

【答案】(1)$(x+3)(x+1)$

(2)$(x-y-5)^2$

(3)$(m^2-2m+3)(m-1)^2$

【分析】（1）仿照材料一分解即可；

（2）把$(x-y)$看成一个整体，利用材料一的方法分解即可；

（3）把(m^2-2m)看成一个整体，先算乘法再利用材料一因式分解．

【详解】（1）解：$x^2+4x+3=(x+3)(x+1)$；

（2）$(x-y)^2-10(x-y)+25=(x-y-5)^2$；

（3）$(m^2-2m)(m^2-2m+4)+3$

$=(m^2-2m)^2+4(m^2-2m)+3$

$=(m^2-2m+3)(m^2-2m+1)$

$=(m^2-2m+3)(m-1)^2$.

【点睛】本题考查了整式的因式分解，读懂题目给出的材料，会运用题目给出材料的方法是解决本题的关键.

【题型 6　因式分解（分组分解法）】

【例 6】（2023 秋·山东日照·八年级统考期末）已知$a+b=3, ab=1$，则多项式a^2b+ab^2-a-b的值为__________.

【答案】0

【分析】先进行因式分解，再代值计算即可.

【详解】解：$a^2b+ab^2-a-b=ab(a+b)-(a+b)$

$=(ab-1)(a+b)$；

当$a+b=3, ab=1$ 时，原式$=3\times(1-1)=0$；

故答案为：0.

【点睛】本题考查代数式求值．熟练掌握分组法进行因式分解，整体思想代入求值，是解题的关键.

【变式 6-1】（2023 春·江苏·八年级期中）分解因式：$a^4-4a^3+4a^2-9=$__________.

【答案】$(a-3)(a+1)(a^2-2a+3)$

【分析】本题有 a 的四次项、a 的三次项，a 的二次项，有常数项，所以首要考虑的就是三一分组，前三项提取公因式后可以利用完全平方公式分解因式，然后还可以与第四项继续利用平方差公式分解因式.

【详解】解：$a^4-4a^3+4a^2-9$

$=(a^4-4a^3+4a^2)-9$

$=a^2(a-2)^2-3^2$

$=(a^2-2a-3)(a^2-2a+3)$

$=(a-3)(a+1)(a^2-2a+3)$

故答案为：$(a-3)(a+1)(a^2-2a+3)$.

【点睛】本题考查了分组分解法，十字相乘法分解因式，难点是采用两两分组还是三一分组，要考虑分组后还能进行下一步分解，利用平方差公式分解后还要继续利用十字相乘法分解因式，注意分解因式要彻底.

【变式 6-2】（2023 春·福建漳州·八年级校考期中）阅读理解：

当一个多项式没有公因式又不能用公式法时，这里再介绍一种因式分解方法，叫分组分解法.

比如因式分解：$am+bm+an+bn=(am+bm)+(an+bn)=m(a+b)+n(a+b)=(a+b)(m+n)$

这种分组法是分组后用提公因式法分解；

比如因式分解：$a^2+2ab+b^2-9=(a^2+2ab+b^2)-9=(a+b)^2-9=(a+b+3)(a+b-3)$

这种分组法是分组后用公式法分解.

根据以上信息分解因式：

(1)$ab-a-b+1$；

(2)$a^2-9b^2-2a+6b$；

(3)$n^2+(n+1)(n+2)(n+3)(n+6)$.

【答案】(1)$(a-1)(b-1)$

(2)$(a-3b)(a+3b-2)$

(3)$(n^2+6n+6)^2$

【分析】（1）分组，提公因式分解；

（2）分组，分别运用平方差公式，提公因式法分解；

（3）运用整式乘法法则变形，再运用平方差公式展开，进一步化简.

【详解】（1）解：原式$=a(b-1)-(b-1)$

$=(a-1)(b-1)$

（2）原式$=(a+3b)(a-3b)-2(a-3b)$

$=(a-3b)(a+3b-2)$

（3）原式$=n^2+(n+1)(n+6)(n+2)(n+3)$

$=n^2+(n^2+6+7n)(n^2+6+5n)$

$=n^2+[(n^2+6+6n)+n][(n^2+6+6n)-n]$

$=n^2+(n^2+6+6n)^2-n^2$

$=(n^2+6n+6)^2$.

