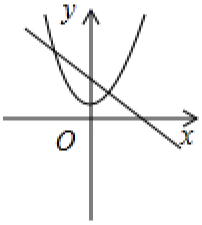
2022-2023 学年九年级下册数学检测卷

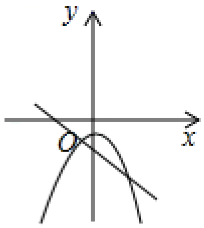
第 5 章《二次函数》

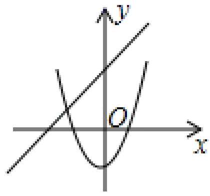
姓名：_________ 班级：_________ 学号：_________

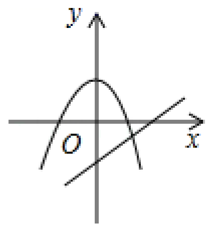
一、单选题（共 24 分）

1．（3 分）在同一平面直角坐标系中，函数 $y=ax^2+b$ 与 $y=ax+2b$（$ab\neq0$）的图象大致如图（　　）

A．

B．

C．

D．

2．（3 分）二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图象上有两点 $(3,-8)$ 和 $(-5,-8)$，则此抛物线的对称轴是直线（　　）

A．$x=4$　　B．$x=3$　　C．$x=-5$　　D．$x=-1$

3．（3 分）将抛物线 $y=5x^2$ 向左平移 2 个单位，再向下平移 3 个单位，得到的抛物线是（　　）

A．$y=5(x+2)^2+3$　　B．$y=5(x+2)^2-3$

C．$y=5(x-2)^2+3$　　D．$y=5(x-2)^2-3$

4．（3 分）在平面直角坐标系中，抛物线 $y=x^2-2mx+m^2+2m+1$ 的顶点一定不在（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

5．（3 分）苏州市"东方之门"是由两栋超高层建筑组成的双塔连体建筑，"门"的造型是东方之门的立意基础，"门"的内侧曲线呈抛物线型，如图 1，两栋建筑第八层由一条长 60m 的连桥连接，在该抛物线两侧距连桥 150m 处各有一窗户，两窗户的水平距离为 30m，如图 2，则此抛物线顶端 O 到连桥 AB 距离为（　　）

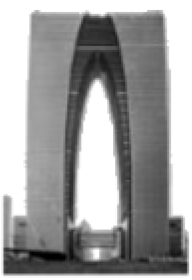


图1

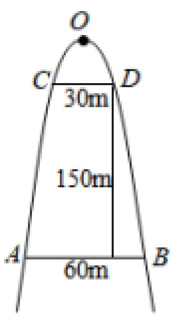


图2

A．180m　　B．200m　　C．220m　　D．240m

6．（3 分）抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 上部分点的横坐标 x，纵坐标 y 的对应值如下表：

x	…	-2	-1	0	1	2	…
y	…	0	4	6	6	4	…

从上表可知，下列说法正确的个数是（　　）

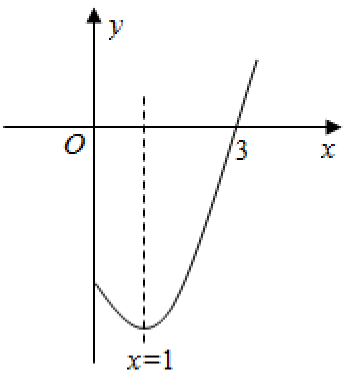
①抛物线与 x 轴的一个交点为 $(-2,0)$　　②抛物线与 y 轴的交点为 $(0,6)$

③抛物线的对称轴是：直线 $x=1$　　④在对称轴左侧 y 随 x 的增大而增大

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

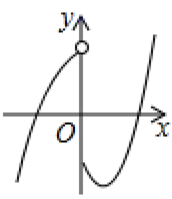
7．（3分）如图所示是函数 $y=ax^2+bx+c\,(a\neq 0)$ 的部分图象，与 x 轴交于点 $(3,0)$，对称轴是直线 $x=1$．下列结论：

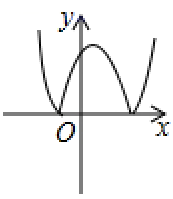
（1）$abc>0$；（2）$a-b+c=0$；（3）当 $-1<x<3$ 时，$y<0$；（4）$am^2+bm\geq a+b$，（m 为任意实数）．其中正确结论的个数有（　　）

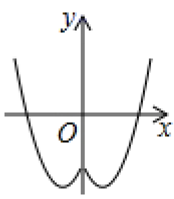


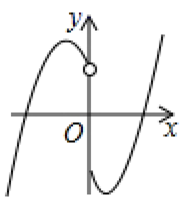
A．1个　　B．2个　　C．3个　　D．4个

8．（3分）在平面直角坐标系 xOy 中，对于点 $P(x,y)$ 和 $Q(x,y')$，给出如下定义：若 $y'=\begin{cases} y\,(x<0) \\ -y\,(x\geq 0)\end{cases}$，则称点 Q 为点 P 的“可控变点”．例如：点 $(1,2)$ 的“可控变点”为点 $(1,-2)$，点 $(-1,3)$ 的“可控变点”为点 $(-1,3)$．若点 P 在函数 $y=-x^2+2x+3$ 的图象上，则其“可控变点” Q 的纵坐标 y' 关于 x 的函数图象大致正确的是（　　）

A．

B．

C．

D．

二、填空题（共30分）

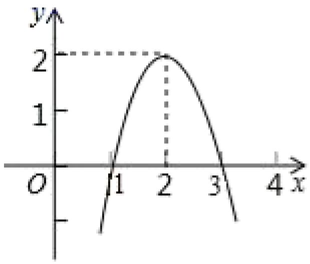
9．（3分）用配方法把二次函数 y＝－x²－2x+4 化为 y＝a（x－h）²+k 的形式为______．

10．（3分）已知，二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c$ 的部分对应值如下表，则 $f(-3)=$_____．

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	5	0	-3	-4	-3	0	5	12

11．（3 分）已知函数 $y=(k-3)x^2+2x+1$ 的图象与 x 轴有交点，则 k的取值范围为______．

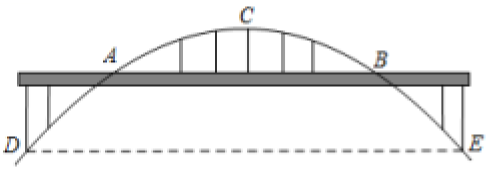
12．（3 分）二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的图象如图所示，请直接写出不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集_____．



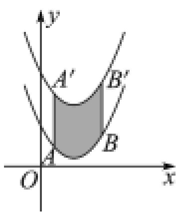
13．（3 分）已知函数 $y=-x^2+2x+1$，当 $-1\leq x\leq a$ 时，函数的最大值是 2，则实数 a 的取值范围是_____．

