备战2023年中考考前冲刺全真模拟卷（泰州）

数学试卷

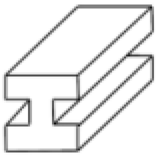
本卷满分150分，考试时间120分钟。

一．选择题（本大题共6小题，每小题3分，共18分．每小题只有一个选项是符合题意的）

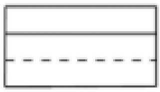
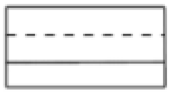
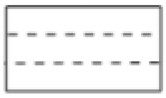
1.若 n 为正整数，且有 $n<\sqrt{10}<n+1$，n 的值为（　　）

A．1　　　　B．2　　　　C．3　　　　D．4

2.如图是一种“工”型液压机的配件，它的左视图是（　）



主视方向

A．　　B．　　C．　　D．

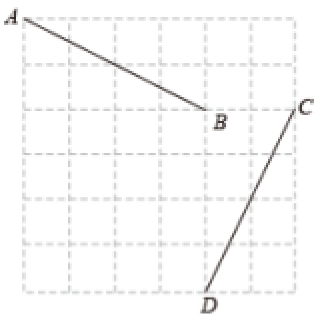
3.下列运算中，正确的是（　）．

A．$6a-5a=1$　　　　B．$a^2\cdot a^3=a^6$　　　　C．$(3m^2)^3=9m^6$　　　　D．$(-\frac{1}{2})^{-1}=-2$

4.小张和小王两人玩“剪刀、石头、布”游戏，当两人手势一样为平局．现在两人随机出手一次，则出现平局的概率为( )

A．$\frac{1}{2}$　　　　B．$\frac{1}{3}$　　　　C．$\frac{2}{3}$　　　　D．$\frac{1}{6}$

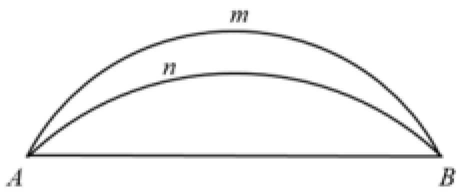
5.如图，在正方形网格中，点 A 的坐标为（0，5），点 B 的坐标为（4，3），线段 AB 绕着某点旋转一个角度与线段 CD 重合（C、D 均为格点），若点 A 的对应点是点 C，则它的旋转中心的坐标是（　）



A．（1，2）　　　　B．（2，1）　　　　C．（3，1）　　　　D．（5，4）

6.如图所示的两段弧 AmB、AnB 所在圆的半径分别为 r_m，r_n，若弧 AmB、弧 AnB 的度数分别为120°

和 60°，则弧 AmB、弧 AnB 的长度之比为（　）



A．1：2　　B．$1:\sqrt{3}$　　C．$2:\sqrt{3}$　　D．$3:\sqrt{3}$

二．填空题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分.）

7.新冠病毒（2019－$nCoV$）平均直径约为 100nm（纳米），即 0.0000001 米．0.0000001m 用科学记数法可以表示为____．

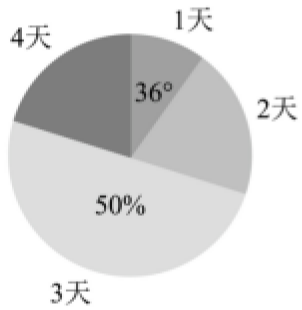
8.一个多边形的每个外角都相等，且是它相邻的内角$\frac{1}{4}$，则此多边形是__________边形．

9.因式分解：$4x^2-16=$______．

10.如果关于 x 的方程 $x^2+x+k=0$（k 为常数）有两个相等的实数根，那么 $k=$ _______．

11.如图，是实验室里一批种子的发芽天数统计图，其中“1 天发芽”的圆心角和“3 天发芽”的百分比如图所示，“2 天发芽”与“4 天发芽”的扇形弧长相等．则这批种子的平均发芽天数为________．

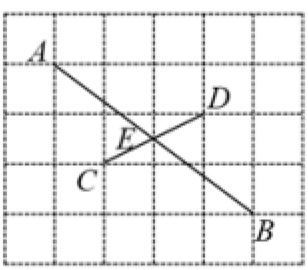
种子发芽天数扇形图



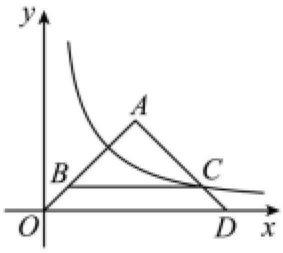
12.在平面直角坐标系中，将直线 $y=-2x$ 沿 x 轴向右平移，平移后的直线经过点$(-1，6)$，则直线向右平移_________个单位长度．

13.已知点 O 是□ABC外心，若 $\angle BOC=80°$，则$\angle A$ 的度数是____________．

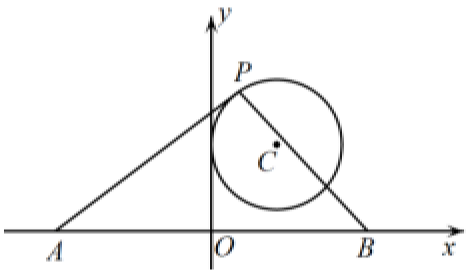
14.如图，5×6的正方形网格中，A、B、C、D为格点，连接 AB、CD 相交于点 E，则 $\tan\angle AEC$ 的值是______．



15.如图，在平面直角坐标系中，有 $Rt\triangle AOD$，$\angle A=90°$，$AO=AD$，点 D 在 x 轴的正半轴上，点 C 为反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$k>0,x>0$）的图像与 AD 边的交点，点 B 在 AO 边上，且 $BC/\!/OD$，若 $\frac{BC}{OB+CD}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$，$\triangle ABC$ 的面积为 5，则 $k=$_________.



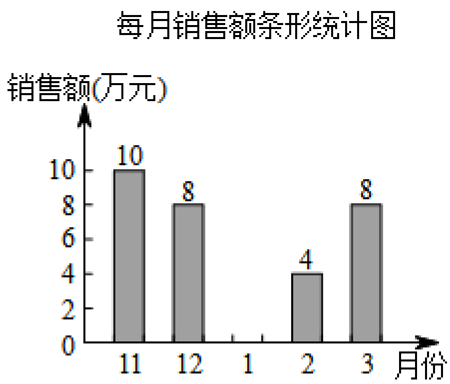
16.如图，在平面直角坐标系中，已知 $C(3,4)$，以点 C 为圆心的圆与 y 轴相切，点 A、B 在 x 轴上，且 $OA=OB$．点 P 为⊙C 上的动点，$\angle APB=90°$，则 AB 长度的最小值为______.



