



专题 9.5 因式分解专项训练

【苏科版】

考卷信息：

本套训练卷共 40 题，题型针对性较高，覆盖面广，选题有深度，可加强学生对因式分解理解！

1. (2023 春·湖南永州·七年级校考期中) 因式分解：

(1) $x^4 - 81$;

(2) $3a^2 - 6ab + 3b^2$.

【答案】(1) $(x^2 + 9)(x - 3)(x + 3)$

(2) $3(a - b)^2$

【分析】(1) 利用平方差公式分解即可；

(2) 先提取公因式 3，再利用完全平方公式分解即可.

【详解】(1) 解：原式 = $(x^2)^2 - 9^2$

$$= (x^2 + 9)(x^2 - 9)$$

$$= (x^2 + 9)(x - 3)(x + 3)$$

(2) 解：原式 = $3(a^2 - 2ab + b^2)$

$$= 3(a - b)^2$$

【点睛】本题考查了提公因式法与公式法的综合运用，熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键.

2. (2023 春·湖南益阳·七年级校考期中) 因式分解：

(1) $a^2b - 25b$;

(2) $-12a^2 + 36a - 27$.

【答案】(1) $b(a + 5)(a - 5)$

(2) $-3(2a - 3)^2$

【分析】(1) 提取公因式 b ，然后根据平方差公式因式分解，即可得；

(2) 提取公因数 3，再使用运用完全平方公式即可得.

【详解】(1) 解： $a^2b - 25b$



$$= b(a^2 - 25)$$

$$= b(a + 5)(a - 5);$$

(2) 解: $-12a^2 + 36a - 27$

$$= -3(4a^2 - 12a + 9)$$

$$= -3(2a - 3)^2.$$

【点睛】 本题考查了因式分解，掌握因式分解，平方差公式，完全平方公式是关键.

3. (2023 春·上海闵行·七年级上海市民办文绮中学校考期中) 因式分解 $(x^2 + x)^2 + 4(x^2 + x) - 12$.

【答案】 $(x^2 + x + 6)(x + 2)(x - 1)$

【分析】 把 $x^2 + x$ 看作一个整体，根据十字相乘法进行因式分解即可.

【详解】 解: $(x^2 + x)^2 + 4(x^2 + x) - 12$,

$$= (x^2 + x + 6)(x^2 + x - 2)$$

$$= (x^2 + x + 6)(x + 2)(x - 1)$$

故答案为: $(x^2 + x + 6)(x + 2)(x - 1)$.

【点睛】 本题考查了十字相乘法进行因式分解，整体思想，本题的关键是把 $x^2 + x$ 看作一个整体.

4. (2023 春·上海·七年级统考期末) 因式分解:

(1) $2(x - y)^2 - 6(x + y)(x - y)$;

(2) $(a^2 + 1)^2 - 4a^2$.

【答案】 (1) $-4(x - y)(x + 2y)$

(2) $(a + 1)^2(a - 1)^2$

【分析】 (1) 利用提公因式法进行分解，即可解答;

(2) 先利用平方差公式，再利用完全平方公式继续分解即可解答.

【详解】 (1) 解: $2(x - y)^2 - 6(x + y)(x - y)$

$$= 2(x - y)[x - y - 3(x - y)]$$

$$= 2(x - y)(x - y - 3x - 3y)$$

$$= 2(x - y)(-2x - 4y)$$

$$= -4(x - y)(x + 2y);$$

(2) 解: $(a^2 + 1)^2 - 4a^2$



$$= (a^2 + 1 + 2a)(a^2 + 1 - 2a)$$

$$= (a + 1)^2(a - 1)^2.$$

【点睛】本题考查了提公因式法与公式法的综合运用，一定要注意如果多项式的各项含有公因式，必须先提公因式.

5. (2023 春·四川达州·七年级校考期末) 因式分解: $(a + 1)(a + 2) + \frac{1}{4}$.

【答案】 $(a + \frac{3}{2})^2$

【分析】先运用多项式乘多项式计算，然后再合并同类项，最后根据完全平方公式因式分解即可.

【详解】解: $(a + 1)(a + 2) + \frac{1}{4}$

$$= a^2 + 3a + 2 + \frac{1}{4}$$

$$= a^2 + 3a + \frac{9}{4}$$

$$= a^2 + 3a + (\frac{3}{2})^2$$

$$= (a + \frac{3}{2})^2.$$

【点睛】本题主要考查了整式的混合运算、因式分解等知识点，灵活运用公式法因式分解是解答本题的关键.

6. (2023 春·广东深圳·七年级统考期中) 因式分解:

(1) $x^2(x - y) + (y - x)$

(2) $(x^2 + 4)^2 - 16x^2$.

【答案】 (1) $(x - y)(x + 1)(x - 1)$

(2) $(x - 2)^2(x + 2)^2$

【分析】 (1) 先提公因式，再用平方差公式法因式分解;

(2) 先用平方差公式再用完全平方公式进行因式分解即可.

【详解】 (1) 解: 原式 = $x^2(x - y) - (x - y)$

$$= (x^2 - 1)(x - y)$$

$$= (x - y)(x + 1)(x - 1);$$

(2) 原式 = $(x^2 + 4 + 4x)(x^2 + 4 - 4x)$

$$= (x - 2)^2(x + 2)^2.$$



【点睛】 本题考查因式分解，熟练掌握因式分解的方法，是解题的关键。

7. (2023 春·广东深圳·七年级深圳中学校考期中) 因式分解:

(1) $x^3z + 4x^2yz + 4xy^2z$;

(2) $(2x + y)^2 - (x + 2y)^2$.