14．（3 分）若抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与直线 $y=4$ 的公共点的坐标是（1，4），（5，4），则这条抛物线的对称轴是直线____________．

15．（3 分）如图是某地一座抛物线形拱桥，桥拱在竖直平面内，与水平桥面相交于 A，B 两点，拱桥最高点 C 到 AB 的距离为 $8m$，$AB=24\text{ m}$，D，E 为拱桥底部的两点，且 $DE//AB$，若 DE 的长为 $36m$，则点 E 到直线 AB 的距离为______．



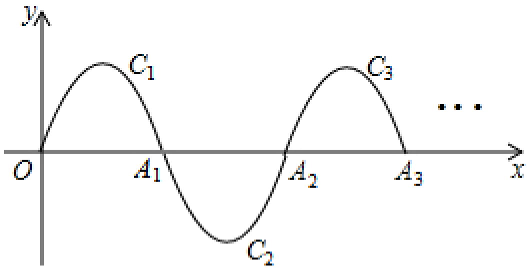
16．（3 分）如图，将函数 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2+1$ 的图象沿 y 轴向上平移得到一条新函数的图象，其中点 A（1，m），B（4，n）平移后的对应点分别为点 A′，B′，若曲线段 AB 扫过的面积为 9（图中的阴影部分），则新图象的函数表达式是__________.



17．（3 分）在平面直角坐标系 xOy 中，若点 P 的横坐标和纵坐标相等，则称点 P 为完美点．已知二次函数 $y=ax^2+4x+c$（$a\neq0$）的图象上有且只有一个完美点（$\frac{3}{2}$，$\frac{3}{2}$），且当 $0\leq x\leq m$ 时，函数 $y=ax^2+4x+c-\frac{3}{4}$（$a\neq0$）的最小值为 -3，最大值为 1，则 m 的取值范围是_______ ．

18．（3 分）如图，一段抛物线 $y=-x^2+4x$（$0\leq x\leq4$），记为 C_1，它与 x 轴交于点 O、A_1；将 C_1 绕点 A_1 旋转 180°得 C_2，交 x 轴于点 A_2；将 C_2 绕点 A_2 旋转 180°得 C_3，交 x 轴于点 A_3… 如此进行下去，直

至得抛物线 C_{2021}．若点 P（m，3）在第 2021 段抛物线 C_{2021}上，则 m=___．

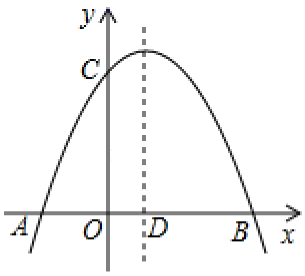


三、解答题（共 96 分）

19．（10 分）如图，在平面直角坐标系中，抛物线与 x 轴交于点 A、B（点 A 在点 B 的左侧），与 y 轴交于点 C（0，4），顶点为（1，5）．

（1）求该抛物线的函数关系式；

（2）连接 AC、BC，求△ABC 的面积．



20．（10 分）小明同学在用描点法画二次函数 $y=a(x-1)^2+k$ 图象时，由于粗心，他算错了一个 y 值，列出了下面表格：

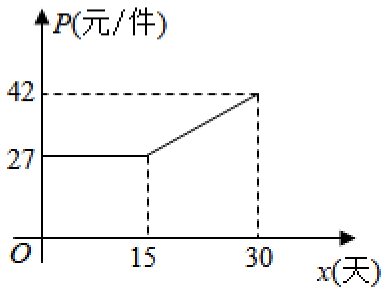
x	…	－1	0	1	2	3	…
$y=ax^2+bx+c$	…	5	3	2	3	6	…

（1）请指出这个错误的 y 值，并说明理由；

（2）若点 M（m，y_1），N（m+4，y_2）在二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 图象上，且 m>1，试比较 y_1 与 y_2 的大小．

21．（10 分）某企业接到一批电子产品的生产任务，按要求在 30 天内完成，约定这批电子产品的出厂价为每件 70 元．该企业第 x 天生产的电子产品数量为 y 件，y 与 x 满足如下关系式：

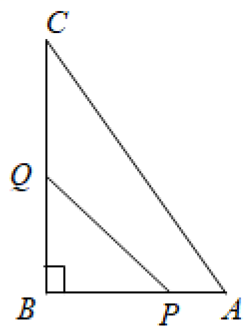
$$y=\begin{cases}20x(0\le x\le 10),\\10x+200(10<x\le 30).\end{cases}$$



（1）求该企业第几天生产的电子产品数量为 400 件；

（2）设第 x 天每件电子产品的成本是P元，P 与 x 之间的关系可用下图中的函数图像来表示．若该企业第 x 天创造的利润为 w 元，求 w 与 x 之间的函数表达式，并求出第几天的利润最大？最大值是多少元？

22．（10 分）如图，在$\triangle ABC$中，$\angle B=90°$，$AB=6cm$，$BC=8cm$，点 P 从 A 点开始沿 AB 边向点 B 以 $1cm$/秒的速度移动，同时点 Q 从 B 点开始沿 BC 边向点 C 以 $2cm$/秒的速度移动，且当其中一点到达终点时，另一个点随之停止移动．



（1）P，Q 两点出发 2 秒后，$\triangle PBQ$ 的面积是多少？

（2）设 P，Q 两点同时出发移动的时间为 t 秒，$\triangle PBQ$ 的面积为 Scm^2，请写出 S 与 t 的函数关系式，并求出$\triangle PBQ$ 面积的最大值．

23．（10 分）已知抛物线$y=x^2-2x-m$与x轴有两个交点A和B，与y轴交于点C，顶点为点D．

（1）求m的取值范围；

（2）若$AB=6$，求m的值；

（3）若 $m=1$，点 P 在抛物线上，且△PDC 是直角三角形，直接写出点 P 的坐标．

24．（10 分）国庆期间，某商场销售一种商品，进货价为 20 元/件，当售价为 24 元/件时，每天的销售量为 200 件，在销售的过程中发现：销售单价每上涨 1 元，每天的销量就减少 10 件．设销售单价为 x（元/件）（$x\geq24$），每天销售利润为 y（元）．