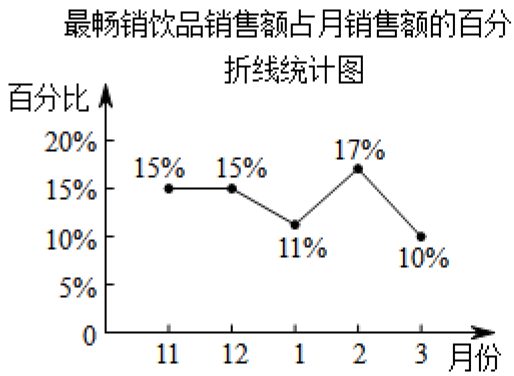
三．解答题（本大题共 10 小题，共 102 分.）

17.（12 分）（1）计算 $2\sin 60°+\sqrt{12}+|-5|-\left(x+\sqrt{2}\right)^0$；（2）解方程 $\frac{3-x}{x-4}+\frac{1}{4-x}=1$．

18.（8 分）图①是某饮品店去年 11 月至今年 3 月的销售额的情况，图②是其最畅销饮品的销售额占月销售额的百分比的情况，已知这段时间该饮品店的销售总额是 35 万元．



①



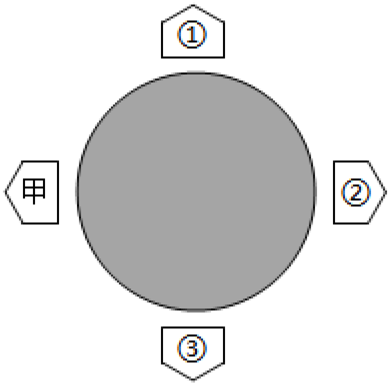
②

(1)将条形统计图补充完整；

(2)该店最畅销饮品去年12月的销售额是多少万元?

(3)店长观察图②后，认为今年3月该店最畅销饮品的销售额是去年11月以来最少的，你同意他的看法吗?为什么?

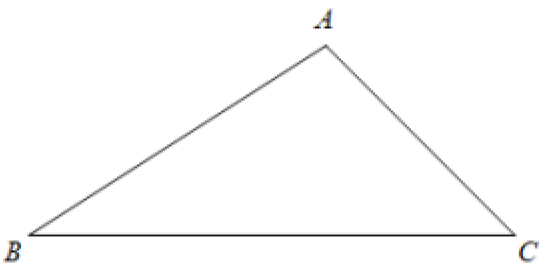
19.（8分）一张圆桌旁设有4个座位，甲先坐在了如图所示的座位上，乙、丙2人等可能地坐到①、②、③中的2个座位上．



(1)丙坐在②号座位的概率是________________；

(2)用画树状图或列表的方法，求乙与丙不相邻而坐的概率．

20.（8分）（1）如图△*ABC*，请在边*BC*、*CA*、*AB*上分别确定点*D*、*E*、*F*，使得四边形*BDEF*为菱形，请作出菱形*BDEF*.（要求尺规作图，保留作图痕迹，标注相应字母，不写作法）



（2）若△*ABC*中，*AB*=10，*BC*=15，求（1）中所作菱形*BDEF*的边长．

21.（10分）用总长为60m的篱笆围成矩形场地．

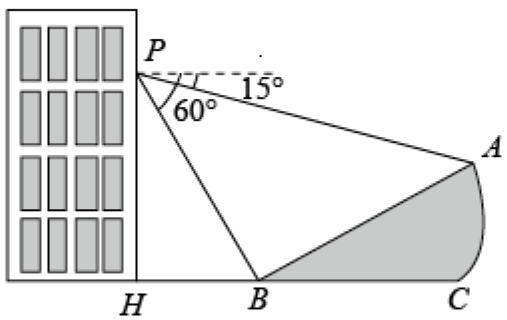
(1)根据题意，填写下表：

矩形一边长/m	5	10	15	20
矩形面积/m^2	125			

(2)设矩形一边长为 xm，矩形面积为 $S$$m^2$，当 x 是多少时，矩形场地的面积 S 最大？并求出矩形场地的最大面积；

(3)当矩形的长为______m，宽为______m时，矩形场地的面积为 $216m^2$．

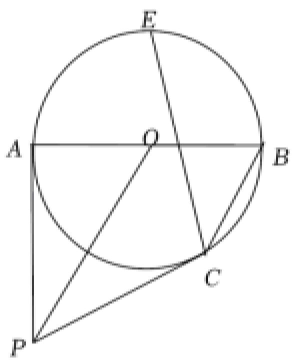
22.（10 分）如图，小明在大楼45m高（即 $PH=45$m，且 $PH\perp HC$）的窗口 P 处进行观测，测得山坡上A处的俯角为15°，山脚 B 处的俯角为60°，已知该山坡的坡度i（即 $\tan\angle ABC$）为 $1:\sqrt{3}$（点 P，H，B，C，A在同一个平面上，点 H，B，C 在同一条直线上）．



(1)$\angle PBA$ 的度数等于________度（直接填空）

(2)求A，B 两点间的距离（结果精确到0.1m，参考数据：$\sqrt{2}\approx1.414$，$\sqrt{3}\approx1.732$）

23.（10 分）如图，AB 是⊙O 的直径，点 P 是⊙O 外一点，PA 切⊙O 于点A，连接 OP，过点 B 作 $BC\parallel OP$ 交⊙O 于点 C，点 E 是 $\overset{\frown}{AB}$ 的中点，且 $AB=10$，$BC=6$．



(1) PC 与⊙O有怎样的位置关系？为什么？

(2)求 CE 的长．

24.（10 分）已知抛物线 $y=-x^2+bx+5$ 与 x 轴交于 A，B 两点．

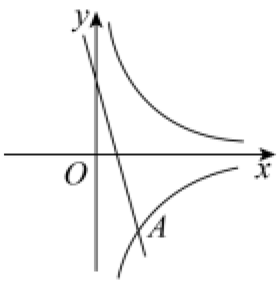
(1)若抛物线的对称轴是直线 $x=2$．

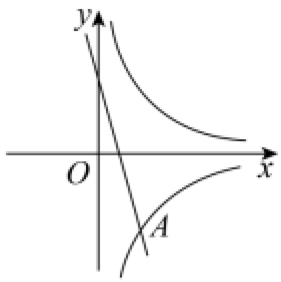
①求抛物线的解析式；

②对称轴上是否存在一点 P，使点 B 关于直线 OP 的对称点 B'恰好落在对称轴上．若存在，请求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由．