【点睛】本题考查分组分解法，提公因式法，公式法因式分解；根据代数式具体情况合理分组是解题的关键.

【变式 6-3】（2023 秋·上海·八年级校考期中）因式分解：$x^2+9xy+18y^2-3x-9y$.

【答案】$(x+3y)(x+6y-3)$

【分析】先将原式进行分组，再进行因式分解即可．

【详解】解：原式$=(x^2+9xy+18y^2)-(3x+9y)$

$=(x+3y)(x+6y)-3(x+3y)$

$=(x+3y)(x+6y-3)$．

【点睛】本题主要考查了因式分解，解题的关键是先将原式进行分组，熟练掌握用提取公因式，完全平方公式和十字相乘进行因式分解的方法．

【题型 7　利用因式分解求值】

【例 7】(2023 春·四川达州·八年级校联考期中)若$a=2022x+2023$，$b=2022x+2024$，$c=2022x+2025$，则多项式$a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc$的值为（　）

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

【答案】D

【分析】根据$a=2022x+2023$，$b=2022x+2024$，$c=2022x+2025$，可以得到$a-b$，$a-c$，$b-c$的值，然后将所求式子变形，然后将$a-b$，$a-c$，$b-c$的值代入变形后的式子计算即可．

【详解】$\because a=2022x+2023$，$b=2022x+2024$，$c=2022x+2025$，

$\therefore a-b=-1$，$a-c=-2$，$b-c=-1$，

$\therefore a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac$，

$=\frac{2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ac}{2}$，

$=\frac{(a-b)^2+(a-c)^2+(b-c)^2}{2}$，

$=\frac{(-1)^2+(-2)^2+(-1)^2}{2}$，

$=\frac{1+4+1}{2}$，

$=3$，

故选：D．

【点睛】本题考查因式分解的应用，解答本题的关键时明确题意，利用完全平方公式解答．

【变式 7-1】（2023 春·重庆沙坪坝·八年级重庆南开中学校考期中）若$x^2+x-3=0$，则x^3+2x^2-2x+5的值为______．

【答案】8

【分析】把x^2+x当整体代入求值，通过两次代入即可得出最后结果.

【详解】解：$\because x^2+x-3=0$，

$\therefore x^2+x=3$，

x^3+2x^2-2x+5

$=x^3+x^2+x^2-2x+5$

$=x(x^2+x)+x^2-2x+5$

$\because x^2+x=3$，

$\therefore$原式$=3x+x^2-2x+5$

$=x^2+x+5$

$=3+5$

$=8$，

故答案为：8.

【点睛】本题考查分解因式的应用，同时也要熟练运用整体代入的方法，快速分析出所需代入的整体是解题的关键.

【变式 7-2】（2023 春·浙江杭州·八年级杭州市文晖中学校考期中）（1）当$mn=-4$，$m+n=3$，求$m-n$的值.

（2）已知$x+y=2, xy=\frac{3}{4}$，求$x^3y+xy^3+2x^2y^2$的值.

【答案】（1）±5；（2）3

【分析】（1）利用完全平方公式进行计算，即可解答；

（2）把所求代数式因式分解变形为$xy(x+y)^2$，再根据已知条件代入计算即可.

【详解】解：$\because mn=-4$，$m+n=3$，

$\therefore (m-n)^2=(m+n)^2-4mn$

$=3^2-4\times(-4)$

$=9+16$

$=25$，

$\therefore m-n=\pm5$，

$\therefore m-n$的值为±5；

（2）$\because x+y=2, xy=\frac{3}{4}$,

$\therefore x^3y+xy^3+2x^2y^2$

$=xy(x^2+y^2+2xy)$

$=xy(x+y)^2$

$=\frac{3}{4}\times 2^2$

$=3$，

$\therefore x^3y+xy^3+2x^2y^2$的值 3.