（1）直接写出 y 与 x 的函数关系式为：_____；

（2）若要使每天销售利润为 1400 元，求此时的销售单价；

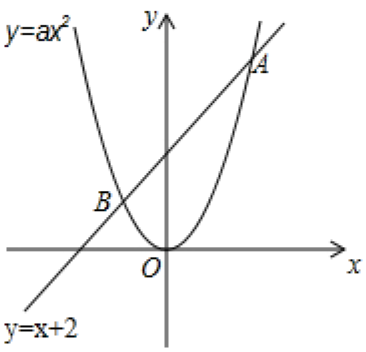
（3）若每件小商品的售价不超过 36 元，求该商场每天销售此商品的最大利润．

25．（12 分）已知二次函数 $y=ax^2$ 的图象与直线 $y=x+2$ 交于点（2，m）

（1）判 $y=ax^2$ 的图象的开口方向，并说出此抛物线的对称轴、顶点坐标以及当 $x>0$ 时，y 的值随 x 值的增大而变化的情况；

（2）设直线 $y=x+2$ 与抛物线 $y=ax^2$ 的交点分别为 A、B．如图所示，试确定 A、B 两点的坐标；

（3）连接 OA、OB，求△AOB 的面积．



26．（12分）在平面直角坐标系 xOy 中，对于点 P（x，y）和 Q（x，y'），给出如下定义：

若 $y'=\begin{cases}y(x\geq 0)\\-y(x<0)\end{cases}$，则称点 Q 为点 P 的"可控变点"．

例如：点（1，2）的"可控变点"为点（1，2），点（−1，3）的"可控变点"为点（−1，−3）．

（1）点（−5，−2）的"可控变点"坐标为______；

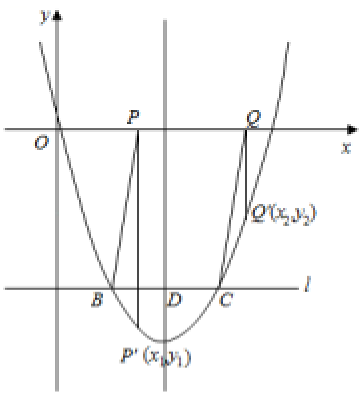
（2）若点 P 在函数 $y=-x^2+16$ 的图象上，其"可控变点"Q 的纵坐标 y' 是 7，求"可控变点"Q 的横坐标；

（3）若点 P 在函数 $y=-x^2+16(-5\leq x\leq a)$ 的图象上，其"可控变点"Q 的纵坐标 y' 的取值范围是 $-16\leq y'\leq 16$，直接写出实数 a 的值．

27．（12分）如图，二次函数 $y=x^2+bx$ 的图象与 x 轴正半轴交于点 A，平行于 x 轴的直线 l 与该抛物线交于 B、C 两点（点 B 位于点 C 左侧），与抛物线对称轴交于点 $D(2,-3)$．

（1）求 b 的值；

（2）设 P、Q 是 x 轴上的点（点 P 位于点 Q 左侧），四边形 $PBCQ$ 为平行四边形．过点 P、Q 分别作 x 轴的垂线，与抛物线交于点 $P'(x_1,\ y_1)$、$Q'(x_2,\ y_2)$．若 $|y_1-y_2|=3$，求 x_1、x_2 的值．



参考答案

1．B

【分析】根据每一选项中 a、b 的符号是否相符，逐一判断．

【详解】

解：A、由抛物线可知，$a>0$，由直线可知，$a<0$，故本选项错误；

B、由抛物线可知，$a<0$，$b<0$，由直线可知，$a<0$，$b<0$，故本选项正确；

C、由抛物线可知 $a>0$，$b<0$，由直线可知 $a>0$，$b>0$，故本选项错误；

D、由抛物线可知，$a<0$，$b>0$，由直线可知，$a>0$，$b<0$，故本选项错误．

故选：B．

【点睛】

本题考查了一次函数和二次函数的图象．解答该题时，一定要熟记一次函数、二次函数的图象的性质．

2．D

【分析】利用二次函数的对称性可求得对称轴．

【详解】

解：两点（3，-8）和（-5，-8）关于对称轴对称，

对称轴 $x=\frac{-5+3}{2}=-1$，

则此抛物线的对称轴是直线 $x=-1$．

故选：D．

【点睛】

本题考查了二次函数的性质，解题的关键是注意二次函数关于对称轴左右对称．

3．B

【分析】

先确定抛物线 $y=-5x^2$ 的顶点坐标为（0，0），再根据点平移的规律得到点（0，0）平移后得到点的坐标为（-2，-3），然后根据顶点式写出平移后的抛物线解析式．

【详解】

解：抛物线 $y=-5x^2$ 的顶点坐标为（0，0），把点（0，0）向左平移 2 个单位，再向下平移 3 个单位得到点的坐标为（-2，-3），

所以平移后的抛物线解析式为 $y=-5(x+2)^2-3$．

故选：B．

【点睛】

本题考查了二次函数图象与几何变换：由于抛物线平移后的形状不变，故 a 不变，所以求平移后的抛物线解析式通常可利用两种方法：一是求出原抛物线上任意两点平移后的坐标，利用待定系数法求出解析式；二是只考虑平移后的顶点坐标，即可求出解析式．

4．D

【分析】

把函数解析式整理成顶点式形式，再根据 m 的取值范围，分类讨论，即可判断顶点所在的象限．

【详解】

解：（1）∵ $y=x^2-2mx+m^2+2m+1=(x-m)^2+2m+1$，

∴顶点坐标为 $(m,2m+1)$

∴当 $m<-\frac{1}{2}$ 时，$m<0$，$2m+1<0$，顶点在第三象限；

当 $-\frac{1}{2}<m<0$ 时，$m<0$，$2m+1>0$，顶点在第二象限；

当 $m>0$ 时，$m>0$，$2m+1>0$，顶点在第一象限；

综上所述，抛物线 $y=x^2-2mx+m^2+2m+1$ 的顶点一定不在第四象限，

故选：D．

【点睛】

本题考察了二次函数解析式的转化，坐标轴上点的性质，熟悉相关性质是解题的关键．

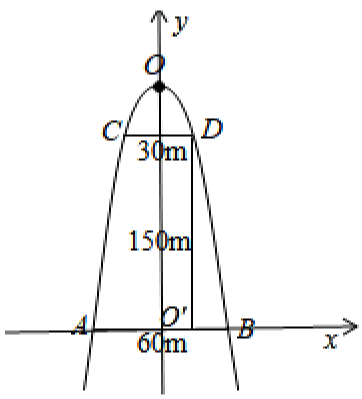
5．B

【分析】

以 AB 所在的直线为 x 轴，以线段 AB 的垂直平分线所在的直线为 y 轴建立平面直角坐标系，用待定系数法求得抛物线的解析式，则可知顶点 O 的坐标，从而可得此抛物线顶端 O 到连桥 AB 距离．