【答案】 (1) $xz(x + 2y)^2$

(2) $3(x + y)(x - y)$

【分析】 (1) 原式提取公因式，再利用完全平方公式分解即可；

(2) 原式利用平方差公式分解即可.

【详解】 (1) 解: $x^3z + 4x^2yz + 4xy^2z$

$$= xz(x^2 + 4xy + 4y^2)$$

$$= xz(x + 2y)^2;$$

(2) 解: $(2x + y)^2 - (x + 2y)^2$

$$= [(2x + y) + (x + 2y)][(2x + y) - (x + 2y)]$$

$$= (3x + 3y)(x - y)$$

$$= 3(x + y)(x - y).$$

【点睛】 本题考查了提公因式法与公式法的综合运用，熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键.

8. (2023 春·甘肃陇南·七年级统考期末) 因式分解.

(1) $y + (y - 4)(y - 1)$;

(2) $9a^2(x - y) + 4b^2(y - x)$.

【答案】 (1) $(y - 2)^2$

(2) $(x - y)(3a - 2b)(3a + 2b)$

【分析】 (1) 运用整式乘法展开，根据完全平方公式因式分解；

(2) 分步分解，先提公因式，再运用平方差公式分解.

【详解】 (1) 解: $y + (y - 4)(y - 1)$

$$= y + y^2 - 5y + 4$$

$$= y^2 - 4y + 4$$



$$= (y - 2)^2;$$

(2) 解: 原式 = $9a^2(x - y) - 4b^2(x - y)$

$$= (x - y)(9a^2 - 4b^2)$$

$$= (x - y)(3a - 2b)(3a + 2b).$$

【点睛】 本题考查因式分解, 掌握平方差公式, 完全平方公式是解题的关键.

9. (2023 春·山东济南·七年级统考期中) 因式分解:

(1) $4x^2 - 9$;

(2) $2a(x - y) - 3b(y - x)$.

【答案】 (1) $(2x + 3)(2x - 3)$

(2) $(x - y)(2a + 3b)$

【分析】 (1) 利用平方差公式即可进行因式分解;

(2) 将原式变形为 $2a(x - y) + 3b(x - y)$ 再提公因式即可.

【详解】 (1) 原式 = $(2x + 3)(2x - 3)$;

(2) 原式 = $2a(x - y) + 3b(x - y)$

$$= (x - y)(2a + 3b).$$

【点睛】 本题考查提公因式法和公式法分解因式, 掌握平方差公式的结构特征是正确解答的关键.

10. (2023 春·山东威海·七年级统考期中) 将下列多项式进行因式分解:

(1) $81(a + b)^2 - 4(a - b)^2$

(2) $(x + 3)(x + 4) + \frac{1}{4}$

【答案】 (1) $(7a + 11b)(11a + 7b)$

(2) $(x + \frac{7}{2})^2$

【分析】 (1) 利用平方差公式进行因式分解即可;

(2) 先进行多项式乘多项式的运算, 化简后利用完全平方公式进行因式分解即可.

【详解】 (1) 解: 原式 = $[9(a + b) + 2(a - b)][9(a + b) - 2(a - b)^2]$

$$= (9a + 9b + 2a - 2b)(9a + 9b - 2a + 2b)$$



$$= (11a + 7b)(7a + 11b);$$

$$\begin{aligned} (2) \text{ 原式} &= x^2 + 7x + 12 + \frac{1}{4} \\ &= x^2 + 7x + \frac{49}{4} \\ &= \left(x + \frac{7}{2}\right)^2. \end{aligned}$$

【点睛】 本题考查因式分解. 解题的关键是掌握公式法进行因式分解.

11. (2023 春·山东菏泽·七年级统考期末) 因式分解:

$$(1) 2x^2y - 8xy + 8y$$

$$(2) 9a^2(x - y) + 4b^2(y - x)$$

【答案】 (1) $2y(x - 2)^2$

(2) $(x - y)(3a + 2b)(3a - 2b)$

【分析】 (1) 根据提取公因式, 完全平方公式进行因数分解即可求解;

(2) 根据提取公因式, 平方差公式进行因数分解即可求解.

【详解】 (1) 解: 原式 = $2y(x^2 - 4x + 4)$

$$= 2y(x - 2)^2;$$

(2) 解: 原式 = $(x - y)(9a^2 - 4b^2)$

$$= (x - y)(3a + 2b)(3a - 2b).$$

【点睛】 本题主要考查了因式分解的知识, 熟练掌握提公因式法和公式法因式分解是解题关键.

12. (2023 春·山东潍坊·七年级统考期末) 因式分解

$$(1) 9x(a - b) + 4y(b - a)$$

$$(2) m^3n^2 - m^5n^2$$

$$(3) 100x - 40x^2 + 4x^3$$

【答案】 (1) $(a - b)(9x - 4y)$

(2) $m^3n^2(1 - m)(1 + m)$

(3) $4x(5 - x)^2$

【分析】 (1) 利用提公因式法法分解因式即可;



(2) 利用提公因式法和平方差公式分解因式即可;

(3) 利用提公因式法和完全平方公式分解因式即可

【详解】 (1) 解: $9x(a-b) + 4y(b-a)$

$$= 9x(a-b) - 4y(a-b)$$

$$= (a-b)(9x-4y);$$

(2) 解: $m^3n^2 - m^5n^2$

$$= m^3n^2(1-m^2)$$

$$= m^3n^2(1-m)(1+m);$$

(3) 解: $100x - 40x^2 + 4x^3$

$$= 4x(25 - 10x + x^2)$$

$$= 4x(5-x)^2.$$

【点睛】 本题考查因式分解, 解答的关键是熟练掌握运用提公因式法和公式法分解因式的方法步骤.