【点睛】本题主要考查了因式分解的应用，完全平方公式的变形求值，熟练掌握因式分解的方法和完全平方公式是解题的关键.

【变式 7-3】（2023 春·江苏泰州·八年级泰州市第二中学附属初中校考期中）阅读材料：若$m^2+2mn+2n^2-6n+9=0$，求 m 和 n 的值.

解：$\because m^2+2mn+2n^2-6n+9=0$，

$\therefore m^2+2mn+n^2+n^2-6n+9=0$，

$\therefore (m+n)^2+(n-3)^2=0$，

$\therefore m+n=0$，$n-3=0$，

$\therefore m=-3$，$n=3$.

像这样将代数式进行恒等变形，使代数式中出现完全平方式的方法叫做“配方法”．请利用配方法，解决下列问题：

(1)已知$x^2+2y^2-2xy-8y+16=0$，则$x=$______，$y=$______；

(2)若$A=2a^2-3a-1$，$B=a^2-a-4$，试比较 A 与 B 的大小：A______B（填“>”或“<”）；

(3)已知△ABC的三边长 a、b、c 都是正整数，且满足$a^2+b^2-6a-2b+10=0$，求△ABC的周长.

【答案】(1)4；4

(2)>

(3)△ABC的周长为 7

【分析】、

（1）将$x^2+2y^2-2xy-8y+16=0$ 变形为$(x-y)^2+(y-4)^2=0$，然后根据二次方的非负性求出结果即

可；

（2）求出$A-B=(a-1)^2+2>0$，得出$A>B$即可；

（3）先根据$a^2+b^2-6a-2b+10=0$ 求出，$a=3$，$b=1$，根据三角形三边关系求出 $2<c<4$，根据 a、b、c 都是正整数，求出$c=3$，最后求出结果即可．

【详解】（1）解：$\because x^2+2y^2-2xy-8y+16=0$，

$\therefore x^2-2xy+y^2+y^2-8y+16=0$，

$\therefore (x-y)^2+(y-4)^2=0$，

$\therefore x-y=0$，$y-4=0$，

解得：$x=y=4$，

故答案为：4；4．

（2）解：$A-B=2a^2-3a-1-(a^2-a-4)$

$=2a^2-3a-1-a^2+a+4$

$=a^2-2a+3$

$=a^2-2a+1+2$

$=(a-1)^2+2$，

$\because (a-1)^2\geq 0$，

$\therefore (a-1)^2+2>0$，

$\therefore A>B$．

故答案为：$>$．

（3）解：$\because a^2+b^2-6a-2b+10=0$，

$\therefore a^2-6a+9+b^2-2b+1=0$，

$\therefore (a-3)^2+(b-1)^2=0$，

$\therefore a-3=0$，$b-1=0$，

解得：$a=3$，$b=1$，

$\because a$、b、c 是三角形的三边，

$\therefore 3-1<c<3+1$，

即 $2<c<4$，

$\because a$、b、c 都是正整数，

$\therefore c=3$，

$\therefore \triangle ABC$的周长为$a+b+c=3+1+3=7$.

【点睛】本题主要考查了分解因式的应用，三角形三边关系的应用，完全平方公式，解题的关键是熟练掌握完全平方公式$a^2 \pm 2ab+b^2=(a \pm b)^2$.

【题型 8　整式的乘除中的阅读理解类问题】

【例 8】（2023 春·湖南益阳·七年级校考期中）若 x 满足$(60-x)(x-40)=20$，求$(60-x)^2+(x-40)^2$的值.

解：设 $60-x=a$，$x-40=b$，

则$ab=20$，$a+b=60-x+x-40=20$.

$\therefore (60-x)^2+(x-40)^2$

$=a^2+b^2$

$=(a+b)^2-2ab$

$=20^2-2\times 20$

$=360$.

(1)若 x 满足$(70-x)(x-20)=-30$，求$(70-x)^2+(x-20)^2$的值.