【详解】

解：以 AB 所在的直线为 x 轴，以线段 AB 的垂直平分线所在的直线为 y 轴建立平面直角坐标系：



$\therefore A(-30,0)$，$B(30,0)$，$D(15,150)$，

设抛物线的解析式为 $y=a(x+30)(x-30)$，将 $(15,150)$ 代入，得：

$150=a(15+30)(15-30)$，

解得：$a=-\frac{2}{9}$，

$\therefore y=-\frac{2}{9}(x+30)(x-30)$

$=-\frac{2}{9}x^2+200$，

$\therefore$ 抛物线顶端 O 的坐标为 $(0,200)$，

$\therefore$ 此抛物线顶端 O 到连桥 AB 距离为 $200m$．

故选：B．

【点睛】

本题考查了二次函数在实际问题中的应用，数形结合、熟练掌握待定系数法是解题的关键．

6．C

【分析】

根据表格中信息，可得点 $(-2,0)$，$(0,6)$ 在抛物线上，从而得到①②正确；又有当 $x=-1$ 时，$y=4$，当 $x=2$ 时，$y=4$，可得抛物线的对称轴为 $x=\frac{1}{2}$，故③错误；根据 $-1<0$，得到抛物线开口向下，可判断④正确；即可求解．

【详解】

解：根据表格中信息，得：

当 $x=-2$ 时，$y=0$，当 $x=0$ 时，$y=6$，

∴点 $(-2,0)$，$(0,6)$ 在抛物线上，故①②正确；

根据表格中信息，得：

当 $x=-1$ 时，$y=4$，

当 $x=2$ 时，$y=4$，

∴抛物线的对称轴为 $x=\frac{-1+2}{2}=\frac{1}{2}$，故③错误；

∵ $-1<0$，

∴抛物线开口向下，

∴在对称轴左侧 y 随 x 的增大而增大，故④正确；

所以正确的有①②④，共 3 个．

故选：C．

【点睛】

此题主要考查了抛物线与坐标轴的交点坐标与自变量和的函数值的对应关系，也考查了利用自变量和对应的函数值确定抛物线的对称轴和增减性，熟练掌握相关知识点是解题的关键．

7．D

【分析】

先求出抛物线与x轴的另一交点（-1，0），确定$a>0$，$b<0$，$c<0$符号，由符号法则可判断（1）正确；利用当$x=-1$时的函数值可判断（2）正确；由$-1<x<3$时，抛物线图像在x轴下方可判断（3）正确；当$x=1$时，抛物线取最小值$y=a+b+c$，利用函数图像上任意一点的函数值$am^2+bm+c\geq a+b+c$可判断（4）正确即可．

【详解】

解：∵与x轴交于点$(3,0)$，对称轴是直线$x=1$，

设与x轴另一交点为（n,0），

$\therefore \frac{3+n}{2}=1$，

解得$n=-1$，

∴另一交点为（-1，0），

抛物线开口向上，$a>0$；对称轴在y轴右侧，$b<0$，抛物线与y轴交点在x轴下方，则$c<0$，

$\therefore abc>0$，故（1）正确；

当$x=-1$时，$y=a-b+c=0$，故（2）正确；

当$-1<x<3$时，抛物线图象在x轴下方，即当$-1<x<3$时，$y<0$，故（3）正确；

当$x=1$时，抛物线取最小值$=a+b+c$

设函数图像上任意一点的横坐标为m，

其函数值$am^2+bm+c\geq a+b+c$，整理得$am^2+bm\geq a+b$，故（4）正确

其中正确结论的个数有4个

故选择D．

【点睛】

本题考查抛物线的符号，函数值，不等式问题，掌握抛物线的性质是解题关键．

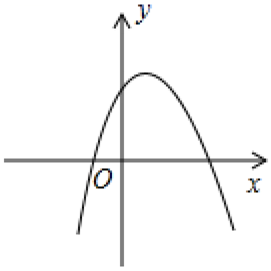
8．A

【分析】

画出函数$y=-x^2+2x+3$的图象，根据“可控变点”的定义找出y'关于x的函数图象，由此即可得出结论．

【详解】

解：画出函数 $y=-x^2+2x+3$ 的图象，如图所示．



将 y 轴右侧的图象关于 x 轴颠倒过来，即可得出 y' 关于 x 的函数图象．

故选：A．

【点睛】

本题考查了二次函数图象上点的坐标特征，解题的关键是理解“可控变点”的定义．本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，根据二次函数图象的变换找出图形是关键．

9．$y=-(x+1)^2+5$．

【解析】

【分析】

直接利用配方法表示出顶点式即可．

【详解】

解：∵$y=-x^2-2x+4$

$=-(x^2+2x)+4$

$=-(x+1)^2+5$．

故答案为：$y=-(x+1)^2+5$．

【点睛】

此题主要考查二次函数的三种形式，正确配方法是解题关键．

10．12.

【分析】

根据二次函数的对称性结合表格数据可知，$x=-3$ 时的函数值与 $x=5$ 时的函数值相同．

【详解】

由表格可知，$f(-3)=f(5)=12$．

故答案是：12．

【点睛】

考查了二次函数的性质，主要利用了二次函数的对称性，理解图表并准确获取信息是解题的关键．

11．$k\leq4$

【分析】

分为两种情况：①当 $k-3\neq0$ 时，（$k-3$）$x^2+2x+1=0$，求出$\Delta=b^2-4ac=-4k+16\geq0$ 的解集即可；②当 $k-3=0$ 时，得到一次函数 $y=2x+1$，与 x 轴有交点；即可得到答案．

【详解】

解：①当 $k-3\neq0$ 时，（$k-3$）$x^2+2x+1=0$，

$\Delta=b^2-4ac=2^2-4$（$k-3$）$\times1=-4k+16\geq0$，

解得：$k\leq4$；

②当 $k-3=0$ 时，$y=2x+1$，与 x 轴有交点；

故 k 的取值范围是 $k\leq4$，

故答案为：$k\leq4$．

【点睛】

本题主要考查对抛物线与 x 轴的交点，根的判别式，一次函数的性质等知识点的理解和掌握，能进行分类求出每种情况的 k 是解此题的关键．

12．$1<x<3$

【解析】

【分析】

直接写出抛物线在 x 轴上方所对应的自变量的范围即可．

【详解】

解：不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集为 $1<x<3$．

故答案为 $1<x<3$．

【点睛】

本题考查了二次函数与不等式（组）：对于二次函数 $y=ax^2+bx+c$（a、b、c 是常数，$a\neq0$）与不等式的关系，利用两个函数图象在直角坐标系中的上下位置关系求自变量的取值范围，可作图利用交点直观求解，也可把两个函数解析式列成不等式求解．