13. (2023 春·陕西西安·七年级校考期中) 因式分解:

(1) $(2x+1)(3x-2) + (2x+1)^2$;

(2) $2x^2 + 20xy + 50y^2$.

【答案】 (1) $(2x+1)(5x-1)$;

(2) $2(x+5y)^2$.

【分析】 (1) 直接提取公因式 $2x+1$ 的方法求解即可;

(2) 先提取公因数 2, 再利用完全平方公式的方法求解即可.

【详解】 (1) $(2x+1)(3x-2) + (2x+1)^2$

$$= (2x+1)(3x-2+2x+1),$$

$$= (2x+1)(5x-1);$$

(2) $2x^2 + 20xy + 50y^2$

$$= 2(x^2 + 10xy + 25y^2),$$

$$= 2(x+5y)^2.$$

【点睛】 此题考查了因式分解的方法, 解题的关键是熟练掌握因式分解的方法, 因式分解的方法有: 提公因式法, 平方差公式法, 完全平方公式法, 十字相乘法等.



14. (2023 春·陕西宝鸡·七年级统考期末) 因式分解:

(1) $x^3 - 9x$;

(2) $a^3b - 2a^2b + ab$.

【答案】 (1) $x(x+3)(x-3)$

(2) $ab(a-1)^2$

【分析】 (1) 先提公因式, 再由平方差公式因式分解即可得到答案;

(2) 先提公因式, 再由完全平方公式因式分解即可得到答案.

【详解】 (1) 解: $x^3 - 9x$

$$= x(x^2 - 9)$$

$$= x(x+3)(x-3);$$

(2) 解: $a^3b - 2a^2b + ab$

$$= ab(a^2 - 2a + 1)$$

$$= ab(a-1)^2.$$

【点睛】 本题考查因式分解, 综合运用提公因式法及公式法因式分解是解决问题的关键.

15. (2023 春·江西景德镇·七年级统考期末) 因式分解

(1) $2mx^2 - 12mx + 18m$

(2) $(a-b)^3 + 4(b-a)$

【答案】 (1) $2m(x-3)^2$

(2) $(a-b)(a-b+2)(a-b-2)$

【分析】 (1) 先提取公因式 $2m$, 再利用完全平方公式分解因式即可得;

(2) 先提取公因式 $(a-b)$, 再利用平方差公式分解因式即可得.

【详解】 (1) 解: 原式 = $2m(x^2 - 6x + 9)$

$$= 2m(x-3)^2.$$

(2) 解: 原式 = $(a-b)[(a-b)^2 - 4]$

$$= (a-b)(a-b+2)(a-b-2).$$

【点睛】 本题考查了因式分解, 熟练掌握因式分解的常用方法 (提取公因式法、公式法、十字相乘法、换元



法、分组分解法等)是解题关键.

16. (2023春·湖南怀化·七年级溆浦县第一中学校考期中)因式分解:

(1) $2mx^2 - 4mxy + 2my^2$

(2) $3a(b^2 + 9)^2 - 108ab^2$

【答案】 (1) $2m(x - y)^2$

(2) $3a(b + 3)^2(b - 3)^2$

【分析】 (1) 先提取公因式, 再利用完全平方公式进行因式分解;

(2) 先提取公因式, 再利用平方差公式、完全平方公式进行因式分解.

【详解】 (1) 解: $2mx^2 - 4mxy + 2my^2$

$$= 2m(x^2 - 2xy + y^2)$$

$$= 2m(x - y)^2$$

(2) 解: $3a(b^2 + 9)^2 - 108ab^2$

$$= 3a[(b^2 + 9)^2 - (6b)^2]$$

$$= 3a(b^2 + 6b + 9)(b^2 - 6b + 9)$$

$$= 3a(b + 3)^2(b - 3)^2$$

【点睛】 本题考查因式分解, 能够综合运用提取公因式法和公式法是解题的关键.

17. (2023春·湖南娄底·七年级统考期中)因式分解:

(1) $-5x^2y^2 + 10xy^3 - 15x^2y$;

(2) $2mn(m - n)^2 - 8m^2(n - m)^2$.

【答案】 (1) $-5xy(xy - 2y^2 + 3x)$

(2) $2m(m - n)^2(n - 4m)$

【分析】 (1) 提取公因式 $-5xy$, 即可求解;

(2) 首先利用 $(a - b)^2 = (b - a)^2$ 进行变形, 再提取公因式 $2m(m - n)^2$, 即可求解.