(2)若 x 满足$(3-4x)(2x-5)=\frac{9}{2}$，求$(3-4x)^2+4(2x-5)^2$的值．友情提示（2）中的 $4(2x-5)^2$可通过逆用积的乘方公式变成$[2(2x-5)]^2$.

(3)若 x 满足$(2023-x)^2+(2020-x)^2=2061$，求$(2023-x)(2020-x)$的值.

【答案】(1)2560

(2)31

(3)1026

【分析】本题考查了完全平方公式的运用.

（1）根据例题的解题思路进行计算，即可解答；

（2）将$(3-4x)(2x-5)=\frac{9}{2}$转化为$(3-4x)[2(2x-5)]=9$，即$(3-4x)(4x-10)=9$，再根据例题的解题思路进行计算，即可解答；

（3）根据例题的解题思路进行计算，即可解答.

【详解】（1）解：设 $70-x=m,x-20=n$，则$mn=-30$，$m+n=(70-x)+(x-20)=50$，

$\because\ m^2+n^2=(m+n)^2-2mn$

$\therefore\ m^2+n^2=50^2-2\times(-30)=2560$；

（2）解：$\because\ (3-4x)(2x-5)=\frac{9}{2}$,

$\therefore\ (3-4x)[2(2x-5)]=9$，即$(3-4x)(4x-10)=9$，

设 $3-4x=s,4x-10=t$，则$s+t=-7,st=9$，

$\because (3-4x)^2+4(2x-5)^2=(3-4x)^2+2^2\times(2x-5)^2=(3-4x)^2+(4x-10)^2$，

$\therefore\ (3-4x)^2+4(2x-5)^2=s^2+t^2$

$=(s+t)^2-2st$

$=(-7)^2-2\times 9$

$=31$；

（3）解：设 $2023-x=p,2020-x=q$，则$p-q=3,p^2+q^2=2061$，

$\therefore 2pq=(p^2+q^2)-(p-q)^2$

$=2061-3^2$

$=2052$，

$\therefore pq=1026$，

$\therefore (2023-x)(2020-x)=1026$.

【变式 8-1】（2023 春·湖南邵阳·七年级统考期末）阅读材料；杨辉三角，又称贾宪三角，是二项式系数在三角形中的一种几何排列，西方人帕斯卡发现时，已比宋代杨辉要迟 393 年．如图，根据你观察的杨辉三角的排列规律，完成下列问题．

1

1　1　　$(a+b)^1=1a+1b$

1　2　1　　$(a+b)^2=1a^2+2ab+1b^2$

1　3　3　1　　$(a+b)^3=1a^3+3a^2b+3ab^2+1b^3$

1　4　6　4　1　　$(a+b)^4=1a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+1b^4$

(1)判断$(a+b)^5$的展开式共有______项；写出$(a+b)^6$的第三项的系数是______；

(2)计算与猜想：

①计算：$2^5-5\times 2^4+10\times 2^3-10\times 2^2+5\times 2-1$

②猜想：$(2x-1)^6$的展开式中含x^3项的系数是______．

(3)运用：若今天是星期五，过 7 天仍是星期五，那么再过8^6天是星期______.

【答案】(1)6，15

(2)①1；②-160

(3)六

【分析】本题考查了数字类规律探索，正确理解杨辉三角是解题关键.

（1）观察发现规律补充杨辉三角，据此即可得到答案；

（2）①根据杨辉三角化简求值即可；

②将$(2x-1)^6$展开，即可得到含x^3项的系数；

（3）由$8^6=(7+1)^6$展开可知，除了末项为 1，其他项均为 7 的倍数，据此即可得到答案.