13．$a\geq1$

【解析】

【分析】

结合函数 $y=-x^2+2x+1$ 的图象和性质，及已知中当 $-1\leq x\leq a$ 时函数的最大值是 2，可得实数 a 的取值范围．

【详解】

解：函数 $y=-(x-1)^2+2$ 的图象是开口朝下且以 $x=1$ 为对称轴的抛物线，

当且仅当 $x=1$ 时，函数取最大值 2，

∵函数$y=-x^2+2x+1$，当$-1\le x\le a$时，函数的最大值是2，

∴$a\ge 1$，

故答案为$a\ge 1$

【点睛】

本题考查的知识点是二次函数的图象和性质，熟练掌握二次函数的图象和性质，是解答的关键．

14．$x=3$

【分析】

因为点（1，4），（5，4）的纵坐标都为4，所以可判定是一对对称点，把两点的横坐标代入公式$x=\frac{x_1+x_2}{2}$求解即可．

【详解】

解：抛物线$y=ax^2+bx+c$与直线$y=4$的公共点的坐标是（1，4），（5，4），

∴两交点关于抛物线的对称轴对称，

则此抛物线的对称轴是直线$x=\frac{1+5}{2}=3$，即x=3．

故答案为：3．

【点睛】

本题考查抛物线与x轴的平行线交点问题．掌握抛物线的性质，会利用关于对称轴对称的两点坐标求对称轴是解题关键．

15．10m

【分析】

以C为坐标原点建立如图所示的平面直角坐标系，求出点B坐标，设该抛物线的表达式为$y=ax^2$，代入点B坐标求出解析式，进而求得点E坐标，即可求解．

【详解】

解：根据题意，以C为坐标原点建立如图所示的平面直角坐标系，则B（12，－8），

设该抛物线的表达式为$y=ax^2$，

将B（12，－8）代入，得：$-8=a\cdot 12^2$，

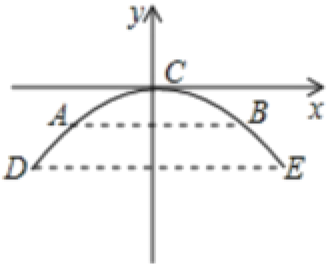
解得：$a=-\frac{1}{18}$，

∴该抛物线的表达式为$y=-\frac{1}{18}x^2$，

当$x=18$时，$y=-\frac{1}{18}\times 18^2=-18$，∴$E$（18，－18），

∴点E到直线AB的距离为$-8-(-18)=10$m，

故答案为：10m．



【点睛】

本题考查二次函数的应用、求二次函数的解析式式，建立适当的平面直角坐标系，借助二次函数数学模型解决实际问题是解答的关键．

16．$y=\frac{1}{2}(x-2)^2+4$

【分析】

先根据二次函数图象上点的坐标特征求出 A、B 两点的坐标，再过 A 作 AC∥x 轴，交 B′B 的延长线于点 C，则 C（4，$1\frac{1}{2}$），AC=4-1=3，根据平移的性质以及曲线段 AB 扫过的面积为 9（图中的阴影部分），得出 AA′=3，然后根据平移规律即可求解．

【详解】

∵函数 $y=\frac{1}{2}$（x-2）^{2}+1 的图象过点 A（1，m），B（4，n），

∴$m=\frac{1}{2}$（1-2）^{2}+1=$1\frac{1}{2}$，$n=\frac{1}{2}$（4-2）^{2}+1=3，

∴A（1，$1\frac{1}{2}$），B（4，3），

过 A 作 AC∥x 轴，交 B′B 的延长线于点 C，则 C（4，$1\frac{1}{2}$），

∴AC=4-1=3，

∵曲线段 AB 扫过的面积为 9（图中的阴影部分），

∴AC•AA′=3AA′=9，

∴AA′=3，

即将函数 $y=\frac{1}{2}$（x-2）^{2}+1 的图象沿 y 轴向上平移 3 个单位长度得到一条新函数的图象，

∴新图象的函数表达式是 $y=\frac{1}{2}$（x-2）^{2}+4．

故答案是：$y=\frac{1}{2}$（x-2）^{2}+4.

【点睛】

考查了二次函数图象与几何变换以及平行四边形面积求法等知识，根据已知得出 AA′是解题关键．

17．$2\le m\le 4$

【分析】

根据完美点的概念令 $ax^2+4x+c=x$，即 $ax^2+3x+c=0$，由题意，$\triangle=3^2-4ac=0$，即 $4ac=9$，方程的根为 $\frac{-3}{2a}=\frac{3}{2}$，从而求得 $a=-1$，$c=-\frac{9}{4}$，所以函数 $y=ax^2+4x+c-\frac{3}{4}=-x^2+4x-3$，根据函数解析式求得顶点坐标与纵坐标的交点坐标，根据 y 的取值，即可确定 x 的取值范围．

【详解】

解：令 $ax^2+4x+c=x$，即 $ax^2+3x+c=0$，

由题意，$\triangle=3^2-4ac=0$，即 $4ac=9$，

又方程的根为 $\frac{-3}{2a}=\frac{3}{2}$，

解得 $a=-1$，$c=-\frac{9}{4}$，

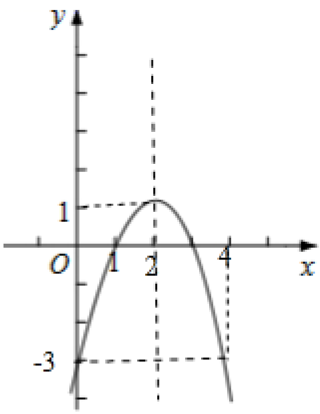
故函数 $y=ax^2+4x+c-\frac{3}{4}=-x^2+4x-3$，

如图，该函数图象顶点为（2，1），与 y 轴交点为（0，－3），由对称性，该函数图象也经过点（4，－3）．

由于函数图象在对称轴 $x=2$ 左侧 y 随 x 的增大而增大，在对称轴右侧 y 随 x 的增大而减小，且当 $0\le x\le m$ 时，函数 $y=-x^2+4x-3$ 的最小值为－3，最大值为 1，

$\therefore 2\le m\le 4$，

故答案为：$2\le m\le 4$．



【点睛】

本题考查了二次函数的图像与性质以及二次函数与一元二次方程之间的关系，解决本题的关键是能利用解一元二次方程求出二次函数的解析式，能利用二次函数图像的增减性求出自变量的取值范围，本题对学生的数形结合的能力有一定的要求．

18．8081 或 8083

【分析】

先利用抛物线与x轴的交点问题得到$OA_1=4$，利用旋转的性质得到$OA_2=2\times4=8$，同理可得：$OA_3=3\times4=12$，依次规律得到$OA_{2021}=2021\times4=8084$，抛物线$C_{2021}$可看成抛物线$y=-x^2+4x(0\le x\le4)$向右平移8080个单位长度得到的，确定抛物线$y=-x^2+4x(0\le x\le4)$上点$(1,3)$和点$(3,3)$向右平移8084个单位所得到的坐标为$(8081,3)$，$(8083,3)$，由此得到答案.