【详解】 (1) 解: 原式 $= -5xy(xy - 2y^2 + 3x)$;

(2) 解: 原式 $= 2mn(m - n)^2 - 8m^2(m - n)^2$

$$= 2m(m - n)^2(n - 4m).$$



【点睛】 本题主要考查了提公因式法因式分解，掌握因式分解的方法是解题的关键。

18. (2023 春·江西吉安·七年级统考期末) 因式分解:

$$(1)a^2(x-y) + b^2(y-x).$$

$$(2)(x-y)^2 - 10(x-y) + 25.$$

【答案】 (1) $(x-y)(a+b)(a-b)$

(2) $(x-y-5)^2$

【分析】 (1) 先提公因式 $(x-y)$ 得到 $(x-y)(a^2-b^2)$ ，再利用平方差公式解答即可；

(2) 根据完全平方公式得到 $[(x-y)-5]^2$ ，再去括号化简即可解答。

【详解】 (1) 解: $a^2(x-y) + b^2(y-x)$

$$= a^2(x-y) - b^2(x-y)$$

$$= (x-y)(a^2 - b^2)$$

$$= (x-y)(a+b)(a-b);$$

(2) 解: $(x-y)^2 - 10(x-y) + 25$

$$= [(x-y) - 5]^2$$

$$= (x-y-5)^2.$$

【点睛】 本题考查了因式分解: 一提公因式, 二套公式, 三检查, 完全平方公式, 平方差公式, 熟练掌握因式分解的步骤是解题的关键。

19. (2023 春·四川巴中·七年级统考期中) 因式分解:

$$(1)a^2(x-y) + 16(y-x);$$

$$(2)(x^2 + y^2)^2 - 4x^2y^2$$

【答案】 (1) $(x-y)(a+4)(a-4)$

(2) $(x+y)^2(x-y)^2$

【分析】 (1) 先提公因式 $(x-y)$ ，然后根据平方差公式进行计算即可求解；

(2) 先根据完全平方公式展开，然后根据完全平方公式与平方差公式因式分解即可求解。

【详解】 (1) 解: $a^2(x-y) + 16(y-x)$

$$= (x-y)(a^2 - 16)$$



$$= (x - y)(a + 4)(a - 4);$$

(2) 解: $(x^2 + y^2)^2 - 4x^2y^2$

$$= x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - 4x^2y^2$$

$$= (x^2 - y^2)^2$$

$$= (x + y)^2(x - y)^2.$$

【点睛】 本题考查了因式分解，掌握因式分解的方法是解题的关键。

20. (2023 春·上海青浦·七年级校考期中) 因式分解: $2ac - 6ad + bc - 3bd$.

【答案】 $(2a + b)(c - 3d)$

【分析】 先分组,然后根据提公因式法可进行求解.

【详解】 解: $2ac - 6ad + bc - 3bd$

$$= c(2a + b) - 3d(2a + b)$$

$$= (2a + b)(c - 3d);$$

【点睛】 本题主要考查因式分解的提公因式法，先分组后提取公因式是解题的关键。

21. (2023 春·上海青浦·七年级校考期中) 因式分解: $x^4 - 13x^2 + 36$.

【答案】 $(x - 2)(x + 2)(x - 3)(x + 3)$

【分析】 把 x^2 看作一个整体,这个多项式就可以化为关于 x^2 的二次三项式,常数 36 可以分解成: $36 = (-4) \times (-9)$, 其中一次项系数 $-13 = (-4) + (-9)$, 因此可以利用十字相乘法进行因式分解,然后再利用公式法继续分解彻底即可.

【详解】 解: $x^4 - 13x^2 + 36$

$$= (x^2 - 4)(x^2 - 9)$$

$$= (x - 2)(x + 2)(x - 3)(x + 3).$$

【点睛】 本题考查因式分解的方法. 因式分解时,一般先提公因式,然后再运用公式法进行因式分解. 对于一个一次项系数为 1 的二次三项式 $x^2 + mx + n$, 如果能把常数 n 分解成两个因数 a, b 的积, 并且 a, b 的和恰好等于一次项的系数 m , 那么, 这个二次三项式就可以分解为 $(x + m)(x + n)$, 即 $x^2 + mx + n = (x + m)(x + n)$. 把运用乘法公式: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$; $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$, $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ 进行因式分解的方法叫做公式法. 熟练掌握十字相乘法进行因式分解是解题的关键. 特别需要注意的是, 分解一定要彻底, 直到不能再分解为止.

22. (2023 春·江苏宿迁·七年级南师附中宿迁分校校考期中) 因式分解:



(1) $2mx^2 - 4mx + 2m$;

(2) $25(m+n)^2 - 9(m-n)^2$.

【答案】 (1) $2m(x-1)^2$

(2) $4(m+4n)(4m+n)$

【分析】 (1) 先提取公因式 $2m$ ，再利用完全平方公式继续进行分解即可得到答案；

(2) 将式子化为两个数的平方差，再运用平方差公式进行分解即可得到答案.

【详解】 (1) 解: $2mx^2 - 4mx + 2m$

$$= 2m(x^2 - 2x + 1)$$

$$= 2m(x-1)^2;$$

(2) 解: $25(m+n)^2 - 9(m-n)^2$

$$= [5(m+n)]^2 - [3(m-n)]^2$$

$$= [5(m+n) - 3(m-n)][5(m+n) + 3(m-n)]$$

$$= (5m + 5n - 3m + 3n)(5m + 5n + 3m - 3n)$$

$$= (2m + 8n)(8m + 2n)$$

$$= 4(m+4n)(4m+n).$$

【点睛】 本题考查了综合提公因式和完全平方公式进行因式分解，运用平方差公式进行因式分解，熟练掌握完全平方公式和平方差公式是解题的关键，注意分解要彻底.