(2)当 $b\geq4$，$0\leq x\leq2$ 时，函数 y 的最大值满足 $5\leq y\leq13$，求 b 的取值范围．

25.（12 分）如图，在平面直角坐标系中，有函数 $y_1=\dfrac{3}{x}(x>0)$，$y_2=\dfrac{k}{x}(k<0,x>0)$，$y_3=kx+6$．





备用图

(1)若 y_2 与 y_3 相交于点 $A(2,m)$，

①求 k 与 m 的值；

②结合图像，直接写出 $y_2<y_3$ 时 x 的取值范围；

(2)在 x 轴上有一点 $P(a,0)$ 且 $a>0$，过点 P 作 y 轴平行线，分别交 y_1、y_2、y_3 于点 B、C、D，经计算发现，不论 k 取何值，$BC-BD$ 的值均为定值，请求出此定值和点 B 的坐标．

26.（14分）过三角形的顶点作射线与其对边相交，将三角形分成两个三角形．若得到的两个三角形中有等腰三角形，这条射线就叫做原三角形的“友好分割线”．

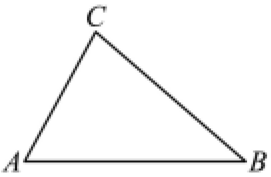


图1

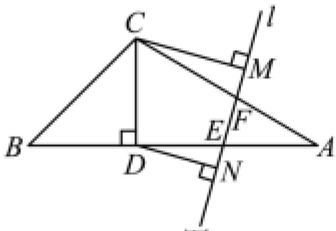


图2

(1)下列三角形中，不存在“友好分割线”的是______（只填写序号）．

①等腰直角三角形；②等边三角形；③顶角为150°的等腰三角形．

(2)如图1，在$\triangle ABC$中，$\angle A=60^{\circ}$，$\angle B=40^{\circ}$，直接写出$\triangle ABC$被“友好分割线”分得的等腰三角形顶角的度数；

(3)如图2，$\triangle ABC$中，$\angle A=30^{\circ}$，CD为AB边上的高，$BD=2$，E为AD的中点，过点E作直线l交AC于点F，作$CM\perp l$，$DN\perp l$，垂足为M，N.若射线CD为$\triangle ABC$的“友好分割线”，求$CM+DN$的最大值．

参考答案

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分．每小题只有一个选项是符合题意的）

1、C

【解析】解：∵$\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$，∴$3<\sqrt{10}<4$，

∵$n<\sqrt{10}<n+1$，∴n的值为 3．

故选 C．

2、A

【解析】解：从物体左面看，是一个长方形，长方形的内部有两条横向的实线．

故选：A．

3、D

【解析】解：A、$6a-5a=a$? 1，故选项 A 不正确；

B、$a^2 \cdot a^3=a^{2+3}=a^5$? a^6，故选项 B 不正确；

C、$(3m^2)^3=27m^6\neq 9m^6$，故选项 C 不正确；

D、$(-\frac{1}{2})^{-1}=-2$，故选项 D 正确．

故选 D．

4、B

【解析】解：所有可能结果列表如下：

	石头	剪刀	布
石头	（石头，石头）	（石头，剪刀）	（石头，布）
剪刀	（剪刀，石头）	（剪刀，剪刀）	（剪刀，布）
布	（布，石头）	（布，剪刀）	（布，布）

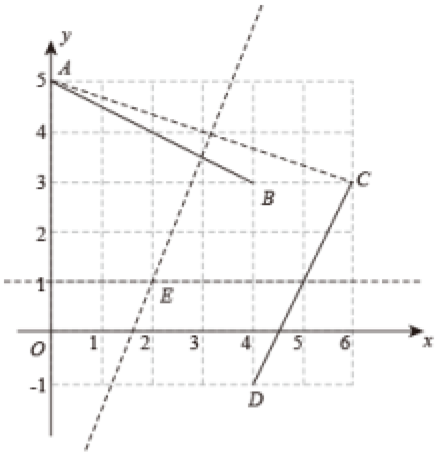
共有 9 种等可能情况，出现平局的情况有 3 种：（石头，石头）、（剪刀，剪刀）、（布，布）．

∴出现平局的概率为$\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$，

故选：B．

5、B

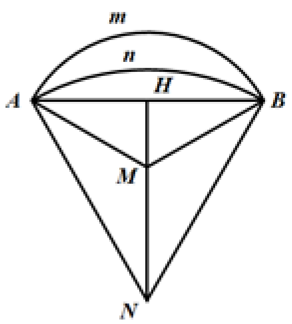
【解析】解：平面直角坐标系如图所示，作 AC、BD 的垂直平分线交于点 E，旋转中心是 E 点，E（2，1）．



故选：B．

6、C

【解析】解：根据题意，连接 AB，作 AB 中点 H，取弧 AmB 和弧 AnB 的圆心 M、N，连接 MH、NH，



由垂径定理及其推论可知，$MH \perp AB$，$NH \perp AB$，

故点 M、N、H 在同一直线上，

由题意可知，$\angle AMB = 120°$，$\angle ANB = 60°$，

$\because AM = BM$，$AN = BN$，

$\therefore \angle MAB = \angle MBA$，$\angle NAB = \angle NBA$，

$\therefore \angle MBH = \frac{1}{2}(180° - \angle AMB) = \frac{1}{2} \times (180° - 120°) = 30°$，

$\angle NBH = \frac{1}{2}(180° - \angle ANB) = \frac{1}{2} \times (180° - 60°) = 60°$，

设 $BH = a$，则在 $Rt\triangle MBH$ 和 $Rt\triangle NBH$ 中，

$MB = \frac{BH}{\cos\angle MBH} = \frac{a}{\cos 30°} = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$，$NB = \frac{BH}{\cos\angle NBH} = \frac{a}{\cos 60°} = 2a$，