【详解】

解：$\because y=-x^2+4x=-x(x-4)(0\le x\le4)$，

$\therefore$ 图象与x轴交点坐标为$(0,0)$，$(4,0)$，

$\therefore OA_1=4$，

将C_1绕点A_1旋转$180°$得到C_2，交x轴于点A_2，

$\therefore OA_2=2\times4=8$，

同理可得：$OA_3=3\times4=12$，

…，

$\therefore OA_{2021}=2021\times4=8084$，

由题意可知：抛物线C_{2021}可看成抛物线$y=-x^2+4x(0\le x\le4)$向右平移8080个单位长度得到的，

令$-x^2+4x=3$，

解得$x=1$或$x=3$，

$\therefore$ 点$(1,3)$和点$(3,3)$向右平移8080个单位所得到的坐标为$(8081,3)$，$(8083,3)$，

$\therefore m$的值为8081或8083.

故答案为：8081或8083.

【点睛】

此题考查抛物线与几何变换，抛物线与x轴交点坐标，抛物线上特殊点的坐标，旋转的性质，平移的性质，图形的变换规律，正确确定抛物线的平移规律是解题的关键.

19．（1）$y=-(x-1)^2+5$；（2）$4\sqrt{5}$

【分析】

（1）由条件直接设出抛物线的顶点式$y=a(x-1)^2+5$，把C点的坐标代入解析式就可以求出a值，从而求出解析式；

（2）连接AC、BC，利用解析式求出A、B的坐标，从而求出AB的值，由三角形的面积公式就可以求出△ABC的面积．

【详解】

解：（1）设抛物线的解析式为$y=a(x-1)^2+5$，

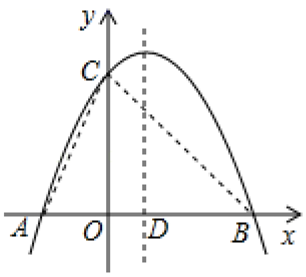
把C（0，4）代入$y=a(x-1)^2+5$中得：

$4=a+5$，

$\therefore a=-1$，

$\therefore$抛物线的解析式为：$y=-(x-1)^2+5$；

（2）如图所示：



连接AC、BC，

$\because$抛物线的解析式为$y=-(x-1)^2+5$，

$\therefore$当$y=0$时，则$0=-(x-1)^2+5$，

$\therefore x_1=\sqrt{5}+1$，$x_2=-\sqrt{5}+1$，

$\therefore A(-\sqrt{5}+1,0)$，$B(\sqrt{5}+1,0)$，

$\therefore AB=2\sqrt{5}$，

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times4=4\sqrt{5}$．

【点睛】

本题考查二次函数综合题，设计了抛物线的顶点式以及三角形面积的求法，熟练掌握待定系数法和x轴交点的求法是解题的关键．

20．（1）5，理由见解析；（2）$y_1<y_2$

【分析】

（1）先根据待定系数法求解析式，再根据二次函数图象关于对称轴对称，进而判断错误的值；

（2）根据二次函数的性质判断即可．

【详解】

（1）根据二次函数图象关于对称轴对称，

由 $(0,3),(1,2),(2,3)$ 在函数图象上，将 $(0,3),(1,2),(2,3)$ 代入 $y=ax^2+bx+c$

得 $\begin{cases} c=3 \\ a+b+c=2 \\ 4a+2b+c=3 \end{cases}$

解得 $\begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=3 \end{cases}$

$\therefore$ 函数解析式为 $y=x^2-2x+3$

$\because y=a(x-1)^2+k$

$\therefore$ 对称轴为 $x=1$

可知 $x=-1$ 时，$y=6$，故这个错误的 y 值为 5；

（2）$\because$ 点 M（m，y_1），N（$m+4$，y_2）在二次函数 $y=x^2-2x+3$ 图象上，且 $m>1$，

$1<m<m+4$

二次函数 $y=x^2-2x+3$ 的对称轴为 $x=1$，开口向上，

当 $x>1$ 时，y 随 x 的增大而增大

$\therefore y_1<y_2$

【点睛】

本题考查了二次函数的性质，待定系数法求二次函数解析式，掌握二次函数的性质是解题的关键．

21．（1）第 20 天；（2）第 19 天时，利润最大，最大值为 15210 元

【分析】

（1）根据 $y=400$ 求得 x 即可；

（2）先根据函数图象求得 P 关于 x 的函数解析式，再结合 x 的范围分类讨论，根据"总利润=单件利润×数量"列出函数解析式，由二次函数的性质求得最值即可．

【详解】

解：（1）若 $20x=400$，则 $x=20$，与 $0\le x\le 10$ 不符，

$\therefore 10x+200=400$，解得 $x=20$，符合 $10<x\le 30$，

故第 20 天生产了 400 件电子产品；

（2）由图像得，当$0\le x\le 15$时，$P=27$；

当$15<x\le 30$时，设$P=kx+b\left(k\ne 0\right)$，

把$(15,27)$，$(30,42)$代入得，

$$\begin{cases}15k+b=27\\30k+b=42\end{cases},$$

解得$\begin{cases}k=1\\b=12\end{cases}$，

$\therefore P=x+12$．

分三种情况：

①当$0\le x\le 10$时，$w=y\left(70-P\right)=20x\times\left(70-27\right)=860x$，

当$x=10$时，w有最大值，最大值为 8600（元）；

②当$10<x\le 15$时，$w=y\left(70-P\right)=\left(10x+200\right)\left(70-27\right)=430x+8600$，

当$x=15$时，w有最大值，最大值为 15050（元）；

③当$15<x\le 30$时，$w=y\left(70-P\right)$

$=\left(10x+200\right)\left[70-\left(x+12\right)\right]$

$=\left(10x+200\right)\left(58-x\right)$

$=-10x^2+380x+11600$

$=-10\left(x-19\right)^2+15210$，

当$x=19$时，w有最大值，最大值为 15210（元）．

综上，第 19 天时，利润最大，最大值为 15210 元．

【点睛】

本题考查了一次函数、二次函数的应用，解题的关键是理解题意，学会利用函数的性质解决最值问题．

22．（1）经过 2 秒后，△PBQ的面积等于 $8cm^2$；（2）$S=-t^2+6t$，△PBQ面积的最大值为 $9cm^2$．

【分析】

（1）由题意，$PB=4$，$BQ=4$，根据三角形面积的计算公式，$S_{\triangle PBQ}=\frac{1}{2}BP\times BQ$，解答出即可；

（2）利用三角形面积公式表示$S=\frac{1}{2}\times$（6-t）$\times 2t=-t^2+6t=-$（t-3）$^2+9$，利用二次函数的性质解题．