23. (2023 春·湖南怀化·七年级统考期末) 因式分解:

(1) $-\frac{1}{4} + y - y^2$

(2) $(x^2 - 2y)^2 - (1 - 2y)^2$

【答案】 (1) $-\left(\frac{1}{2} - y\right)^2$

(2) $(x^2 - 4y + 1)(x - 1)(x + 1)$

【分析】 (1) 先提取公因式，再利用完全平方公式即可求解；

(2) 利用平方差公式进行因式分解，需注意每个因式分解彻底.

【详解】 (1) 解: $-\frac{1}{4} + y - y^2$



$$= - \left[\left(\frac{1}{2} \right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot y + y^2 \right]$$

$$= - \left(\frac{1}{2} - y \right)^2$$

$$(2) (x^2 - 2y)^2 - (1 - 2y)^2$$

$$= [(x^2 - 2y) + (1 - 2y)][(x^2 - 2y) - (1 - 2y)]$$

$$= (x^2 - 4y + 1)(x^2 - 1)$$

$$= (x^2 - 4y + 1)(x - 1)(x + 1)$$

【点睛】 本题主要考查提公因式法、公式法进行因式分解，熟练掌握提公因式法、公式法是解决本题的关键。

24. (2023 春·黑龙江大庆·七年级校联考期中) 因式分解

$$(1) 15a^3 + 10a^2$$

$$(2) -3ax^2 - 6axy + 3ay^2$$

【答案】 (1) $5a^2(3a + 2)$

(2) $-3a(x^2 + 2xy - y^2)$

【分析】 (1) 直接提公因式 $5a^2$ 即可；

(2) 直接提公因式 $-3a$ ，即可因式分解。

【详解】 (1) $15a^3 + 10a^2 = 5a^2(3a + 2)$ ；

$$(2) -3ax^2 - 6axy + 3ay^2$$

$$= -3a(x^2 + 2xy - y^2).$$

【点睛】 此题主要考查了提取公因式法分解因式，正确找出公因式是解题关键。

25. (2023 春·黑龙江大庆·七年级校考期中) 因式分解：

$$(1) m^3 - 4m^2 + 4m$$

$$(2) x^4 - 81$$

$$(3) 2m^3n - 6m^2n - 20mn$$

【答案】 (1) $m(m - 2)^2$ ；

(2) $(x - 3)(x + 3)(x^2 + 9)$ ；

(3) $2mn(m - 5)(m + 2)$



【分析】(1) 先提取公因式，再用完全平方公式分解即可；

(2) 根据平方差公式分解即可；

(3) 先提公因式，再用十字相乘法因式分解即可。

【详解】(1) 解： $m^3 - 4m^2 + 4m$

$$= m(m^2 - 4m + 4)$$

$$= m(m - 2)^2;$$

(2) 解： $x^4 - 81$

$$= (x^2 - 9)(x^2 + 9)$$

$$= (x - 3)(x + 3)(x^2 + 9);$$

(3) 解： $2m^3n - 6m^2n - 20mn$

$$= 2mn(m^2 - 3m - 10)$$

$$= 2mn(m - 5)(m + 2).$$

【点睛】本题主要考查了因式分解，掌握因式分解的方法是解题关键。注意一个多项式有公因式首先提取公因式，然后再用其他方法进行因式分解，同时因式分解要彻底，直到不能分解为止。

26. (2023 春·山西太原·七年级统考期末) 分解因式：

(1) $x^3y - 9y$;

(2) $(a + 1)(a - 1) - (1 + a)^2$;

(3) 利用因式分解计算： $84^2 - 28 \times 84 + 14^2$.

【答案】(1) $y(x + 3)(x - 3)$

(2) $-2(a + 1)$

(3) 4900

【分析】(1) 先提公因式，再用平方差公式分解；

(2) 提公因式后化简；

(3) 运用完全平方公式进行分解计算。

【详解】(1) 原式 = $y(x^2 - 9)$

$$= y(x + 3)(x - 3)$$

(2) 原式 = $(a + 1)[(a - 1) - (1 + a)]$



$$= (a + 1)(a - 1 - 1 - a)$$

$$= -2(a + 1)$$

$$(3) \text{ 原式} = 84^2 - 2 \times 14 \times 84 + 14^2$$

$$= (84 - 14)^2$$

$$= 70^2$$

$$= 4900$$

【点睛】 本题考查了因式分解，熟练掌握因式分解的方法是解题的关键。

27. (2023 春·广西贵港·七年级统考期末) 因式分解:

$$(1)x^3z - 4x^2yz + 4xy^2z$$

$$(2)(x^3 + 4)^2 - 16x^2$$

【答案】 (1) $xz(x - 2y)^2$

$$(2)(x^3 - 4x + 4)(x^3 + 4x + 4)$$

【分析】 (1) 先提取公因式，再利用完全平方公式分解即可；

(2) 把 $x^3 + 4$ 作为一个整体，用平方差公式分解即可。

【详解】 (1) 原式 $= xz(x^2 - 4xy + 4y^2) = xz(x - 2y)^2$;

(2) 原式 $= (x^3 + 4)^2 - (4x)^2 = (x^3 - 4x + 4)(x^3 + 4x + 4)$.