即 $r_m = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$，$r_n = 2a$，

$\therefore$弧 AmB 的长度 $l_1 = \frac{120°}{360°} \times 2\pi r_m = \frac{4\sqrt{3}}{9}\pi a$，弧 AnB 的长度 $l_2 = \frac{60°}{360°} \times 2\pi r_n = \frac{2}{3}\pi a$，

$\therefore$弧 AmB、弧 AnB 的长度之比为：$l_1 : l_2 = \frac{4\sqrt{3}}{9}\pi a : \frac{2}{3}\pi a = 2 : \sqrt{3}$．

故选：C．

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．）

7、1×10^{-7}

【解析】解：根据科学记数法要求 0.0000001 的小数点从原位置移动到 1 后面，动了有 7 位，从而用科学记数法表示为 1×10^{-7}，

故答案为：1×10^{-7}．

8、十

【解析】解：设每个外角的度数为 n，则每个内角的度数为 $4n$，根据题意得：

$n+4n=180$，

解得：$n=36$．

即每个外角为 36°，

∴正多边形的边数为：360÷36=10，

即这个多边形为十边形．

故答案为：十．

9、$4(x+2)(x-2)$

【解析】解：$4x^2-16=4(x^2-4)=4(x+2)(x-2)$

故答案为：$4(x+2)(x-2)$

10、$\frac{1}{4}$

【解析】解: $\because a=1,b=1,c=k$,

$\therefore \Delta=b^2-4ac=1^2-4\times1\times k=1-4k=0$,

解得：$k=\frac{1}{4}$.

故答案为：$\frac{1}{4}$.

11、2.8

【解析】由图可知，“1 天发芽”的圆心角为 36°，“3 天发芽”的百分比为 50%

$\therefore$ “1 天发芽”的百分比为 $\frac{36^\circ}{360^\circ}\times100\%=10\%$

$\therefore$ “2 天发芽”与“4 天发芽”的百分比之和为 $1-50\%-10\%=40\%$

$\because$ “2 天发芽”与“4 天发芽”的扇形弧长相等

$\therefore$ 其所对的圆心角相等，所占的百分比也相等

即"2 天发芽"与"4 天发芽"的百分比均为 20%

$\therefore$ 这批种子的平均发芽天数为 $=1\times10\%+2\times20\%+3\times50\%+4\times20\%=2.8$ 天

故答案为：2.8.

12、 2

【解析】设 $y=-2x$ 向右平移了 a 个单位，则平移后的直线解析式为：$y=-2(x-a)$，

$\because y=-2(x-a)$ 经过点(-1，6)，

$\therefore 6=-2(-1-a)$，解得 $a=2$，

故答案为：2.

13、 $40°$ 或 $140°$

【解析】解：①如图 1，当点 O 在三角形的内部时，

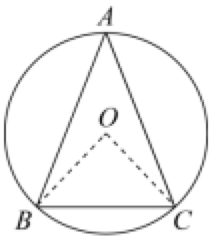


图 1

则 $\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC=40°$；

②如图 2，当点 O 在三角形的外部时，

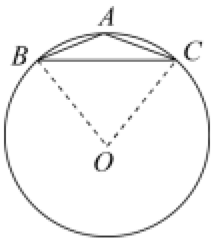


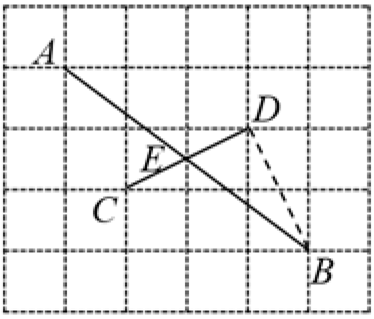
图 2

则 $\angle BAC=\frac{1}{2}(360°-80°)=140°$.

故答案为：$40°$ 或 $140°$.

14、 2

【解析】解：连接 BD，



由网格可知$CD \perp BD$，$\therefore \angle EDB = 90°$，

设网格小正方形的边长为 1，$\therefore CD = BD = \sqrt{5}$，

$\because E$为CD中点，$\therefore DE = \frac{1}{2}CD = \frac{\sqrt{5}}{2}$，

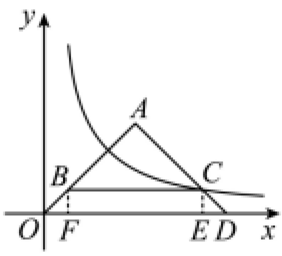
在$Rt\Delta DEB$中，$\tan\angle DEB = \frac{BD}{DE} = \frac{\sqrt{5}}{\frac{\sqrt{5}}{2}} = 2$，

$\therefore \tan\angle AEC = \tan\angle DEB = 2$．

故答案为：2．

15、$\frac{11}{5}$

【解析】解：如图，过点 B 作 $BF \perp OD$ 于点 F，$CE \perp OD$ 于点 E，则$\angle OFB=\angle CED=\angle BFE=\angle CEF=90°$，



$\because BC \parallel OD$，$\therefore \angle CBF=\angle BFE=\angle CEF=90°$，$\therefore$四边形 $BCEF$ 为矩形，$\therefore EF=BC$，$BF=CE$，

设点 C（a，b），则 $OE=a$，$CE=b$，

$\because \angle A=90°$，$AO=AD$，$\therefore \triangle AOD$ 为等腰直角三角形，$\therefore \angle AOD=\angle ADO=45°$，

$\therefore \triangle BOF$ 和 $\triangle CDE$ 是等腰直角三角形，

$\therefore BF=OF=CE=DE=b$，$OB = \sqrt{2}b, CD = \sqrt{2}b$，$\therefore EF=BC=a-b$，

$\because \frac{BC}{OB+CD} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$，$\therefore \frac{a-b}{\sqrt{2}b+\sqrt{2}b} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$，解得：$a = 11b$，

$\because BC \parallel OD$，$\therefore \angle ABC=45°$，$\therefore \triangle ABC$为等腰直角三角形，$\therefore AC = AB = \frac{\sqrt{2}}{2}BC = \frac{\sqrt{2}}{2}(a-b)$，

$\because \triangle ABC$ 的面积为 5，

$\therefore \frac{1}{2}AC \cdot AB = \frac{1}{2} \times \left[\frac{\sqrt{2}}{2}(a-b)\right]^2 = 5$，解得：$a-b = 2\sqrt{5}$或$-2\sqrt{5}$（舍去），