【详解】

解：（1）经过 2 秒后，$PB=6-2=4$，$BQ=2\times2=4$，

∴$S_{\triangle PBQ}=\frac{1}{2}BP\times BQ=\frac{1}{2}\times4\times4=8(cm^2)$

答：经过 2 秒后，$\triangle PBQ$ 的面积等于 $8cm^2$；

（2）经过 t 秒后，$PB=6-t$，$BQ=2t$，

∴$S=\frac{1}{2}\times PB\times BQ=\frac{1}{2}\times（6-t）\times2t=-t^2+6t=-（t-3）^2+9$，

∴在移动过程中，$\triangle PBQ$ 的最大面积是 $9cm^2$．

【点睛】

本题考查了二次函数的运用．关键是根据题意，列出相应的函数关系式，运用二次函数的性质解题．

23．（1）$m>-1$；（2）$m=8$；（3）点 P 的坐标为（2，-1）或（3，2）．

【分析】

（1）由抛物线 $y=x^2-2x-m$ 与 x 轴有两个交点 A 和 B，可得 $x^2-2x-m=0$ 有两个不等实根，由△=4+4m>0，解不等式即可；

（2）由 $x^2-2x-m=0$，可得 $x_1=1+\sqrt{1+m}$，$x_2=1-\sqrt{1+m}$，可求点 A（$1-\sqrt{1+m},0$），B（$1+\sqrt{1+m},0$）由 $AB=6$，可求 $\left|1+\sqrt{1+m}-\left(1-\sqrt{1+m}\right)\right|=6$，解方程即可；

（3）$m=1$，抛物线为 $y=x^2-2x-1=(x-1)^2-2$ 可得，点 D（1，-2）点 C（0，-1），设点 P 的横坐标为 x，点 P（x，x^2-2x-1）分别求出 CD，DP，CP，分类考虑当∠D=90°，∠C=90°，∠P=90°时，根据勾股定理，列出方程求解即可．

【详解】

解：（1）抛物线 $y=x^2-2x-m$ 与 x 轴有两个交点 A 和 B，

令 $y=0$，即 $x^2-2x-m=0$ 有两个不等实根，

∴△=4+4m>0，

解得 $m>-1$；

（2）∵$x^2-2x-m=0$

解得 $x=\frac{2\pm2\sqrt{m+1}}{2}=1\pm\sqrt{1+m}$

∴$x_1=1+\sqrt{1+m}$，$x_2=1-\sqrt{1+m}$

∴点 A（$1-\sqrt{1+m},0$），B（$1+\sqrt{1+m},0$）

∵$AB=6$

$\therefore\left|1+\sqrt{1+m}-\left(1-\sqrt{1+m}\right)\right|=2\sqrt{1+m}=6$,

$\therefore 1+m=9$

$\therefore m=8$;

（3）$\because m=1$,

$\therefore y=x^2-2x-1=(x-1)^2-2$

∴点 D（1，-2）

令 $x=0$,$y=-1$,点 C（0，-1）

设点 P 的横坐标为 x，点 P（x，x^2-2x-1）

$\therefore CD=\sqrt{(1-0)^2+(-2+1)^2}=\sqrt{2}$,

$DP=\sqrt{(x-1)^2+(x^2-2x-1+2)^2}=\sqrt{(x-1)^2+(x-1)^4}$,

$CP=\sqrt{(x-0)^2+(x^2-2x-1+1)^2}=\sqrt{x^2+(x^2-2x)^2}$

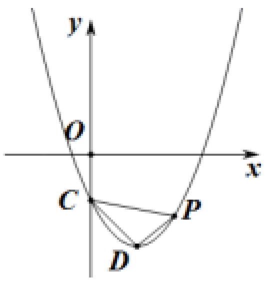
当$\angle D=90°$时，根据勾股定理 $CP^2=CD^2+DP^2$，

则$x^2+(x^2-2x)^2=2+(x-1)^2+(x-1)^4$,

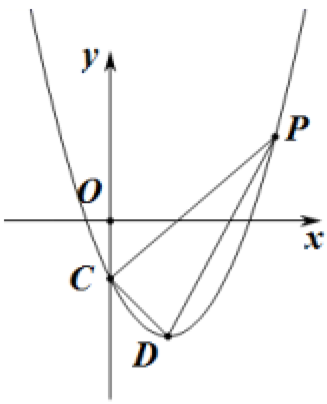
解得$x=2$或$x=1$（舍去）

$x^2-2x-1=2^2-2\times2-1=-1$

点 P（2，-1）



当$\angle C=90°$时，根据勾股定理 $DP^2=CD^2+CP^2$，



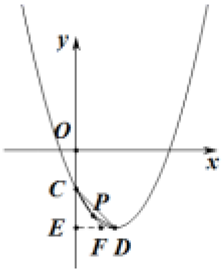
则$(x-1)^2+(x-1)^4=2+x^2+(x^2-2x)^2$

解得$x=3$或$x=0$（舍去）

$x^2-2x-1=3^2-2\times3-1=2$

点*P*（3，2）

当∠*P*=90°时，过点*D*作*DE*⊥*y*轴于*E*，延长*CP*交*DE*于*F*，



点*E*（0，-2）∠*CED*=90°，

∵点*P*在△*CED*内，

∴∠*CPD*>∠*PFD*>∠*CED*，

∴此种情况不存在点*P*，使∠*P*=90°

综合点*P*的坐标为（2，-1）或（3，2）．

【点睛】

本题考查抛物线与x轴的交点问题，抛物线与x轴两交点距离，抛物线内接三角形是直角三角形，勾股定理，三角形外角先性质，掌握抛物线与x轴的交点问题，抛物线与x轴两交点距离，抛物线内接三角形是直角三角形，根据勾股定理建构方程是解题关键．

24．（1）$y=-10x^2+640x-8800$；（2）此时的销售单价为30元或34元；（3）该商场每天销售此商品的最大利润为1440元．

【分析】

（1）根据题意可直接进行求解；

（2）由（1）及题意可得$-10x^2+640x-8800=1400$，进而求解方程即可；

（3）由$y=-10x^2+640x-8800$可得该二次函数的图象开口向下，对称轴为直线$x=32$，进而根据二次函数的性质可求解．

【详解】

解：（1）由题意得：

y与x的函数关系式为：$y=(x-20)[200-10(x-24)]=-10x^2+640x-8800$；

故答案为$y=-10x^2+640x-8800$；

（2）由题意得：

$-10x^2+640x-8800=1400$，

解得：$x_1=30, x_2=34$；

答：此时的销售单价为 30 元或 34 元．

（3）由 $y=-10x^2+640x-8800$ 可得 $-10<0$，

∴该二次函数的图象开口向下，对称轴为直线 $x=32$，

∵每件小商品的售价不超过 36 元，

∴当 $x=32$ 时，该商场每天销售此商品的利润为最大，最大值为 1440；

答：该商场每天销售此商品的最大利润为 1440 元．

【点睛】

本题主要考查二次函数的应用，熟练掌握二次函数的性质及一元二次方程的求解是解题的关键．

25．（1）抛物线的开口向上，对称轴为 y 轴，顶点坐标为（0，0），当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而增大；（2）A 点坐标为（2，4），B 点坐标为（-1，1）；（3）3．