【详解】（1）解：观察可知，展开项中的的项数比二项式乘方的次数多 1，展开式中的a是按其幂的指数由高到低排列，b是按其幂的指数由低到高排列，首项a的次数与末项b的次数相同，都等于二项式乘方的次数，每一行首末两项的次数都是 1，中间各项的系数等于它上一行相邻的两个系数之和，

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1

∴ $(a+b)^5$的展开式共有 6 项，$(a+b)^6$的第三项的系数是 15，

故答案为：6，15；

（2）解：①$2^5-5\times2^4+10\times2^3-10\times2^2+5\times2-1=(2-1)^5=1$；

②$(2x-1)^6=(2x)^6-6\times(2x)^5-15\times(2x)^4-20\times(2x)^3-15\times(2x)^2-6\times2x-1$，

∴含x^3项的系数是$-20\times2^3=-160$，

故答案为：-160；

（3）解：∵ $8^6=(7+1)^6=7^6+6\times7^5+15\times7^4+20\times7^3+15\times7^2+6\times7+1$，

∴除了末项为 1，其他项均为 7 的倍数，

∴若今天是星期五，那么再过8^6天是星期六，

故答案为：六.

【变式 8-2】（2023 秋·上海静安·七年级上海市风华初级中学校考期中）我们已经学习过多项式除以单项式，

多项式除以多项式一般可用竖式计算，步骤如下：

①把被除式、除式按某个字母作降幂排列，并把所缺的项用零补齐；

②用被除式的第一项除以除式第一项，得到商式的第一项；

③用商式的第一项去乘除式，把积写在被除式下面（同类项对齐），消去相等项；

④把减得的差当作新的被除式，再按照上面的方法继续演算，直到余式为零或余式的次数低于除式的次数时为止，被除式＝除式×商式＋余式．若余式为零，说明这个多项式能被另一个多项式整除．

例如：计算$(6x^4-7x^3-x^2-1)\div(2x+1)$，可用竖式除法如图：

所以 $6x^4-7x^3-x^2-1$ 除以 $2x+1$，商式为 $3x^3-5x^2+2x-1$，余式为 0．

根据阅读材料，请回答下列问题：

$$
\begin{array}{r@{}l}
 & 3x^3-5x^2+2x-1 \\
2x+1 \big) & 6x^4-7x^3-x^2+0\cdot x-1 \\
 & \underline{6x^4+3x^3} \\
 & \quad -10x^3-x^2 \\
 & \quad \underline{-10x^3-5x^2} \\
 & \qquad\quad 4x^2+0\cdot x \\
 & \qquad\quad \underline{4x^2+2x} \\
 & \qquad\qquad\quad -2x-1 \\
 & \qquad\qquad\quad \underline{-2x-1} \\
 & \qquad\qquad\qquad\quad 0
\end{array}
$$

(1)$(x^2+2x-3)\div(x-1)=$______；

(2)计算：$(x^3-x^2-4)\div(x-2)$；

(3)x^3+ax^2+bx-2 能被x^2+2x+2 整除，求 a、b 的值．

【答案】(1)$x+3$

(2)x^2+x+2

(3)$a=1,b=0$

【分析】（1）（2）模仿例题，可用竖式计算；

（3）设商式为$(x+m)$，则

有$x^3+ax^2+bx-2=(x+m)(x^2+2x+2)=x^3+(2+m)x^2+(2+2m)x+2m$，根据对应项系数相等即可解决问题．

【详解】（1）$(x^2+2x-3)\div(x-1)=x+3$．

$$
\begin{array}{r@{}l}
 & \quad\ \ x+3 \\ \cline{2-2}
x-1 \big) & x^2+2x-3 \\
 & x^2-x \\ \cline{2-2}
 & \quad\ \ 3x-3 \\
 & \quad\ \ 3x-3 \\ \cline{2-2}
 & \qquad\quad 0
\end{array}
$$

（2）$(x^3-x^2-4)\div(x-2)=x^2+x+2$.

$$
\begin{array}{r@{}l}
 & \qquad x^2+x+2 \\ \cline{2-2}
x-2 \big) & x^3-x^2+0\cdot x-4 \\
 & x^3-2x^2 \\ \cline{2-2}
 & \quad\ x^2+0\cdot x \\
 & \quad\ x^2-2x \\ \cline{2-2}
 & \qquad\quad 2x-4 \\
 & \qquad\quad 2x-4 \\ \cline{2-2}
 & \qquad\qquad\ 0
\end{array}
$$

（3）设商式为$(x+m)$，

则有$x^3+ax^2+bx-2=(x+m)(x^2+2x+2)=x3+(2+m)x^2+(2+2m)x+2m$,

$\therefore -2=2m$,

$\therefore m=-1$,

$\therefore a=2+m=1$，$b=2+2m=0$.