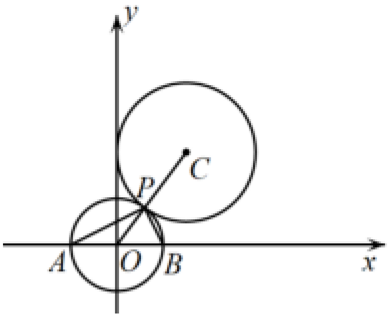
$\therefore 11b-b=2\sqrt{5}$，解得：$b=\frac{\sqrt{5}}{5}$，$\therefore a=\frac{11\sqrt{5}}{5}$，$\therefore k=ab=\frac{11}{5}$．

故答案为：$\frac{11}{5}$

16、4

【解析】解：连接 OC，交⊙C 上一点 P，以 O 为圆心，以 OP 为半径作⊙O，交 x 轴于 A、B，

此时 OP 最小，$OP=\frac{1}{2}AB$，则 AB 的长度最小，



$\because C(3,4)$，$\therefore OC=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

$\because$以点 C 为圆心的圆与 y 轴相切．$\therefore$⊙C 的半径为 3，$\therefore OP=OA=OB=5-3=2$，

$\because AB$ 是直径，$\therefore \angle APB=90^\circ$，$\therefore AB$ 长度的最小值为 4，

故答案为 4．

三、解答题（本大题共 10 小题，共 102 分．）

17、（1）$3\sqrt{3}+4$；（2）$x=3$

【解析】解：（1）$2\sin 60^\circ+\sqrt{12}+|-5|-\left(x+\sqrt{2}\right)^0=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+2\sqrt{3}+5-1=\sqrt{3}+2\sqrt{3}+4=3\sqrt{3}+4$；

（2）$\frac{3-x}{x-4}+\frac{1}{4-x}=1$

方程两边同乘以 $x-4$ 得 $3-x-1=x-4$，

移项得 $3-1+4=x+x$，

合并同类项得 $2x=6$，

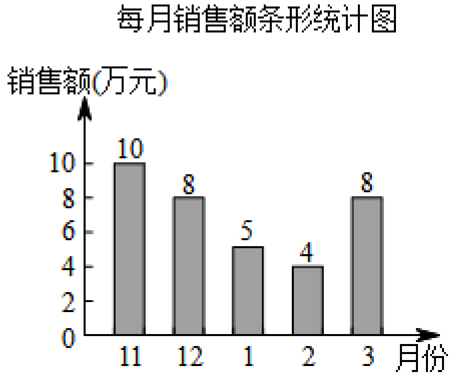
系数化 1 得 $x=3$，

检验：当 $x=3$ 时，$x-4=3-4=-1\neq 0$，

$\therefore x=3$ 是原分式方程的根．

18、(1)作图见解析；(2)1.2 万元；(3)不同意店长的看法，理由见解析．

【解析】（1）解：35-10-8-4-8=5（万元），补图如下，



（2）解：$8\times15\%=1.2$ （万元），∴该店最畅销饮品去年 12 月的销售额是 1.2 万元；

（3）解：不同意店长的看法，理由如下：

∵ 11 月最畅销饮品的销售额为 $10\times15\%=1.5$ （万元），

12 月最畅销饮品的销售额为 $8\times15\%=1.2$ （万元），

1 月最畅销饮品的销售额为 $5\times11\%=0.55$ （万元），

2 月最畅销饮品的销售额为 $4\times17\%=0.68$ （万元），

3 月最畅销饮品的销售额为 $8\times10\%=0.8$ （万元），

$0.55<0.68<0.8<1.2<1.5$，

∴今年 1 月该店最畅销饮品的销售额是去年 11 月以来最少的，

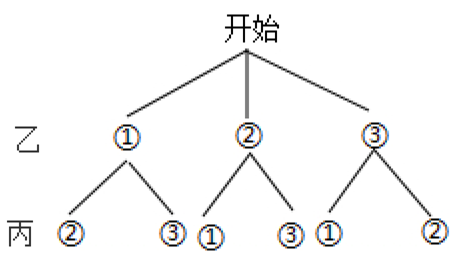
∴不同意店长的看法．

19、(1)$\frac{1}{3}$；(2)$\frac{1}{3}$

【解析】（1）解：∵丙坐到①、②、③三个座位上的可能性相同，

∴丙坐在②号座位的概率是$\frac{1}{3}$；

（2）解：列树状图如下所示：

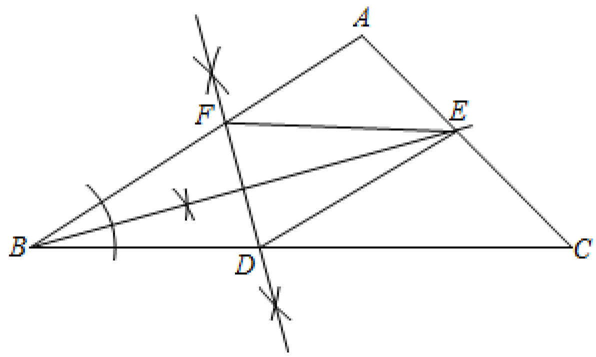


由树状图可知共有 6 种等可能的结果，乙与丙两人不相邻而坐的结果有 2 种

∴P（乙与丙不相邻面坐）$=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$，即乙与丙不相邻而坐的概率为$\frac{1}{3}$

20、（1）见解析；（2）所作菱形 $BDEF$ 的边长为 6

【解析】解：（1）如图所示，四边形 $BDEF$ 即为所求．



（2）∵四边形 $BDEF$ 是菱形

∴ $BF=EF$， $EF // BD$

设 $BF=EF=x$，则 $AF=AB-BF=10-x$

∵ $EF // BD$，∴ $\angle AFE=\angle ABC$

在 ΔAFE 和 ΔABC 中，

$$\begin{cases}\angle AFE=\angle ABC\\ \angle A=\angle A\end{cases}$$

∴ $\Delta AFE \backsim \Delta ABC$，∴ $\frac{AE}{AB}=\frac{EE}{BC}$，∴ $\frac{10-x}{10}=\frac{x}{15}$，解得， $x=6$