【分析】

（1）将点（2，m）代入 $y=x+2$ 可求得 m，即可确定交点坐标，然后把代入 $y=ax^2$ 可得 a 的值；再根据二次函数的性质确定顶点坐标、对称轴以及当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而变化的情况；

（2）联立两个函数解析式，即可求得 A、B 两点的坐标；

（3）先求出 $y=x+2$ 与 y 轴交点的坐标，然后根据三角形面积公式计算即可．

【详解】

解：（1）将点（2，m）代入 $y=x+2$，解得 $m=4$，所以交点坐标为（2，4），

把（2，4）代入 $y=ax^2$ 可得 $a=1$

所以二次函数解析式为 $y=x^2$，

所以抛物线的开口向上，对称轴为 y 轴，顶点坐标为（0，0）；

所以当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而增大；

（2）由题意得 $x^2=x+2$，解得 $x=2$ 或 $x=-1$，则 $y=4$ 或 $y=1$；

所以 A 点坐标为（2，4），B 点坐标为（-1，1）；

（3）由 $y=x+2$ 与 y 轴交点的坐标为（0，2）

所以△AOB 的面积$=\frac{1}{2}\times2\times1+\frac{1}{2}\times2\times2=3$．

【点睛】

本题主要考查二次函数的性质、待定系数法求函数解析式，掌握二次函数的开口方向、对称轴、顶点

坐标与二次函数解析式的关系是解答本题的关键.

26．（1）（-5，2）；（2）3 或-$\sqrt{23}$；（3）a=4$\sqrt{2}$.

【分析】

（1）根据可控变点的定义，可得答案；

（2）根据可控变点的定义，可得函数解析式，根据自变量与函数值的对应关系，可得答案；

（3）根据可控变点的定义，可得函数解析式，根据自变量与函数值的对应关系，可得答案.

【详解】

解（1）∵-5<0，

∴y'=-y=2，

即点（-5，-2）的"可控变点"坐标为（-5，2）；

（2）由题意得 y=-x^2+16 的图象上的点 P 的"可控变点"必在函数 $y'=\begin{cases} y(x\geq 0) \\ -y(x<0)\end{cases}$ 的图象上，

∵"可控变点"Q 的纵坐标 y'的是 7，

∴当-x^2+16=7 时，解得 x=3，

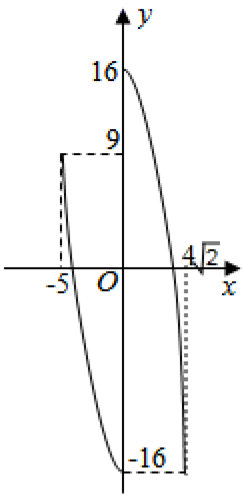
当 x^2-16=7 时，解得 x=-$\sqrt{23}$，

故答案为：3 或-$\sqrt{23}$；

（3）由题意得∵-16≤y'≤16，

∴-16=-x^2+16，

∴x=4$\sqrt{2}$，



观察图象可知，实数 a=4$\sqrt{2}$.

【点睛】

本题是新定义题型，根据可控变点的定义，可得函数解析式，根据自变量与函数值的对应关系，可得

答案．

27．（1）$b=-4$；（2）$\begin{cases} x_1=\frac{7}{4} \\ x_2=\frac{15}{4} \end{cases}$或$\begin{cases} x_1=\frac{1}{4} \\ x_2=\frac{9}{4} \end{cases}$．

【分析】

（1）根据直线l与抛物线对称轴交于点$D(2,-3)$可得对称轴为直线$x=2$，由此即可求得b 的值；

（2）先求得点B、C的坐标，可得$BC=2$，再根据四边形$PBCQ$为平行四边形可得$PQ=BC=2$，即$x_2-x_1=2$，最后根据$y_1=x_1^2-4x_1$，$y_2=x_2^2-4x_2$，$|y_1-y_2|=3$可得$x_1+x_2=\frac{11}{2}$或$x_1+x_2=\frac{5}{2}$，由此分别与$x_2-x_1=2$联立方程组求解即可．

【详解】

解：（1）∵直线l与抛物线$y=x^2+bx$的对称轴交于点$D(2,-3)$，

∴抛物线$y=x^2+bx$的对称轴为直线$x=2$，

即$-\frac{b}{2}=2$，

∴$b=-4$．

（2）由（1）得：抛物线的解析式为$y=x^2-4x$，

把$y=-3$代入抛物线的解析式$y=x^2-4x$，

得$x^2-4x=-3$，

解得$x=1$或3，

∴B、C两点的坐标为$B(1,-3)$，$C(3,-3)$，

∴$BC=2$，

∵四边形$PBCQ$为平行四边形，

∴$PQ=BC=2$，

∴$x_2-x_1=2$，

又∵$y_1=x_1^2-4x_1$，$y_2=x_2^2-4x_2$，$|y_1-y_2|=3$，

∴$\left|(x_1^2-4x_1)-(x_2^2-4x_2)\right|=3$，

即$\left|(x_1-x_2)(x_1+x_2-4)\right|=3$

$\therefore |x_1+x_2-4|=\frac{3}{2}$，

$\therefore x_1+x_2=\frac{11}{2}$或$x_1+x_2=\frac{5}{2}$，

由$\begin{cases}x_2-x_1=2\\x_1+x_2=\frac{11}{2}\end{cases}$，解得$\begin{cases}x_1=\frac{7}{4}\\x_2=\frac{15}{4}\end{cases}$

由$\begin{cases}x_2-x_1=2\\x_1+x_2=\frac{5}{2}\end{cases}$解得$\begin{cases}x_1=\frac{1}{4}\\x_2=\frac{9}{4}\end{cases}$

$\therefore x_1$、x_2的值为$\begin{cases}x_1=\frac{7}{4}\\x_2=\frac{15}{4}\end{cases}$或$\begin{cases}x_1=\frac{1}{4}\\x_2=\frac{9}{4}\end{cases}$.

【点睛】

本题考查了二次函数的图像性质以及平行四边形的性质，熟练掌握二次函数的相关性质是解决本题的关键。