【点睛】 本题考查了整式的因式分解，掌握因式分解的提公因式法和公式法是解决本题的关键。

28. (2023 春·福建泉州·七年级校考期中) 因式分解:

$$(1)4a^2 - 16a + 16;$$

$$(2)a^2(x - y) + 16(y - x);$$

$$(3)9x^2 - 6x - y^2 - 2y;$$

$$(4)(2m^2 - m)^2 - 2(2m^2 - m) - 3.$$

【答案】 (1) $4(a - 2)^2$;

$$(2)(x - y)(a + 4)(a - 4);$$

$$(3)(3x + y)(3x - y - 2);$$

$$(4)(m + 1)(2m - 3)(2m^2 - m + 1).$$



【分析】 (1) 先提取公因式，再利用完全平方公式分解即可求解；

(2) 先进行公式变形为 $a^2(x-y) - 16(x-y)$ ，再提取公因式，最后用平方差公式分解即可；

(3) 先将原式分组为 $(9x^2 - y^2) - (6x + 2y)$ 再分别利用平方差公式和提公因式法分解，最后提公因式即可；

(4) 先利用十字相乘法进行分解，再次利用十字相乘法进行分解即可求解。

【详解】 (1) 解： $4a^2 - 16a + 16$

$$= 4(a^2 - 4a + 4)$$

$$= 4(a - 2)^2;$$

(2) 解： $a^2(x - y) + 16(y - x)$

$$= a^2(x - y) - 16(x - y)$$

$$= (x - y)(a^2 - 16)$$

$$= (x - y)(a + 4)(a - 4);$$

(3) 解： $9x^2 - 6x - y^2 - 2y$

$$= (9x^2 - y^2) - (6x + 2y)$$

$$= (3x + y)(3x - y) - 2(3x + y)$$

$$= (3x + y)(3x - y - 2)$$

(4) $(2m^2 - m)^2 - 2(2m^2 - m) - 3$

$$= (2m^2 - m - 3)(2m^2 - m + 1)$$

$$= (m + 1)(2m - 3)(2m^2 - m + 1) .$$

【点睛】 本题考查了将多项式因式分解，因式分解的一般方法是先提公因式，再利用公式法分解，如果此方法无法正常分解，一般可以利用十字相乘法或分组分解法进行因式分解，注意因式分解一定要彻底。

29. (2023 春·江西景德镇·七年级景德镇一中校考期末) 因式分解：

(1) $4(3x^2 - x - 1)(x^2 + 2x - 3) - (4x^2 + x - 4)^2$

(2) $(x^2 + 3x + 2)(4x^2 + 8x + 3) - 90$

【答案】 (1) $-(2x^2 - 3x + 2)^2$; (2) $(x - 1)(2x + 7)(2x^2 + 5x + 12)$.

【分析】 (1) 观察式子可令 $3x^2 - x - 1 = a, x^2 + 2x - 3 = b$ ，然后利用完全平方公式进行化简，最后再将 a 和 b 换成含 x 的代数式即可；

(2) 先利用十字相乘法将 $x^2 + 3x + 2$ 和 $4x^2 + 8x + 3$ 因式分解，再通过乘法的交换律得出两个式子中均含有 $2x^2 + 5x + 2$ ，用换元法可得 $t^2 + t - 90$ ，从而可利用十字相乘法分解因式，然后再将 t 换成 x，最后利



用十字相乘法分解因式即可.

【详解】(1) 令 $3x^2 - x - 1 = a, x^2 + 2x - 3 = b$, 则 $\begin{cases} 4x^2 + x - 4 = a + b \\ 2x^2 - 3x + 2 = a - b \end{cases}$

$$\text{原式} = 4ab - (a + b)^2$$

$$= 4ab - (a^2 + 2ab + b^2)$$

$$= -a^2 + 2ab - b^2$$

$$= -(a - b)^2$$

$$= -(2x^2 - 3x + 2)^2;$$

$$(2) \text{原式} = [(x + 1)(x + 2)][(2x + 1)(2x + 3)] - 90$$

$$= [(x + 1)(2x + 3)][(x + 2)(2x + 1)] - 90$$

$$= (2x^2 + 5x + 3)(2x^2 + 5x + 2) - 90$$

$$\text{令 } t = 2x^2 + 5x + 2$$

$$\text{则原式} = t(t + 1) - 90$$

$$= t^2 + t - 90$$

$$= (t - 9)(t + 10)$$

$$\text{再将 } t \text{ 换成 } 2x^2 + 5x + 2 \text{ 得: 原式} = (2x^2 + 5x + 2 - 9)(2x^2 + 5x + 2 + 10)$$

$$= (2x^2 + 5x - 7)(2x^2 + 5x + 12)$$

$$= (x - 1)(2x + 7)(2x^2 + 5x + 12).$$

【点睛】本题考查了利用完全平方公式、换元法、十字相乘法分解因式，观察多项式巧妙运用换元法是解题关键.

30. (2023 春·上海·七年级期末) 因式分解: $a^2bc + abcd + bc - ab^2 - ac^2 - c^2d$

【答案】 $(ab - c)(ac + cd - b)$

【分析】先分组分解后提取公因式即可.

【详解】 $a^2bc + abcd + bc - ab^2 - ac^2 - c^2d$

$$= abc(a + d) + b(c - ab) - c^2(a + d)$$

$$= (a + d)(abc - c^2) + b(c - ab)$$

$$= c(a + d)(ab - c) + b(c - ab)$$

$$= (ab - c)(ac + cd - b)$$

【点睛】本题考查的是分解因式，能正确的进行分组是关键.