∴（1）中所作菱形 $BDEF$ 的边长 6

21、(1)见解析

(2)当 x 是 15m 时，矩形场地的面积 S 最大，最大面积为 225m^2

(3)18，12

【解析】（1）解：若矩形一边长为 10m，则另一边长为 $\frac{60}{2}-10=20\text{m}$，

此时矩形面积为： $10\times20=200\text{m}^2$，

若矩形一边长为 15m，则另一边长为 $\frac{60}{2}-15=15\text{m}$，

此时矩形面积为： $15\times15=225\text{m}^2$，

若矩形一边长为 20m，则另一边长为 $\frac{60}{2}-20=10\text{m}$，

此时矩形面积为： $10\times20=200\text{m}^2$，

完成表格如下：

矩形一边长/m	5	10	15	20
矩形面积/m²	125	200	225	200

（2）解：设矩形一边长为 xm，则另一边长为 $\frac{60}{2}-x=(30-x)$m，

∴矩形场地的面积 $S=x(30-x)=-x^2+30x=-(x-15)^2+225$，

当 $x=15$ 时，S 取得最大值，最大值为 $225m^2$，

答：当 x 是 15m 时，矩形场地的面积 S 最大，最大面积为 $225m^2$；

（3）解：根据题意，得：$-x^2+30x=216$，

解得：$x=12$ 或 $x=18$，

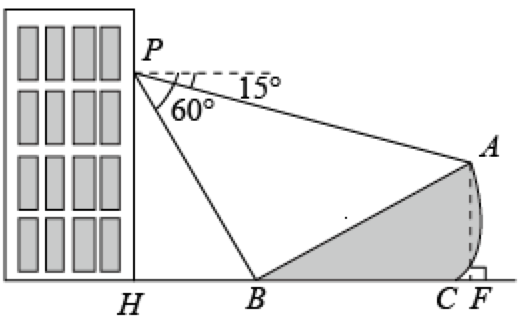
∴当矩形的长为 18m，宽为 12m 时，矩形场地的面积为 $216m^2$，

故答案为：18，12．

22、(1)90；(2)A、B 两点间的距离约为 52.0 米

【解析】（1）如解图所示；过点 A 作 $AF\perp BC$ 于点 F，

∵山坡的坡度 i（即 $\tan\angle ABC$）为 $1:\sqrt{3}$，∴ $\tan\angle ABF=\frac{AF}{BF}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，



∴ $\angle ABF=30°$，

∵在窗口 P 处进行观测，测得山坡上 A 处的俯角为 15°，山脚 B 处的俯角为 60°，

∴ $\angle HPB=30°,\angle APB=45°$，∴ $\angle HBP=60°$，∴ $\angle PBA=90°,\angle BAP=45°$，

故答案为：90；

（2）∵ $\angle PBA=90°,\angle BAP=45°$，∴ $PB=AB$，

∵ $PH=45$ 米，$\sin 60°=\frac{PH}{PB}=\frac{45}{PB}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，解得：$PB=30\sqrt{3}$，

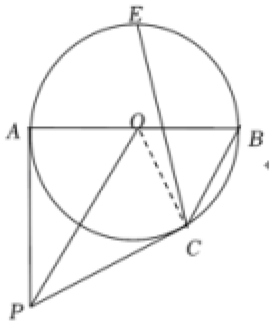
故 $AB=30\sqrt{3}\approx 52.0$ （米），

答：A、B 两点间的距离约为 52.0 米．

23、(1) PC 为 ⊙ O 的切线，原因见解答过程；(2) $7\sqrt{2}$

【解析】（1）解：PC 为 $\odot O$ 的切线．

理由如下：连接 OC，如图所示：



$\because BC \parallel OP$，$\therefore \angle POC = \angle OCB$，$\angle POA = \angle OBC$，

$\because OB = OC$，$\therefore \angle OBC = \angle OCB$，$\therefore \angle POC = \angle POA$，

在 $\triangle POC$ 和 $\triangle POA$ 中，

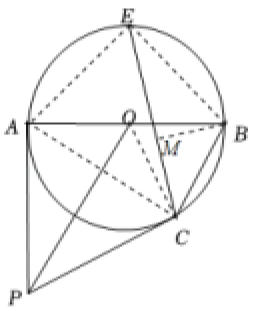
$$\begin{cases} OC = OA \\ \angle POC = \angle POA \\ OP = OP \end{cases},$$

$\therefore \triangle POC \cong \triangle POA(\text{SAS})$，$\therefore \angle OCP = \angle OAP$，

$\because PA$ 切 $\odot O$ 于点 A，$\therefore OA \perp AP$，$\therefore OC \perp CP$，

$\because OC$ 是 $\odot O$ 的半径，$\therefore PC$ 为 $\odot O$ 的切线；

（2）连接 AE、BE、AC，过点 B 作 $BM \perp EC$ 于 M，如图所示：



$\therefore \angle BME = \angle BMC = 90°$，

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，$\therefore \angle AEB = \angle ACB = 90°$，

$\because$ 点 E 是 $\overset{\frown}{AB}$ 的中点，$\therefore \angle ECB = \angle ECA = 45°$，$EA = EB = \dfrac{\sqrt{2}}{2} AB = 5\sqrt{2}$，

$\therefore BM = CM = \dfrac{\sqrt{2}}{2} BC = 3\sqrt{2}$，

由勾股定理得：$EM = \sqrt{BE^2 - BM^2} = \sqrt{(5\sqrt{2})^2 - (3\sqrt{2})^2} = 4\sqrt{2}$，

$\therefore CE = EM + CM = 4\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$．

24、(1)① $y=-x^2+4x+5$；②存在，点 P（2，$\frac{2\sqrt{21}}{7}$）或 P（2，$-\frac{2\sqrt{21}}{7}$）；(2)$4\le b\le 6$

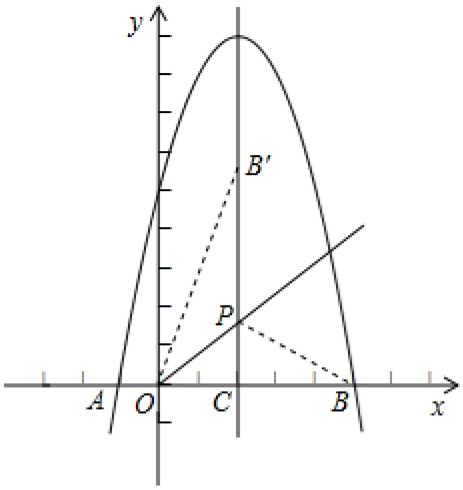
【解析】（1）解：①抛物线 $y=-x^2+bx+5$ 的对称轴为直线 $x=-\frac{b}{2\times(-1)}=\frac{b}{2}$，