【点睛】本题考查整式的乘法，解题的关键是掌握整式的乘除法运算法则，学会模仿解题，属于中考常考题型.

【变式 8-3】（2023 春·湖南怀化·七年级统考期末）阅读下列材料，解决相应问题：

“友好数对”

已知两个两位数，将它们各自的十位数字和个位数字交换位置后，得到两个与原两个两位数均不同的新数，若这两个两位数的乘积与交换位置后两个新两位数的乘积相等，则称这样的两个两位数为“友好数对”．例如$43\times68=34\times86=2924$，所以 43 和 68 与 34 和 86 都是“友好数对”.

(1)36 和 84______“友好数对”．（填“是”或“不是”）

(2)为探究"友好数对"的本质，可设"友好数对"中一个数的十位数字为 a，个位数字为 b，且$a \neq b$；另一个数的十位数字为 c，个位数字为 d，且$c \neq d$，则 a，b，c，d 之间存在一个等量关系，其探究和说理过程如下，请你将其补充完整.

解：根据题意，"友好数对"中的两个数分别表示为 $10a+b$和 $10c+d$，将它们各自的十位数字和个位数字交换位置后两个数依次表示为______和______.

因为它们是友好数对，所以$(10a+b)(10c+d)=$______.

即 a，b，c，d 的等量关系为：______.

(3)请从下面 A、B 两题中任选一题作答，我选择______题.

A．请再写出一对"友好数对"，与本题已给的"友好数对"不同.

B．若有一个两位数，十位数字为$x+2$，个位数字为 x，另一个两位数，十位数字为$x+2$，个位数字为$x+8$，且这两个数为"友好数对"，直接写出这两个两位数.

【答案】(1)是

(2)$10b+a$，$10d+c$，$(10b+a)(10d+c)$，$ac=bd$

(3)A：13 和 93（答案不唯一），B：两个两位数分别为：31 和 39

【分析】（1）计算 36×84 和 63×48，根据定义判断；

（2）利用"十位数字×10+个位数字×1"表达出交换后的两位数，结合友好数对的的定义列出等量关系，并化简；

（3)A、结合（2）中的等量关系$ac=bd$ 写出新的"友好数对"；B、根据"$ac=bd$"得$(x+2)(x+2)=x(x+8)$，解方程得到 x，写出两个两位数.

【详解】（1）解：∵$36\times84=3024$，63×48=3024，

∴$36\times84=63\times48$，

∴36 和 84 是友好数对，

故答案为：是.

（2）解：∵一个数的十位数字为 a，个位数字为 b；另一个数的十位数字为 c，个位数字为 d，

∴交换后十位数字为 b，个位数字为 a，另一个的十位数字为 d，个位数字为 c，

∴两个数依次表示为 $10b+a$，$10d+c$，

∵这两个数是友好数对，

$\therefore(10a+b)(10c+d)=(10b+a)(10d+c)$，

化简得：$ac=bd$，

故答案为：$10b+a$，$10d+c$，$(10b+a)(10d+c)$，$ac=bd$.

（3）解：选 A，根据$ac=bd$，可列举 31 和 39，13 和 93，12 和 42，21 和 24，•••

只要满足十位数字之积等于个位数字之积，且同一个数的个位与十位不同即可，

答案不唯一.

选 B，由（2）得：$(x+2)(x+2)=x(x+8)$，

$\therefore x^2+2x+2x+4=x^2+8x$，

$\therefore 4x=4$，

解得：$x=1$，

∴两个两位数为：31 和 39.

选 A 或选 B 都可以，只要满足“友好数对”的定义即可.

【点睛】本题以新定义为背景，考查了学生对于数的表示、整式的运算——多项式乘以多项式、解一元一次方程．本题解题的关键是用代数式表达两位数和交换个位和十位后的两位数，然后根据新定义列出方程.