31. (2023 春·山东烟台·七年级统考期中) 因式分解:



(1) $(x+2)(x+3) + \frac{1}{4}$

(2) $3a(x^2+4)^2 - 48ax^2$

【答案】 (1) $(x+\frac{5}{2})^2$; (2) $3a(x+2)^2(x-2)^2$

【分析】 (1) 原式整理后，利用完全平方公式分解即可；

(2) 原式提取公因式，再利用平方差公式及完全平方公式分解即可。

【详解】解：(1) 原式 $= x^2 + 5x + \frac{25}{4} = (x + \frac{5}{2})^2$;

(2) 原式 $= 3a[(x^2+4)^2 - 16x^2] = 3a(x+2)^2(x-2)^2$

【点睛】此题考查多项式的因式分解，根据多项式的特点选择恰当的分解方法是解题的关键，还需注意分解因式需分解到不能再分解为止。

32. (2023 春·甘肃天水·七年级校考期中) 因式分解:

(1) $1-x^2+2xy-y^2$

(2) $25(x+y)^2-36(x-y)^2$

【答案】 (1) $(1+x-y)(1-x+y)$; (2) $(11x-y)(-x+11y)$.

【分析】 (1) 变形为 $1-(x^2-2xy+y^2)$ ，再利用完全平方公式可变为 $1-(x-y)^2$

，最后用平方差公式分解即可；

(2) 利用平方差公式分解因式。

【详解】 (1) $1-x^2+2xy-y^2=1-(x^2-2xy+y^2)=1-(x-y)^2$

$= (1+x-y)(1-x+y)$;

(2) $25(x+y)^2-36(x-y)^2=[5(x+y)]^2-[6(x-y)]^2$

$= [5(x+y)+6(x-y)][5(x+y)-6(x-y)]$

$= (11x-y)(-x+11y)$.

故答案是：(1) $(1+x-y)(1-x+y)$; (2) $(11x-y)(-x+11y)$.

【点睛】本题考查了用公式法分解因式，关键是熟悉公式的特点，根据公式特点进行有目的的变形。

33. (2023 春·上海·七年级期中) 因式分解： $4(3x^2-x-1)(x^2+2x-3)-(4x^2+x-4)^2$

【答案】 $-(2x^2-3x+2)^2$

【分析】观察式子可发现： $(3x^2-x-1)+(x^2+2x-3)=4x^2+x-4$ ，故可设 $3x^2-x-1=A$ ， $x^2+2x-3=B$ ，将原式变为 $4AB-(A+B)^2$ 进行化简分解，最后将 A、B 替换再化简即可。



【详解】解：设 $3x^2 - x - 1 = A$, $x^2 + 2x - 3 = B$,
 则 $4x^2 + x - 4 = (3x^2 - x - 1) + (x^2 + 2x - 3) = A + B$,
 \therefore 原式 $= 4AB - (A + B)^2$
 $= 4AB - (A^2 + 2AB + B^2)$
 $= -A^2 - B^2 + 2AB$
 $= -(A - B)^2$
 $= -[(3x^2 - x - 1) - (x^2 + 2x - 3)]^2$
 $= -(2x^2 - 3x + 2)^2$.

【点睛】 本题考查因式分解，观察得出式子之间的关系是解答本题的关键.

34. (2023 春·上海·七年级期中) 因式分解：(1) $(x^2 + 3x)^2 - 2(x^2 + 3x) - 8$ (2) $x^4 - x^2 - x + 1$

【答案】 (1) $(x + 1)(x + 2)(x + 4)(x - 1)$; (2) $(x - 1)(x^3 + x^2 - 1)$.

【分析】 (1) 将 $x^2 + 3x$ 看作整体，利用十字相乘法分解为两个多项式相乘，然后再每个多项式利用十字相乘法进行分解即可；

(2) 先对前两项提公因式再运用平方差公式分解，然后把后两项看作整体，进行提公因式整理即可.

【详解】解：(1) 原式 $= (x^2 + 3x + 2)(x^2 + 3x - 4)$
 $= (x + 1)(x + 2)(x + 4)(x - 1)$;
 (2) 原式 $= x^2(x^2 - 1) - (x - 1)$
 $= x^2(x + 1)(x - 1) - (x - 1)$
 $= (x - 1)[x^2(x + 1) - 1]$
 $= (x - 1)(x^3 + x^2 - 1)$.

【点睛】 本题考查因式分解，熟练掌握提公因式法、公式法、十字相乘法是解题的关键

35. (2023 春·上海·七年级期中) 因式分解： $x^4 + 4$

【答案】 $(x^2 + 2x + 2)(x^2 - 2x + 2)$

【分析】 先构造出完全平方公式，运用完全平方公式分解，最后利用平方差公式进行分解即可.

【详解】解：原式 $= x^4 + 4x^2 + 4 - 4x^2$
 $= (x^2 + 2)^2 - 4x^2$
 $= (x^2 + 2x + 2)(x^2 - 2x + 2)$.

【点睛】 本题考查公式法分解因式，构造出完全平方公式是解答本题的关键.



36. (2023·江苏宿迁·七年级统考期中)把下列各式因式分解:

(1) $a^4 - 1$

(2) $(x+2)(x+4) + x^2 - 4$

【答案】 (1) $(a^2+1)(a+1)(a-1)$; (2) $2(x+2)(x+1)$.

【分析】 (1)利用平方差公式计算得出答案;

(2)将原式分解因式进而提取公因式得出答案.

【详解】 (1) $a^4 - 1 = (a^2 + 1)(a^2 - 1)$

$$= (a^2 + 1)(a + 1)(a - 1);$$

(2) $(x + 2)(x + 4) + x^2 - 4$

$$= (x + 2)(x + 4) + (x + 2)(x - 2)$$

$$= (x + 2)(2x + 2)$$

$$= 2(x + 2)(x + 1).$$

【点睛】 此题主要考查了公式法分解因式, 正确应用公式是解题关键.