∵抛物线的对称轴是直线 $x=2$，

∴$\frac{b}{2}=2$，解得 $b=4$，∴抛物线的解析式为 $y=-x^2+4x+5$；

②存在．

理由如下：抛物线的对称轴与 x 轴交于点 C，若点 P 在 x 轴上方，点 B 关于 OP 对称的点 B'在对称轴上，连结 OB'、PB，则 $OB'=OB$，$PB'=PB$，如图所示：



对于 $y=-x^2+4x+5$，令 $y=0$，则 $-x^2+4x+5=0$，即 $x^2-4x-5=0$，解得 $x_1=5, x_2=-1$，

∴A（－1，0），B（5，0），∴$OB'=OB=5$，

∴在 Rt $\Delta B'OC$中，$\angle B'CO=90°$，$OB'=5, OC=2$，则 $B'C=\sqrt{B'O^2-OC^2}=\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{21}$，∴ $B'\left(2,\sqrt{21}\right)$，

设点 $P(2, m)$，由 $BP^2=B'P^2$，得 $\left(\sqrt{9+m^2}\right)^2=\left(\sqrt{\left(\sqrt{21}-m\right)^2}\right)^2$，即 $m^2+9=\left(m-\sqrt{21}\right)^2$，解得 $m=\frac{2\sqrt{21}}{7}$，

∴P（2，$\frac{2\sqrt{21}}{7}$），同理，当点 P 在 x 轴下方时，P（2，$-\frac{2\sqrt{21}}{7}$），

综上所述，点 P（2，$\frac{2\sqrt{21}}{7}$）或 P（2，$-\frac{2\sqrt{21}}{7}$）；

（2）解：∵抛物线 $y=-x^2+bx+5$ 的对称轴为直线 $x=\frac{b}{2}$，∴当 $b\ge4$ 时，$x=\frac{b}{2}\ge2$，

∵抛物线开口向下，在对称轴左边，y 随 x 的增大而增大，

∴当 $0\le x\le2$ 时，取 $x=2$，y 有最大值，即 $y=-4+2b+5=2b+1$，

∵$5\le y\le13$，∴$5\le 2b+1\le13$，解得 $2\le b\le6$，

又∵$b\ge4$，∴$4\le b\le6$．

25、(1)①m 的值为-2，k的值为-4；② $0<x<2$

(2)①若从上到下为 B、D、C 时，此定值为 6，点 B 的坐标为 $(1,3)$；②若从上到下为 B、C、D 时，此定值为 6，点 B 的坐标为 $(1,3)$；③若 C 与 D 重合时，此定值为 0，点 B 的坐标为 $\left(a,\dfrac{3}{a}\right)$，其中 $a>0$ 且 $a\neq1$

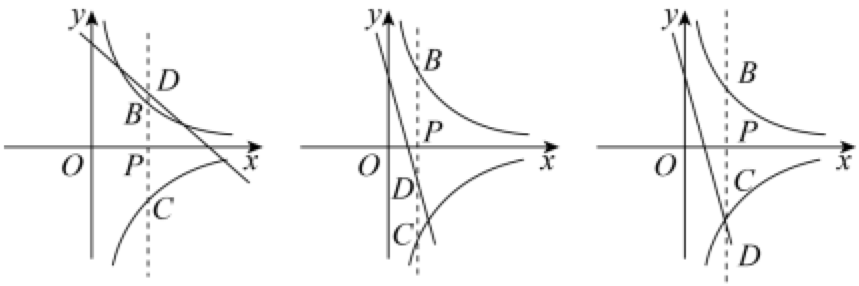
【解析】(1) 解：①∵ y_2 与 y_3 图像相交于点 $A(2,m)$，

∴把 $A(2,m)$ 分别代入 $y_2=\dfrac{k}{x}$ 和 $y_3=kx+6$，得 $\begin{cases}k=2m\\2k+6=m\end{cases}$，解得 $\begin{cases}m=-2\\k=-4\end{cases}$，

∴ m 的值为 -2，k 的值为 -4．

② $y_2=-\dfrac{4}{x}$，$y_3=-4x+6$，$A(2,-2)$，根据图像可知，$y_2<y_3$ 时，$0<x<2$；

(2) 解：由题意，分三种情况，作图如下：



① ② ③

∵ $P(a,0)$，$a>0$，∴ $B(a,\dfrac{3}{a})$，$C(a,\dfrac{k}{a})$，$D(a,ak+6)$，

若从上到下为 D、B、C 时，如图①所示：$BC=\dfrac{3}{a}-\dfrac{k}{a}$，$BD=ak+6-\dfrac{3}{a}$，

∴ $BC-BD=\dfrac{3}{a}-\dfrac{k}{a}-\left(ak+6-\dfrac{3}{a}\right)=\dfrac{3}{a}-\dfrac{k}{a}+\dfrac{3}{a}-ak-6=-ak-\dfrac{k}{a}+\dfrac{6}{a}-6=-k\left(a+\dfrac{1}{a}\right)+\dfrac{6}{a}+6$，

∵不论 k 取何值，$BC-BD$ 的值均为定值，

∴ $a+\dfrac{1}{a}=0$，该方程无解，故此种情况不成立；

若从上到下为 B、D、C 时，如图②所示：$BC=\dfrac{3}{a}-\dfrac{k}{a}$，$BD=\dfrac{3}{a}-ak-6$，

∴ $BC-BD=\dfrac{3}{a}-\dfrac{k}{a}-(\dfrac{3}{a}-ak-6)=\dfrac{3}{a}-\dfrac{k}{a}-\dfrac{3}{a}+ak+6=ak-\dfrac{k}{a}+6=k(a-\dfrac{1}{a})+6$，

∵不论 k 取何值，$BC-BD$ 的值均为定值，

∴ $a-\dfrac{1}{a}=0$，解得 $a=1$ 或 $a=-1$（由 $a>0$，故舍去），

∴此定值为 6，点 B 的坐标为 $(1,3)$；

若从上到下为 B、C、D 时，如图③所示：$BC=\dfrac{3}{a}-\dfrac{k}{a}$，$BD=\dfrac{3}{a}-ak-6$，

∴ $BC-BD=\dfrac{3}{a}-\dfrac{k}{a}-(\dfrac{3}{a}-ak-6)=\dfrac{3}{a}-\dfrac{k}{a}-\dfrac{3}{a}+ak+6=ak-\dfrac{k}{a}+6=k(a-\dfrac{1}{a})+6$，