37. (2023 春·甘肃武威·七年级校考期末) 因式分解: $a(n-1)^2 - 2a(n-1) + a$.

【答案】 $a(n-2)^2$

【详解】 试题分析: 根据题意, 先提公因式 a , 然后把 $n-1$ 看做一个整体, 利用完全平方公式分解即可.

试题解析: 原式 $= a[(n-1)^2 - 2(n-1) + 1] = a[(n-1) - 1]^2 = a(n-2)^2$

点睛: 因式分解是把一个多项式化为几个因式积的形式. 根据因式分解的一般步骤: 一提 (公因式)、二套 (平方差公式 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$, 完全平方公式 $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$)、三检查 (彻底分解).

38. (2023 春·上海·七年级专题练习) 因式分解: $(1 - x^2)(1 - y^2) - 4xy$

【答案】 $(xy - 1 - x - y)(xy - 1 + x + y)$

【分析】 先根据多项式乘以多项式的运算法则求解, 再分组, 利用完全平方公式及平方差公式因式分解即可得到结论.

【详解】 解: $(1 - x^2)(1 - y^2) - 4xy$

$$= 1 - y^2 - x^2 + x^2y^2 - 4xy$$

$$= (x^2y^2 - 2xy + 1) - (x^2 + 2xy + y^2)$$

$$= (xy - 1)^2 - (x + y)^2$$

$$= (xy - 1 - x - y)(xy - 1 + x + y).$$



【点睛】 本题考查因式分解，涉及到整式乘法运算、分组分解因式和公式法分解因式，根据代数式结构特征准确分组，熟练掌握完全平方公式及平方差公式是解决问题的关键。

39. (2023·全国·七年级专题练习) 因式分解： $(x^2 - 3x - 24)(x^2 - 24) - 10x^2$

【答案】 $(x + 3)(x - 8)(x - 4)(x + 6)$

【分析】 先把式子化成 $(x^2 - 24)^2 - 3x(x^2 - 24) - 10x^2$ ，再运用十字相乘法分解因式即可。

【详解】 解：原式 $= (x^2 - 24)^2 - 3x(x^2 - 24) - 10x^2$

$$= (x^2 - 24 - 5x)(x^2 - 24 + 2x)$$

$$= (x^2 - 5x - 24)(x^2 + 2x - 24)$$

$$= (x + 3)(x - 8)(x - 4)(x + 6)$$

【点睛】 此题考查了因式分解，解题的关键是学会用十字相乘法进行因式分解。

40. (2023 春·全国·七年级专题练习) 因式分解：

(1) $2(x^2 + 6x + 1)^2 + 5(x^2 + 1)(x^2 + 6x + 1) + 2(x^2 + 1)^2$

(2) $x^2(y - z)^3 + y^2(z - x)^3 + z^2(x - y)^3$

【答案】 (1) $9(x^2 + 4x + 1)(x + 1)^2$

(2) $(x - y)(y - z)(z - x)(xy + yz + zx)$

【分析】 (1) 先将 $x^2 + 6x + 1$ 和 $x^2 + 1$ 分别看作一个整体，利用十字相乘法因式分解，再利用提公因式法因式分解，最后利用公式法中的完全平方公式因式分解；

(2) 原式是关于 x, y, z 的轮换式，若将原式视为关于 x 的多项式，则当 $x=y$ 时，原式=0，故原式含有因子 $x - y$ ，又因为原式是关于 x, y, z 的轮换对称式，故原式还含因子 $y - z, z - x$ ，又因为原式为 x, y, z 的五次式，因此可以设 $x^2(y - z)^3 + y^2(z - x)^3 + z^2(x - y)^3 = (x - y)(y - z)(z - x)[A(x^2 + y^2 + z^2) + B(xy + yz + zx)]$ ，利用待定系数法即可求解。

【详解】 (1) 解： $2(x^2 + 6x + 1)^2 + 5(x^2 + 1)(x^2 + 6x + 1) + 2(x^2 + 1)^2$

$$= (2x^2 + 12x + 2 + x^2 + 1)(x^2 + 6x + 1 + 2x^2 + 2)$$

$$= 9(x^2 + 4x + 1)(x^2 + 2x + 1)$$

$$= 9(x^2 + 4x + 1)(x + 1)^2$$

(2) 解：当 $x = y$ 时，原式等于0，故原式含有因子 $x - y$ ，

又因为原式是关于 x, y, z 的轮换对称式，故原式还含因子 $y - z, z - x$ ，



又因为原式为 x, y, z 的五次式, 故可设 $x^2(y-z)^3 + y^2(z-x)^3 + z^2(x-y)^3 = (x-y)(y-z)(z-x)[A(x^2 + y^2 + z^2) + B(xy + yz + zx)]$

令 $x = -1, y = 0, z = 1$ 得 $2A - B = -1$,

令 $x = 0, y = 1, z = 2$ 得 $5A + 2B = 2$,

解得 $A = 0, B = 1$,

所以 $x^2(y-z)^3 + y^2(z-x)^3 + z^2(x-y)^3 = (x-y)(y-z)(z-x)(xy + yz + zx)$.

【点睛】 本题主要考查了十字相乘法、提公因式法、公式法以及待定系数法, 熟练掌握和运用这些方法因式分解是解题的关键.