∵不论 k 取何值，$BC-BD$ 的值均为定值，

$\therefore a-\dfrac{1}{a}=0$，解得 $a=1$ 或 $a=-1$（由 $a>0$，故舍去），

$\therefore$ 此定值为 6，点 B 的坐标为 $(1,3)$；

若 B 与 D 重合，则 $\dfrac{3}{a}=ak+6$，$BC=\dfrac{3}{a}-\dfrac{k}{a}$，$BD=\dfrac{3}{a}-ak-6=0$，

$\therefore BC-BD=\dfrac{3}{a}-\dfrac{k}{a}$，随着 k 的变化，$BC-BD$ 不可能为定值，故此种情况不成立；

若 C 与 D 重合，则 $\dfrac{k}{a}=ak+6$，$BC=\dfrac{3}{a}-\dfrac{k}{a}$，$BD=\dfrac{3}{a}-ak-6$，

$\therefore BC-BD=0$，随着 k 的变化，$BC-BD$ 必为定值，即关于 k 的方程 $\dfrac{k}{a}=ak+6$ 有解，

$\therefore k=a^2k+6a$，即 $\left(1-a^2\right)k=6a$，当 $1-a^2\neq0$ 时，解得 $k=\dfrac{6a}{1-a^2}$，$\therefore a\neq\pm1$，

$\because a>0$，

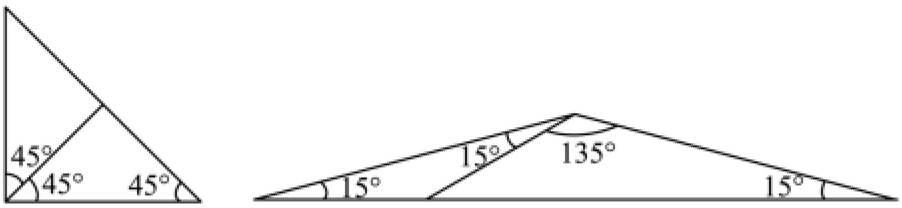
$\therefore$ 当 C 与 D 重合时，此定值为 0，点 B 的坐标为 $\left(a,\dfrac{3}{a}\right)$，其中 $a>0$ 且 $a\neq1$；

综上所述，不论 k 取何值，$BC-BD$ 的值均为定值，有①若从上到下为 B、D、C 时，此定值为 6，点 B 的坐标为 $(1,3)$；②若从上到下为 B、C、D 时，此定值为 6，点 B 的坐标为 $(1,3)$；③若 C 与 D 重合时，此定值为 0，点 B 的坐标为 $\left(a,\dfrac{3}{a}\right)$，其中 $a>0$ 且 $a\neq1$.

26、(1)②；(2)20°，40°，60°，80°或 100°；(3)4

【解析】（1）根据“友好分割线”的定义可知，

如图，等腰直角三角形，顶角为 150°的等腰三角形存在“友好分割线”.



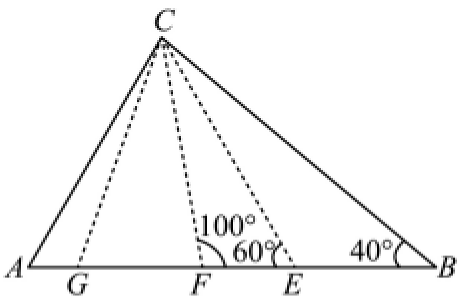
等边三角形不存在“友好分割线”.

故答案为：②；

（2）Q?A　60靶　B=40?,

\ ?ACB　180?　60?　40?　80?,

如图，

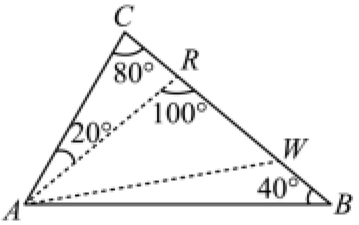


当 $EC=EA$时，$\angle AEC=60^\circ$，

当 $FC=FB$时，$\angle BFC=100^\circ$，

当 $BC=BG$时，$\angle B=40^\circ$．

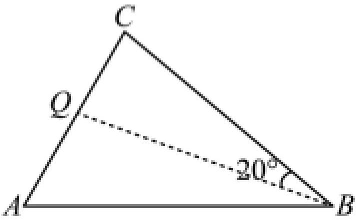
如图，



当 $AC=AR$时，$\angle CAR=20^\circ$，

当 $CA=CW$时，$\angle C=80^\circ$，

如图，



当 $BC=BQ$时，$\angle CBQ=20^\circ$，

综上所述，满足条件的等腰三角形的顶角的度数为：20°，40°，60°，80°或 100°；

（3）解：如图 2 中，作 $AG\perp l$于点 G．

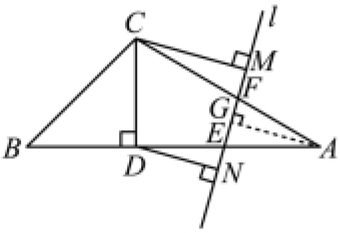


图2

$\because CD$为 AB边上的高，$\therefore\angle CDB=\angle CDA=90^\circ$．$\therefore\angle ACD=90^\circ-\angle A=60^\circ$．

$\therefore$□CDA不是等腰三角形．

$\because CD$为□ABC的"友好分割线"，$\therefore$□CDB和□CDA中至少有一个是等腰三角形．

$\therefore$□CDB是等腰三角形，且 $CD=BD=2$．

$\because\angle BAC=30^\circ$，$\therefore AC=2CD=4$．

$\because DN\perp l$于 N，$\therefore\angle DNE=\angle AGE=90^\circ$．

$\because E$为 AD 的中点，$\therefore DE=AE$．

在□DNE和□AGE中，

$$\begin{cases}\angle AGE=\angle DNE\\ DE=AE\\ \angle DEN=\angle AEG\end{cases}$$

$\therefore \triangle DNE\cong\triangle AGE(\mathrm{ASA})$，$\therefore DN=AG$．

在$\mathrm{Rt}\triangle AGF$和$\mathrm{Rt}\triangle CMF$中，$\angle CMF=\angle AGF=90°$，

$\therefore CM\le CF$，$AG\le AF$，$\therefore CM+AG\le CF+AF$，

即$CM+AG\le AC$，$\therefore CM+DN\le 4$，$\therefore CM+DN$的最大值为4．